

การศึกษาเสถียรภาพของอีลาสติคคาโดยอาศัยแรงภายนอก

A STUDY OF STABILITY OF ELASTICA USING EXTERNAL
FORCE



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

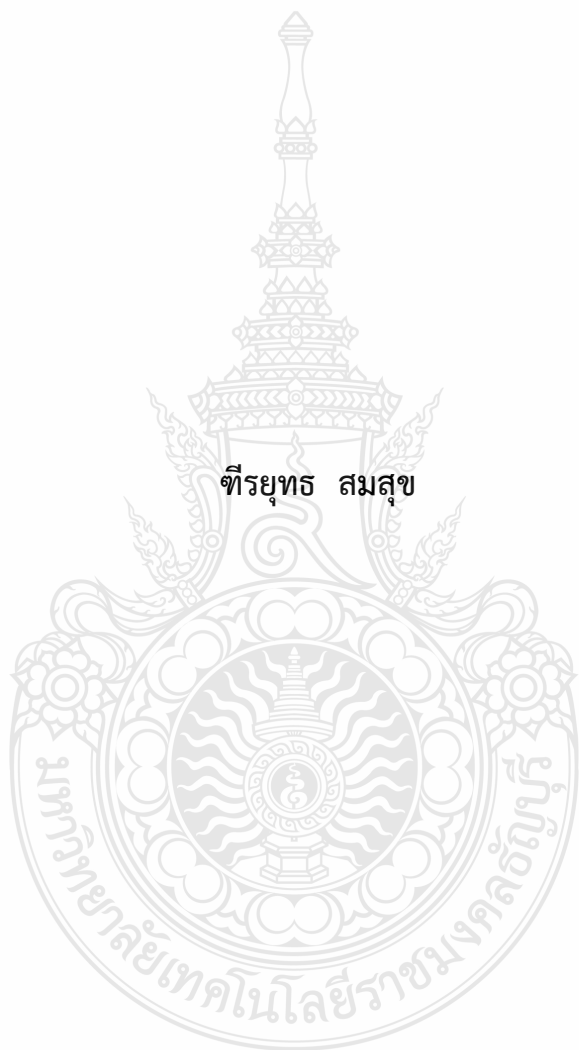
คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2563

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

การศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติกคาโดยอาศัยแรงภายนอก



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์

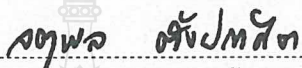
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี


ปีการศึกษา 2563

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การศึกษาเสถียรภาพของอีลาสติคโดยใช้อาศัยแรงภายนอก
A Study of Stability of Elastica Using External Force
ชื่อ - นามสกุล นายทีรยุทธ สมสุข
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญชัย ผึ้งไผ่งาม, ปร.ด.
ปีการศึกษา 2563

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์จตุพล ตั้งปกาศิต, ปร.ด.)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ชัยณรงค์ อธิสกุล, ปร.ด.)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ศุภสิทธิ์ พงศ์ศิวัะสถิตย์, Ph.D.)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญชัย ผึ้งไผ่งาม, ปร.ด.)

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี อนุมัติวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็น
ส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต


..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ศิวกร อ่างทอง, Ph.D.)
วันที่ 9 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2563

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติคคาโดยอาศัยแรงภายนอก
ชื่อ-นามสกุล	นายทีรยุทธ สมสุข
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญชัย ผึ้งไผ่งาม, ปร.ด.
ปีการศึกษา	2563

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติคคาภายใต้แรงอัดในแนวแกนและน้ำหนักของตัวเองโดยอาศัยแรงภายนอกในแนวราบแบบจุดกระทำที่กึ่งกลาง โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติคคาเป็นแบบยึดแน่นในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบสลีฟ (Sleeve Support) ที่กึ่งกลางของอิลาสติคคามีแรงในแนวราบมากระทำซึ่งเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบเสถียรภาพของอิลาสติคคา ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้า ซึ่งทำได้โดยการอินทิเกรตระบบสมการอนุพันธ์ครอบคลุมปัญหาด้วยวิธีเชิงตัวเลข (วิธีรุ่งเง - คุดต้า อันดับ 7) โดยจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา

ภายหลังจากการคำนวณ ผลลัพธ์ที่จะนำมาทำการวิเคราะห์ คือแรงที่กึ่งกลาง \bar{P} และระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ \bar{h} ภายใต้สภาวะของน้ำหนักบรรทุกของตัวเองที่แปรผันจาก 0.00-7.50 ($\bar{W} = 0.00 - 7.50$). ความสัมพันธ์ระหว่างที่กึ่งกลาง \bar{P} และระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ \bar{h} แสดงได้โดยกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{h} และ \bar{P} ซึ่งความชันของเส้นความสัมพันธ์คือค่าสติเฟเนสของอิลาสติคคาต่อแรงกระทำที่กึ่งกลาง \bar{P} หากมีค่าเป็นบวกแสดงถึงความมีเสถียรภาพในทางกลับกันหากมีค่าเป็นลบแสดงถึงความไร้เสถียรภาพ

จากการศึกษาพบว่า น้ำหนักของตัวเองของอิลาสติคคาสามารถทำให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพได้เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดเพิ่มขึ้นจนเกินค่าวิกฤติ และจากการทดลองโดยใช้วัสดุแผ่นโพลี-คาร์บอเนตที่มีความยืดหยุ่นสูงให้ค่าสอดคล้องและเป็นไปตามผลการคำนวณเชิงทฤษฎี

คำสำคัญ : อิลาสติคคา วิธียิงเป้า เสถียรภาพ แรงในแนวราบ

Thesis Title	A Study of Stability of Elastica Using External Force
Name - Surname	Mr. Teerayut Somsuk
Program	Civil Engineering
Thesis Advisor	Assistant Professor Boonchai Phungpaingam, Ph.D.
Academic Year	2020

ABSTRACT

This thesis aims to study the stability of an elastica under compression and self-weight using an external point load acting horizontally at the mid-length. One end of the elastica is clamped while the other end is placed on the sleeve support. At the mid-length of the elastica, there is a horizontal force served as a tool for investigating the stability of the elastica. The solution to the problem can be computed using the shooting method. The governing differential equations are integrated numerically (i.e., 7th order Runge-Kutta scheme) to satisfy boundary conditions.

After the calculation, the results of the force \bar{P} and horizontal displacement \bar{h} were analysed by varying the self-weight from 0.00 – 7.50 ($\bar{W} = 0.00 - 7.50$). The force \bar{P} and horizontal displacement \bar{h} were plotted to show the relationship between them. The slope of the curves represents the stiffness of the elastica against the mid-length force \bar{P} . The positive value of the slope means a stable state while the negative value indicates an unstable state.

From the study, the self-weight of the elastica caused the instability when the total arc-length was increased beyond a critical value. The results from the experiment using the high flexibility specimens (i.e., polycarbonate sheets) exhibit good agreement with those from the theoretical results.

Keywords: elastica, shooting method, stability, horizontal force

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงอย่างสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณา และความอนุเคราะห์อย่างสูงของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญชัย ผึ้งไผ่งาม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาเสียสละเวลาอันมีค่าในการให้คำแนะนำ ชี้แนะ และแนวทางในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นระหว่างการทำงานวิจัย ขอขอบพระคุณท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จตุพล ตั้งปกาศิต ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศุภลลิตี พงศ์ศิweiseสถิตและรองศาสตราจารย์ ดร.ชัยณรงค์ อธิสกุล ที่กรุณาได้รับเป็นกรรมการวิทยานิพนธ์และได้สละเวลามาดำเนินการสอบวิทยานิพนธ์นี้ ทั้งได้กรุณาให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์นี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์และบุคลากรของภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรีที่ให้การสนับสนุนเครื่องมือและอุปกรณ์ในการดำเนินงานวิจัยและขอขอบพระคุณกรมทางหลวงที่ให้การสนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร ตลอดจนครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ บ่มเพาะความรู้จนสามารถนำเอาหลักการมาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้

สุดท้ายสำคัญยิ่งผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา ภรรยาตลอดจนครอบครัวและเพื่อน ๆ ทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจและช่วยเหลือด้วยดีเสมอมา

ธีรยุทธ สมสุข

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	(3)
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	(4)
กิตติกรรมประกาศ.....	(5)
สารบัญ.....	(6)
สารบัญตาราง.....	(8)
สารบัญภาพ.....	(12)
บทที่ 1 บทนำ.....	14
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	14
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	16
1.3 สมมติฐานการวิจัย.....	16
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	16
1.5 ขั้นตอนการวิจัย.....	17
1.6 ข้อจำกัดของการศึกษา.....	17
1.7 ประโยชน์ของการวิจัย.....	18
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	19
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	19
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	25
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	30
3.1 ลักษณะของปัญหา.....	30
3.2 สมมติฐานในการวิเคราะห์.....	30
3.3 ขั้นตอนการหาคำตอบด้วยการคำนวณ.....	31
3.4 การทดสอบตัวอย่าง.....	34

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการศึกษาและวิเคราะห์ผล	36
4.1 ผลการคำนวณของอิลาสติกคา่ก่อนการทดสอบเสถียรภาพ.....	36
4.2 ผลการคำนวณของอิลาสติกคา่ที่กระทำโดยแรงในแนวราบ P เพื่อทำการทดสอบ เสถียรภาพ.....	39
4.3 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลอง.....	46
บทที่ 5 สรุปผลการศึกษา.....	58
5.1 ก่อนการทดสอบเสถียรภาพ.....	58
5.2 ขณะทำการทดสอบเสถียรภาพ.....	58
5.3 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลองภาพรวม.....	58
บรรณานุกรม.....	59
ภาคผนวก.....	62
ภาคผนวก ก ระเบียบวิธีนิวัตน์.....	63
ภาคผนวก ข ระเบียบวิธียิงเป้า.....	66
ภาคผนวก ค โปรแกรมการคำนวณ.....	69
ภาคผนวก ง ผลการคำนวณเชิงตัวเลข.....	78
ภาคผนวก จ ผลการทดลอง.....	103
ภาคผนวก ฉ ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่.....	108
ประวัติผู้เขียน	130

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3.1 คุณสมบัติต่าง ๆ ของแผ่นโพลีคาร์บอเนต จำแนกตามขนาด.....	34
ตารางที่ 4.1 ค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่สภาวะวิกฤติ ($\bar{s}_{i(crit)}$) และค่าแรงตามแนวแกนวิกฤติ ($\bar{N}_{(crit)}$) เมื่อกำหนดน้ำหนักของอิลาสติคคา \bar{w} มีค่าเท่ากับ 0.00, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00 และ 7.50 ตามลำดับ.....	36
ตารางที่ 4.2 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	39
ตารางที่ 4.3 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	40
ตารางที่ 4.4 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	41
ตารางที่ 4.5 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	42
ตารางที่ 4.6 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	43
ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	44
ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$	45
ตารางที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของอิลาสติคคา (\bar{w}) กับความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่เริ่มสูญเสียเสถียรภาพ ($\bar{s}_{i(crit)}$)	46
ตารางที่ 4.10 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_i = 2.0$	49
ตารางที่ 4.11 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_i = 2.5$	50
ตารางที่ 4.12 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_i = 2.0$	51
ตารางที่ 4.13 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_i = 2.5$	52
ตารางที่ 4.14 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_i = 2.0$	53

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
ตารางที่ 4.15 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$	54
ตารางที่ 4.16 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$	55
ตารางที่ 4.17 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$	56
ตารางที่ ง 1.1 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00$	79
ตารางที่ ง 1.2 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00$	80
ตารางที่ ง 1.3 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00$	81
ตารางที่ ง 1.4 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 1.50$, $\bar{h} = 0.00$	82
ตารางที่ ง 1.5 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00$	83
ตารางที่ ง 1.6 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00$	84
ตารางที่ ง 1.7 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00$	85
ตารางที่ ง 1.8 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00$	86
ตารางที่ ง 2.1 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $s_t = 2.50$..	87
ตารางที่ ง 2.2 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $s_t = 5.00$..	87
ตารางที่ ง 2.3 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $s_t = 7.50$..	88
ตารางที่ ง 2.4 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $s_t = 10.00$	88
ตารางที่ ง 2.5 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $s_t = 2.50$..	89
ตารางที่ ง 2.6 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $s_t = 5.00$..	89
ตารางที่ ง 2.7 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_t = 6.08$..	90
ตารางที่ ง 2.8 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_t = 6.09$..	91
ตารางที่ ง 2.9 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_t = 2.50$..	91

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
ตารางที่ ง 2.10 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 5.00$	92
ตารางที่ ง 2.11 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 5.14$	92
ตารางที่ ง 2.12 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 5.15$	93
ตารางที่ ง 2.13 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$	93
ตารางที่ ง 2.14 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 4.00$	94
ตารางที่ ง 2.15 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.34$	94
ตารางที่ ง 2.16 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.35$	95
ตารางที่ ง 2.17 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$	95
ตารางที่ ง 2.18 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 4.00$	96
ตารางที่ ง 2.19 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.11$	96
ตารางที่ ง 2.20 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.12$	97
ตารางที่ ง 2.21 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.00$	97
ตารางที่ ง 2.22 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$	98
ตารางที่ ง 2.23 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.48$	98
ตารางที่ ง 2.24 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.49$	99
ตารางที่ ง 2.25 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.50$	99
ตารางที่ ง 2.26 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.00$	100
ตารางที่ ง 2.27 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$	100
ตารางที่ ง 2.28 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.16$	101
ตารางที่ ง 2.29 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.17$	101
ตารางที่ ง 2.30 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.20$	102
ตารางที่ จ 1 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_i = 2.0$	104

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
ตารางที่ จ 2 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_y = 2.5$	104
ตารางที่ จ 3 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_y = 2.0$	105
ตารางที่ จ 4 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_y = 2.5$	105
ตารางที่ จ 5 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_y = 2.0$	106
ตารางที่ จ 6 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_y = 2.5$	106
ตารางที่ จ 7 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_y = 2.0$	107
ตารางที่ จ 8 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_y = 2.5$	107

สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่2.1 อีลาสติคคา่ก่อนเสียรูป.....	20
รูปที่2.2 อีลาสติคคา่หลังเสียรูป.....	20
รูปที่2.3 อีลาสติคคา่ขณะทดสอบเสถียรภาพ.....	20
รูปที่2.4 ผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติคคา.....	21
รูปที่2.5 ผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติคคา่ที่ถูกกระทำโดยแรงในแนวราบ \bar{P}	22
รูปที่3.1 ขั้นตอนการคำนวณก่อนการทดสอบเสถียรภาพ.....	32
รูปที่3.2 ขั้นตอนการคำนวณขณะทดสอบเสถียรภาพ.....	33
รูปที่3.3 ชุดอุปกรณ์สำหรับการทดลองเพื่อทดสอบเสถียรภาพ.....	35
รูปที่4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวส่วนโค้ง (\bar{s}_r) และค่าแรงตามแนวแกน (\bar{N}).....	37
รูปที่4.2 (a) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 0.50$	38
รูปที่4.2 (b) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 1.00$	38
รูปที่4.2 (d) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 2.00$	38
รูปที่4.2 (e) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 2.50$	39
รูปที่4.3 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 0.00$..	39
รูปที่4.4 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 0.50$..	40
รูปที่4.5 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 1.00$..	41
รูปที่4.6 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 2.00$..	42
รูปที่4.7 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 2.50$..	43
รูปที่4.8 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 5.00$..	44
รูปที่4.9 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 7.50$..	45
รูปที่4.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ $\bar{w} = 5.00$, $\bar{s}_r = 3.50$	47
รูปที่4.11 รูปร่างการเสียรูปจากการคำนวณ ที่ $\bar{w} = 5.00$, $\bar{s}_r = 3.50$, $\bar{h} = 0$	47
รูปที่4.12 รูปร่างการเสียรูปจากการทดลอง ที่ $\bar{w} = 5.00$, $\bar{s}_r = 3.50$, $\bar{h} = 0$	47

สารบัญญภาพ (ต่อ)

	หน้า
รูปที่4.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 7.50$, $\bar{s}_r = 3.20$, $\bar{h} = 0$	48
รูปที่4.14 รูปร่างการเสียรูปจากการคำนวณ ที่ $\bar{w} = 7.50$, $\bar{s}_r = 3.20$, $\bar{h} = 0$	48
รูปที่4.15 รูปร่างการเสียรูปจากการทดลอง ที่ $\bar{w} = 7.50$, $\bar{s}_r = 3.20$, $\bar{h} = 0$	48
รูปที่4.16 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$	49
รูปที่4.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$	50
รูปที่4.18 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$	51
รูปที่4.19 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$	52
รูปที่4.20 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$	53
รูปที่4.21 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$	54
รูปที่4.22 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$	55
รูปที่4.23 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$	56
รูปที่ข. 1 วิธีการยิงเป้า.....	67



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัญหาแอนตัวมากของคานและการมีเสถียรภาพจัดเป็นปัญหาทางอิลาสติกาคาที่น่าสนใจมาก ปัญหาหนึ่ง ซึ่งพบมากในงานวิศวกรรมชายฝั่ง อันได้แก่ งานขุดเจาะน้ำมันหรือแก๊สธรรมชาติใต้ทะเล ซึ่งต้องใช้ท่อส่ง (Marine Riser) เป็นตัวลำเลียงน้ำมันหรือแก๊สธรรมชาติ จากตำแหน่งแท่น ขุดเจาะที่อยู่ใต้ทะเลมายังเรือเดินสมุทร หรือโครงสร้างลอยน้ำ หรือแม้แต่องานระบบท่อส่งน้ำประปา ก็ตาม ดังนั้นท่อส่ง(Riser) จึงเปรียบเสมือนกับคานที่มีจุดรองรับแบบยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งวางพาดอยู่บนจุดรองรับแบบไร้แรงเสียดทาน ซึ่งปัญหาในลักษณะนี้จะที่สมการครอบคลุมปัญหา(Governing Equations) ที่มีความไร้เชิงเส้น (Non-linear governing equations) สูง โดยทั่วไปจะใช้วิธีการแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำได้โดย 3 วิธีหลัก คือ วิธีอีลิปติกอินทิกรัล (Elliptic Integral Method), วิธียิงเป้า(Shooting Method) และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์(Finite Element Method) โดยวิธีแรกเป็นวิธี เชิงวิเคราะห์ที่ได้คำตอบในรูปแบบปิดซึ่งจะแสดงถึงพฤติกรรมการแอนตัวของคานและให้ผลลัพธ์แบบแม่นยำ อย่างไรก็ตามวิธีนี้ยังมีข้อจำกัดคือไม่เหมาะที่จะใช้กับน้ำหนักที่มากกระทำที่ซับซ้อน ซึ่งจะเกิดความยุ่งยากในการแก้ปัญหหรือไม่สามารถที่จะแก้ปัญหานั้นได้เนื่องจากไม่สามารถที่จะจัดรูปให้อยู่ในรูปแบบของอีลิปติกอินทิกรัลได้ ส่วนอีกสองวิธีหลังเป็นวิธีเชิงตัวเลขสามารถแก้ปัญห การแอนตัวได้ทุกสภาพของน้ำหนักที่มากกระทำ ซึ่งไม่บอกถึงพฤติกรรมการแอนตัวของคานเหมาะกับการนำมาใช้

มีผู้ทำการศึกษาวิจัยในหลากหลายประเด็น ตามเงื่อนไขที่สนใจ แบ่งออกเป็น 3 เงื่อนไขดังนี้ (1) เงื่อนไขของจุดรองรับที่ต่างกัน ประกอบด้วยการศึกษาวิจัยดังนี้ S.Banu และคณะ [5] ได้ทำการศึกษาถึงพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของแท่งอิลาสติกาคา แบบเรียวยาวที่ไม่ขยายตามแกน โดยที่ปลายด้านหนึ่งเป็นแบบยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งเป็นแบบยึดหมุน และทำการหาคำตอบของปัญหาโดยวิธี Multisegment Intergration พบว่ากราฟที่แสดงเงื่อนไขของน้ำหนักเป็นแบบไร้ทิศทาง ทินกร มนต์ประภัสสร [6] ได้ทำการวิเคราะห์การแอนตัวมากของอิลาสติกาคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ซึ่งจุดรองรับแบบข้อหมุนยึดด้วยสปริงต้านการหมุนแบบยึดหมุนเชิงเส้นที่ปลายข้างหนึ่ง ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งพาดอยู่บนจุดรองรับมีความเสียดทาน เมื่อเกิดการแอนตัวมาก ปลายอิลาสติกาคาสามารถเคลื่อนที่ผ่านจุดรองรับได้ โดยพิจารณาจากลักษณะการให้น้ำหนักบรรทุกทุกกระทำต่ออิลาสติกาคา โดยใช้การจำลองปัญหาแบบวิธีอีลิปติกอินทิกรัล กฤษณะชัย จันทรวง และคณะ [7] ได้ทำการวิเคราะห์การแอนตัวมากของอิลาสติกาคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ที่มีคุณสมบัติของวัสดุแบบไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้ น้ำหนักบรรทุกทุกตัวเองกระจายอย่างสม่ำเสมอโดยพิจารณาจุดรองรับเป็นจุดยึดหมุนที่ปลายข้าง

หนึ่ง ส่วนปลายอีกด้านพาดผ่านจุดรองรับที่ไม่มีแรงเสียดทาน หากคำตอบเชิงตัวเลขได้จากการใช้วิธีการยิงเป้า สมเจตน์ อยู่สนิท [8] ได้ทำการวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของอิลาสติกคาที่มีคุณสมบัติอ่อนตัวเป็นจุดรองรับแบบยึดหยุ่นที่ปลายข้างหนึ่งส่วนปลายอีกข้างหนึ่งเป็นแบบไร้แรงเสียดทาน อิลาสติกคาจะถูกกระทำด้วยน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอ หรือโมเมนต์ดัดที่ปลายทั้งสองข้าง หากคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ และวิธีการกระทำซ้ำของ Newton-Raphson สุนิสา รอดสังวาล [10] วิเคราะห์การแอ่นตัวมากของอิลาสติกคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ อิลาสติกคาต่อเนื่องและอิลาสติกคาช่วงเดียว อิลาสติกคาจะถูกกระทำด้วยน้ำหนักบรรทุก แผ่กระจายสม่ำเสมอ หรือโมเมนต์ดัดที่ปลายทั้งสองข้างแบบจุดที่กึ่งกลางอิลาสติกคา หาสมการสมดุลของอิลาสติกคา โดยใช้วิธีการจำลองแบบวิธีแปรผัน โดยการสร้างฟังก์ชันพลังงานและงานเสมือนเนื่องจากแรงภายนอกที่กระทำต่ออิลาสติกคาขึ้นมา หากคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้วิธี ไฟไนท์อีลิเมนต์ และวิธีการกระทำซ้ำของ Newton-Ralphson (2) เงื่อนไขของแรงที่กระทำที่แตกต่างกัน มีผู้วิจัยดังนี้ Phungpaignam และคณะ [12] ศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติกคาภายใต้สนามโน้มถ่วง โดยพิจารณาจากความเรียบบางของแผ่น อิลาสติกคา ในช่วงเริ่มต้นปลายทั้งสองของ อิลาสติกคาถูกยึดไว้ในแนวระนาบโดย ความยาวระยะพาดมีค่าคงที่ แล้วเพิ่มความยาวส่วนโค้งที่ปลายด้านหนึ่งส่วนปลายอีกด้านหนึ่งเป็นจุดรองรับแบบ sleeve การสูญเสียเสถียรภาพเกิดขึ้นจากการแอ่นตัวที่ไม่อยู่ในแนวระนาบเมื่อความยาวส่วนโค้งอยู่ในช่วง หากคำตอบเชิงตัวเลขได้จากการยิงเป้า ศรัณย์ ชุ่มกลัด [14] ศึกษาผลกระทบของปลายยื่นของอิลาสติกคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ต่อพฤติกรรม การแอ่นตัวมากของอิลาสติกคา โดยมีแรงกระทำภายใต้น้ำหนักบรรทุกของตัวเอง ปลายด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบสปริงหมุน ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบไร้แรงเสียดทาน ใช้ระเบียบวิธียิงเป้าในการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข และ(3) เงื่อนไขของจุดรองรับและแรงที่กระทำที่พร้อมกัน สุนทร เกียรติคงศักดิ์ และสมชาย ชูชีพสกุล [15] ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของอิลาสติกคาอย่างง่ายที่ปลายทั้งสองข้างหมุนได้ตามเงื่อนไขของจุดรองรับ เมื่อกำหนดให้แรงอัดเข้ากระทำที่ปลายของอิลาสติกคา วิเคราะห์หาคำตอบโดยใช้โปรแกรม ABAQUS ซึ่งเป็นไปตามวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ เพื่อหาค่าของน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ทำให้โครงสร้างเกิดการโก่งเดาะและพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะแล้วนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลจากวิธียิงเป้า

โดยส่วนมากแล้วงานวิจัยผ่านมาไม่ได้คำนึงถึงผลของน้ำหนักตัวเองที่อาจส่งผลให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพอีกครั้งภายหลังจากการโก่งเดาะครั้งแรกโดยการอาศัยแนวความคิดจากผลงานวิจัยของ Phungpaignam และคณะ[1] ซึ่งในงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาถึงเสถียรภาพของอิลาสติกคาในสองมิติโดยอาศัยแรงภายนอกเป็นเครื่องมือในการทดสอบเสถียรภาพโดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบ sleeve และที่กึ่งกลางของอิล

สติคคามีแรงในแนวราบมากกระทำ เพื่อทำการทดสอบการเสถียรภาพของอิลาสติคคา โดยอาศัยการสังเกตเครื่องหมายของสติฟเนสของอิลาสติคคาต่อแรงในแนวราบเป็นตัวบ่งบอกถึงความมีเสถียรภาพ

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแอ่นตัวมาก และการมีเสถียรภาพของอิลาสติคคาภายใต้แรงกระทำตามแนวแกน แรงที่กึ่งกลางของอิลาสติคคา และน้ำหนักตัวเอง

1.2.2 เพื่อหาค่าความยาวส่วนโค้งวิกฤติ ของอิลาสติคคาภายใต้น้ำหนักบรรทุกตามแนวแกน และน้ำหนักตัวเองทั้งก่อนการทดสอบเสถียรภาพและขณะทดสอบเสถียรภาพ

1.2.3 เพื่อประเมินเสถียรภาพของอิลาสติคคาโดยอาศัยแรงภายนอกที่กึ่งกลาง

1.2.4 เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับการทดลองอย่างง่าย

1.3 สมมติฐานการวิจัย

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการแอ่นตัวมากและเสถียรภาพของอิลาสติคคาภายใต้แรงอัดในแนวแกนและสนามของแรงโน้มถ่วงของโลกมี ดังนี้

1.3.1 วัสดุมีความสม่ำเสมอเป็นเนื้อเดียวกัน และมีคุณสมบัติทางกายภาพเหมือนกันในทุกทิศทางตลอดความยาวคาน

1.3.2 อิลาสติคคาไม่มีการยืดหรือหดตัวตามแนวแกนเมื่อรับแรง

1.3.3 แรงที่กระทำต่ออิลาสติคคาจะยึดติดอยู่กับตำแหน่งเดิมเสมอ

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้มีลักษณะเป็นอิลาสติคคา หน้าตัดสม่ำเสมอ ความยาวช่วงพาด (Span Length) คงที่ L โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติคคาเป็นแบบยึดแน่น ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบเลื่อนได้ (Sleeve Support) มีแรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้านจตุรรองรับแบบเลื่อนได้ (Sleeve Support) ทำให้ความยาวของอิลาสติคคาเพิ่มขึ้น โดยกำหนดความยาวตั้งแต่ 1.00 – 10.00 ที่น้ำหนักของอิลาสติคคาตั้งแต่ 0.00 – 7.50 ตามลำดับ และทำการทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติคคาโดยการใส่แรงในแนวราบที่กึ่งกลางตามยาวของอิลาสติคคา ที่ค่าของน้ำหนัก w และความยาว s ต่าง ๆ

1.4.2 เปรียบเทียบผลที่ได้กับการทดลอง โดยทำการทดสอบกับตัวอย่างที่เป็นวัสดุที่เป็นเชิงเส้นเท่านั้น โดยใช้วัสดุเป็นแผ่นโพลีคาร์บอเนต (Polycarbonate Sheet)

1.5 ขั้นตอนการวิจัย

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาถึงเสถียรภาพของอิลาสติกคาในสองมิติ โดยอาศัยแรงภายนอกเป็นเครื่องมือในการทดสอบเสถียรภาพ โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบสลีฟ (Sleeve Support) และที่กึ่งกลางของอิลาสติกคามีแรงในแนวราบกระทำ เพื่อทำการทดสอบการเสถียรภาพของอิลาสติกคาโดยอาศัยการสังเกตเครื่องหมายของสติฟเนส (Stiffness) ของอิลาสติกคาต่อแรงในแนวราบ และทำการทดลองเปรียบเทียบผลมีขั้นตอนการศึกษาดังนี้

- 1.5.1 ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- 1.5.2 ศึกษาทฤษฎีการแอ่นตัวมากและการมีเสถียรภาพของอิลาสติกคา
- 1.5.3 ศึกษาวิธีการยิงเป้า (Shooting Method) และการอินทิเกรตเชิงตัวเลขด้วยวิธีรุ่งเง-คุดตา(Runge – Kutta Method)
- 1.5.4 ศึกษาการเขียนโปรแกรม MATLAB
- 1.5.5 เขียนสมการครอบคลุมของปัญหา (Governing Equation) และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมในการหาคำตอบ (Boundary Condition) ทั้งก่อนการทดสอบเสถียรภาพและขณะทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติกคา
- 1.5.6 เขียนโปรแกรมและหาคำตอบเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรม MATLAB
- 1.5.7 ทำการทดสอบกับคานอย่างง่าย โดยงานวิจัยนี้จะใช้วัสดุคือแผ่นโพลีคาร์บอเนต (Polycarbonate Sheet) ขนาด $2 \times 25 \times 3000$ mm และ $2 \times 50 \times 3000$ mm มีค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น $21,588.186 \text{ kg/cm}^2$
- 1.5.8 เปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลที่ได้จากการทดลอง
- 1.5.9 สรุปผลการศึกษา

1.6 ข้อจำกัดของการศึกษา

- 1.6.1 ไม่พิจารณาผลกระทบที่เกิดขึ้นเนื่องจากการจากยึดหดตามแนวแกน (Axial Deformation)
- 1.6.2 ไม่พิจารณาผลกระทบที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเสี้ยวรูปจากแรงเฉือน (Shear Deformation)

1.7 ประโยชน์ของงานวิจัย

1.7.1 ทราบถึงขีดจำกัดของความยาวส่วนโค้งที่สามารถเพิ่มขึ้นได้โดยมาเสถียรภาพ

1.7.2 ทำนายรูปร่างของอิลาสติกคาที่อยู่ในสภาวะสมดุลทั้งในแบบไร้เสถียรภาพและมีเสถียรภาพ



บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

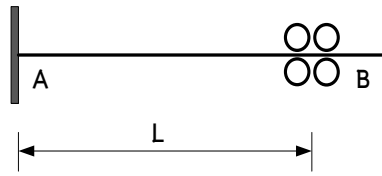
ปัญหาการแอ่นตัวมากของคาน และการมีเสถียรภาพจัดเป็นปัญหาทางอิลาสติกคาที่น่าสนใจมากปัญหาหนึ่งซึ่งตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันมีงานวิจัยที่ไม่น้อยที่ทำการศึกษาดังกล่าวถึงการแอ่นตัวมาก การเสียรูปในลักษณะต่างๆ และความมีเสถียรภาพของอิลาสติกคา โดยทั่วไปจะใช้วิธีการแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำได้โดย 3 วิธีหลัก คือ วิธีอีลิปติกอินทิกรัล (Elliptic Integral Method) วิธียิงเป้า (Shooting Method) และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

โดยทำการศึกษาดังกล่าวและการมีเสถียรภาพของอิลาสติกคาในสองมิติ โดยอาศัยแรงภายนอกเป็นเครื่องมือในการทดสอบเสถียรภาพ โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น และปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบ sleeve ที่กึ่งกลางของอิลาสติกคา จะมีแรงในแนวราบมากระทำ เพื่อทดสอบการเสถียรภาพของอิลาสติกคาโดยอาศัยการสังเกตเครื่องหมายของสติเฟนส ของอิลาสติกคาต่อแรงในแนวราบ และแก้สมการครอบคลุมปัญหาด้วยวิธียิงเป้า ร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุงเง - คูดตา จากแบบจำลองของปัญหา แล้วทำการทดลองเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับการทดลองอย่างง่าย ซึ่งการหาคำตอบของปัญหาข้างต้นเกี่ยวข้องกับทฤษฎีและงานวิจัยต่าง ๆ ดังนี้

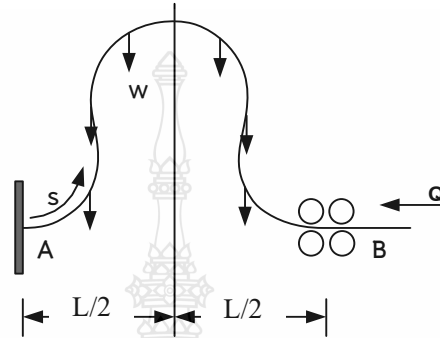
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 ลักษณะของปัญหา

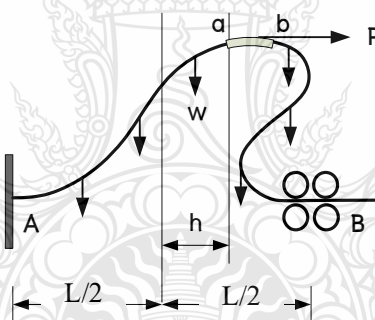
ลักษณะของโครงสร้างที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้จะมีลักษณะเป็นอิลาสติกคาหน้าตัดสม่ำเสมอ ความยาวช่วงพาด (Span Length) คงที่ L โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น (จุด A) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบสลีฟ (Sleeve Support) (จุด B) แล้วให้แรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้าน B ทำให้ความยาวของอิลาสติกคาเพิ่มขึ้นโดยกำหนดความยาวตั้งแต่ 1.00 ถึง 10.00 ที่น้ำหนักของอิลาสติกคาตั้งแต่ 0.00 ถึง 7.50 ตามลำดับและทำการทดสอบการมีเสถียรภาพของอิลาสติกคาโดยการเพิ่มแรงในแนวราบที่กึ่งกลางคานของอิลาสติกคา ที่ค่าของน้ำหนัก W และความยาว s ต่างๆ



รูปที่ 2.1 อีลาสติกคาก่อนเสียรูป



รูปที่ 2.2 อีลาสติกคาล้างเสียรูป



รูปที่ 2.3 อีลาสติกคาขณะทดสอบเสถียรภาพ

2.1.2 ระบบสมการและการคำนวณ

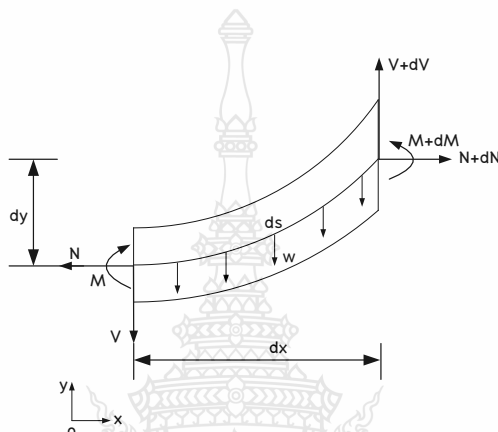
ทำการศึกษถึงเสถียรภาพของอีลาสติกคาในสองมิติ โดยอาศัยแรงภายนอกเป็นเครื่องมือในการทดสอบเสถียรภาพ โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอีลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบสลีฟ (Sleeve Support) และที่กึ่งกลางของอีลาสติกคาจะมีแรงในแนวราบมากระทำ เพื่อทำการทดสอบการเสถียรภาพของอีลาสติกคา โดยอาศัยการสังเกตเครื่องหมายของสติฟเนสของอีลาสติกคาต่อแรงในแนวราบ ซึ่งจะดำเนินการหาค่าตอบโดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ก่อนทดสอบการมีเสถียรภาพ และขณะทำการทดสอบเสถียรภาพ

2.1.2.1 อีลาสติคาก่อนและขณะที่ถูกกระทำด้วยแรงในแนวราบ \bar{P} เพื่อทดสอบ

เสถียรภาพ

จากการพิจารณาชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติคากายใต้มีน้ำหนักบรรทุกของตัวเอง ดังแสดงในรูปที่ 2.4 สามารถเขียนสมการสมดุลได้ดังนี้

$$\frac{dN}{ds} = 0; \frac{dV}{ds} = W; \frac{dM}{ds} = -V \frac{dx}{ds} + N \frac{dy}{ds} \quad (2.1a-c)$$



รูปที่ 2.4 ผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติคาก

โดยที่ค่า N , V และ M คือ ค่าแรงในแนวราบ, ค่าแรงในแนวตั้ง และโมเมนต์ดัด ตามลำดับ ds คือความยาวส่วนโค้งของชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติคาก w ถึงน้ำหนักของตัวเองความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง (Moment - Curvature Relationship) สามารถแสดงได้ ดังสมการที่ 2.2

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI} \quad (2.2)$$

และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta; \frac{dy}{ds} = \sin \theta \quad (2.3a, b)$$

x และ y คือระยะตามแนวราบและระยะตามแนวตั้งที่วัดจากจุดอ้างอิง A

การศึกษาครั้งนี้ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณจะทำการแปลงให้เป็นแบบไร้มิติเพื่อความสะดวกในการคำนวณและเปรียบเทียบผล ค่าที่ทำการแปลงให้เป็นแบบไร้มิติแสดงดังนี้

$$\bar{x} = \frac{x}{L}; \bar{y} = \frac{y}{L}; \bar{s} = \frac{s}{L} \quad (2.4a-c)$$

$$\bar{N} = \frac{NL^2}{EI}; \bar{V} = \frac{VL^2}{EI}; \bar{M} = \frac{ML}{EI}; \bar{P} = \frac{PL^2}{EI}; \bar{W} = \frac{WL^3}{EI} \quad (2.5a-e)$$

จากสมการที่ (2.1 -2.3) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบไร้มิติ ได้ดังนี้

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{s}} = 0; \frac{d\bar{V}}{d\bar{s}} = W; \frac{d\bar{M}}{d\bar{s}} = -\bar{V} \cos \theta + \bar{N} \sin \theta \quad (2.6a-c)$$

$$\frac{d\theta}{d\bar{s}} = \bar{M} \quad (2.7)$$

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{s}} = \cos \theta; \frac{d\bar{y}}{d\bar{s}} = \sin \theta \quad (2.8a-b)$$

เงื่อนไขขอบเขตที่ปลายทั้งสองด้านได้แก่

$$\text{ที่ } \bar{s} = 0$$

$$\bar{x}(0) = 0; \bar{y}(0) = 0; \theta(0) = 0 \quad (2.9a-c)$$

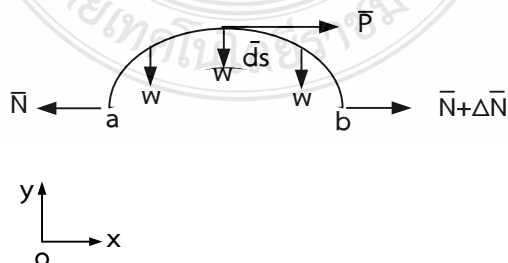
$$\text{ที่ } \bar{s} = \bar{s}_i$$

$$\bar{x}(\bar{s}_i) = 1; \bar{y}(\bar{s}_i) = 0; \theta(\bar{s}_i) = 0 \quad (2.10a-c)$$

จากการพิจารณาอิลาสติคคาในสภาพแบบมีน้ำหนักบรรทุกทุกตัวเองและมีแรงกระทำในแนวราบ \bar{P} โดยกำหนดระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0 - 0.5$ เพื่อคำนวณหาแรงในแนวราบ \bar{P} ในรูปที่ 2.5 สามารถเขียนสมการสมดุล ณ ตำแหน่งที่มีแรงในแนวราบกระทำได้ดังนี้

$$\bar{N} + \Delta\bar{N} - \bar{N} + \bar{P} = 0 \quad (2.11)$$

$$\therefore \Delta\bar{N} = -\bar{P} \quad (2.12)$$



รูปที่ 2.5 ผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติคคาที่ถูกกระทำโดยแรงในแนวราบ \bar{P}

ซึ่งในกรณีนี้มีความไม่ต่อเนื่องของแรงในแนวราบ \bar{N} ที่ตำแหน่ง $\frac{\bar{s}_t}{2}$ จึงไม่สามารถทำการอินทิเกรตแบบต่อเนื่องจาก $\bar{s} = 0$ ถึง $\bar{s} = \bar{s}_t$ ได้จำเป็นต้องแบ่งช่วงของการอินทิเกรตเป็น 2 ช่วง ได้แก่ $0 \leq \bar{s} \leq \frac{\bar{s}_t}{2}$ และ $\frac{\bar{s}_t}{2} \leq \bar{s} \leq \bar{s}_t$ โดยในช่วง $\frac{\bar{s}_t}{2} \leq \bar{s} \leq \bar{s}_t$ มีแรงในแนวราบเกิดการเปลี่ยนแปลงตามสมการที่ 2.13

$$\bar{N}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \bar{N} - \bar{P} \quad (2.13)$$

ดังนั้นเมื่อทำการอินทิเกรตมาถึงตำแหน่ง $\frac{\bar{s}_t}{2}$ แรงที่ตำแหน่ง $\frac{\bar{s}_t}{2}$ จะมีค่าเป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$\bar{N}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \bar{N}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^- - \bar{P} \quad (2.14)$$

$$\bar{V}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \bar{V}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^- \quad (2.15)$$

$$\bar{M}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \bar{M}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^- \quad (2.16)$$

$$\bar{x}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \bar{x}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^- \quad (2.17)$$

$$\bar{y}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \bar{y}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^- \quad (2.18)$$

$$\theta\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+ = \theta\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^- \quad (2.19)$$

ซึ่งค่าดังกล่าวจะเป็นค่าเริ่มต้นของการอินทิเกรตจาก $\bar{s} = \frac{\bar{s}_t}{2}$ ไปจนถึง $\bar{s} = \bar{s}_t$ เพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา คือ

$$\bar{x}(\bar{s}_t) = 1; \bar{y}(\bar{s}_t) = 0; \theta(\bar{s}_t) = 0; \bar{x}\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right) - 0.5 = \bar{h} \quad (2.20a-d)$$

เนื่องจากการใส่แรงจากภายนอก \bar{P} เข้าไปในระบบจึงทำให้ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าเพิ่มขึ้น 2 ตัวแปรคือ \bar{P} และ \bar{h} แต่ในปัญหานี้ จะทำการกำหนดให้ \bar{h} เป็น ตัวแปรอิสระ ดังนั้นหากค่า

\bar{s}_t และ \bar{h} เป็นตัวแปรที่กำหนดให้จะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมด 4 ตัวแปรคือ $\bar{M}, \bar{V}, \bar{N}$ และ \bar{P} ซึ่งจะสอดคล้องกับ 4 เงื่อนไขในสมการที่ (2.20)

โดยที่

\bar{x} = ระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ

\bar{y} = ระยะเคลื่อนตัวในแนวดิ่ง

\bar{s}_t = ความยาวส่วนโค้งทั้งหมด

\bar{s} = ความยาวส่วนโค้ง

\bar{L} = ความยาวช่วงของอิลาสติกคา

\bar{V} = แรงในแนวดิ่ง

\bar{N} = แรงในแนวราบ

\bar{M} = โมเมนต์ดัด

EI = ความแข็งแกร่งต่อการดัด

\bar{P} = แรงในแนวราบที่กึ่งกลางอิลาสติกคา

\bar{h} = ระยะที่เคลื่อนที่ในแนวราบที่ตำแหน่งกึ่งกลางอิลาสติกคา

$\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^+$ = ความยาวส่วนโค้งที่มากกว่า $\frac{\bar{s}_t}{2}$ เพียงเล็กน้อย

$\left(\frac{\bar{s}_t}{2}\right)^-$ = ความยาวส่วนโค้งที่น้อยกว่า $\frac{\bar{s}_t}{2}$ เพียงเล็กน้อย

2.1.2.2 กระบวนการคำนวณ

จากระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของปัญหาค่าขอบเขต (2.6)-(2.8) ซึ่งเป็นปัญหาแบบ Two - Point Boundary Values Problem แก้ปัญหาโดยการกำหนดค่า \bar{s}_t และ \bar{h} หลังจากนั้นจึงกำหนดค่าของ \bar{h} แล้วสมมุติค่าเริ่มต้น $\bar{M}, \bar{V}, \bar{N}$ และ \bar{P} เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณด้วยวิธี Shooting ร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ Runge-Kutta เพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการ ได้แก่ $\bar{M}, \bar{V}, \bar{N}$ และ \bar{P} โดยใช้เงื่อนไขที่ระบุในสมการที่ 2.21

$$\text{Min} \cdot \phi = \left| \theta(\bar{s}_t) + |(\bar{s}_t) - 1| + |\bar{y}(\bar{s}_t)| + \left| \bar{h} - \bar{x} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right) + 0.5 \right| \right| \quad (2.21)$$

หากมีการตรวจสอบพบว่าค่าของฟังก์ชันทางขวาของสมการที่ 2.21 ยังมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้คือ $\varepsilon = 10^{-9}$ จะเกิดการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าว

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาพฤติกรรมกรรมการอ่อนตัวมาก และการเสถียรภาพของอิลาสติกคา สามารถแบ่งตามเงื่อนไขต่าง ๆ ได้ดังต่อไปนี้

Phungpainingam [1] ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของอิลาสติกคาที่ผิวสัมผัสกัน เมื่อความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยน โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น และปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบ sleeve เมื่อให้แรงตามแนวแกนกระทำที่ปลายทำให้เกิดการอ่อนตัวเข้าสู่สภาวะหลังการโก่งเดาะ ซึ่งหาค่าตอบด้วยวิธียิงเป้า พบว่า แรงอัดทำให้เกิดสูญเสียเสถียรภาพได้เมื่ออิลาสติกคาไม่สัมผัสกัน และจะกลับมามีเสถียรภาพอีกครั้งเมื่ออิลาสติกคาเคลื่อนมาสัมผัสกันที่ตำแหน่งจุดตัด

Phungpainingam และ Chucheeesakul [2] ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของอิลาสติกคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยน โดยปลายด้านหนึ่งวางบนจตุรรองรับแบบยึดหมุน ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งเป็นแบบ sleeve เมื่อความยาวของอิลาสติกคาเลื่อนเข้าสู่ระบบ จะทำให้เกิด จุดสปริงต้านโมเมนต์อยู่บนความยาวช่วงพาดของอิลาสติกคา โดยสมการครอบคลุมปัญหาได้จากการพิจารณาสมดุล โมเมนต์ความโค้ง ความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิต และเงื่อนไขขอบ แล้วหาผลเฉลยด้วยวิธีอีลิปติกอินทิกรัล เปรียบเทียบความสอดคล้องกับวิธียิงเป้า พบว่า เมื่อค่าสตีเฟนสของสปริงมีค่าต่ำ จะแสดงถึงพฤติกรรมความแข็ง ในทางตรงกันข้ามเมื่อค่าสตีเฟนสของสปริงมีค่าสูง จะแสดงพฤติกรรมความอ่อนและรูปร่างที่ขึ้นกับสัดส่วนของความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนของอิลาสติกคา

Phungpainingam และ Chucheeesakul [3] ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของเสาที่มีจตุรรองรับแบบยึดหมุนอย่างง่าย เมื่อได้รับแรงอัดกระทำที่ปลายของเสา การหาผลเฉลยของสมการเพื่อหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติโดยใช้วิธีการยิงเป้า พบว่า เสาเกิดการสูญเสียเสถียรภาพเมื่อแรงที่ให้มีค่าสูงกว่าหรือต่ำกว่าขีดจำกัดของน้ำหนัก หรือเกิดพฤติกรรม snap-through

C.Y.Wang [4] ได้ทำการศึกษาถึงพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของอิลาสติกคาที่มีจตุรรองรับแบบยึดแน่นอย่างง่าย โดยที่ปลายด้านหนึ่งเป็นแบบยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งเป็นแบบยึดหมุน แบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณี คือ การวิเคราะห์เชิงเส้นสำหรับน้ำหนักขนาดใหญ่ และการคำนวณเชิงตัวเลข และหาค่าตอบของปัญหาโดยวิธีอีลิปติกอินทิกรัล พบว่าพฤติกรรมหลัง การโก่งเดาะไม่เป็นไปตามความสัมพันธ์เชิงเส้น เช่น ขีดจำกัดของน้ำหนัก

S.Banu และคณะ [5] ได้ทำการศึกษาถึงพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของแท่งอิลาสติกคาแบบเรียบบางที่ไม่ขยายตามแกน โดยที่ปลายด้านหนึ่งเป็นแบบยึดแน่น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งเป็นแบบยึดหมุน และทำการหาค่าตอบของปัญหาโดยวิธี Multisegment Intergration พบว่า กราฟที่แสดงเงื่อนไขของน้ำหนักเป็นแบบไร้ทิศทาง

ทินกร มนต์ประภัสสร [6] ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ซึ่งจูดรองรับแบบข้อหมุนยึดด้วยสปริงต้านการหมุนแบบยึดหยุ่นเชิงเส้นที่ปลายข้างหนึ่ง ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งพาดอยู่บนจูดรองรับซึ่งมีความเสียดทาน เมื่อเกิดการแอ่นตัวมาก ปลายคานสามารถเคลื่อนที่ผ่านจูดรองรับได้ โดยพิจารณาจากลักษณะการให้น้ำหนักบรรทุกกระทำต่อคาน ทั้งการเพิ่มและการลดน้ำหนักบรรทุก รวมทั้งคำนึงถึงผลของแรงเฉือน โดยการใช้การจำลองปัญหาแบบวิธีอีลิปติกอินทิกรัล พบว่า ภายใต้โมเมนต์ดัดกระทำทั้งสองปลายในทิศเดียวกันและทิศตรงกันข้าม จะทำให้คานมีภาวะสมดุลสถิตย์แบบมีเสถียรภาพเท่านั้น ผลของการยึดรั้ง การหมุนและความเสียดทานที่รองรับ ทำให้คานมีเสถียรภาพมากขึ้น ส่วนผลของแรงเฉือนทำให้คานมีเสถียรภาพลดลง

กฤษณะชัย จันทรวง และคณะ [7] ได้ทำการวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ที่มีคุณสมบัติของวัสดุแบบไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้น้ำหนักบรรทุกทุกตัวเองกระจายอย่างสม่ำเสมอ โดยพิจารณาจูดรองรับเป็นจุดยึดหมุนที่ปลายข้างหนึ่ง ส่วนปลายคานอีกด้านพาดผ่านจูดรองรับที่ไม่มีแรงเสียดทาน โดยความยาวช่วงของคานจะมีค่าคงที่ ส่วนความยาวส่วนโค้งของคานจะแปรเปลี่ยนตามน้ำหนักของตัวคาน สมการที่ครอบคลุมปัญหาได้จากการพิจารณาสมดุลและความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิต หาคำตอบเชิงตัวเลขได้จากการใช้ระเบียบวิธีการยิงเป้า

สมเจตน์ อยู่สนิท [8] ได้ทำการวิเคราะห์ทางสแตติกเพื่อหาค่าการแอ่นตัวมากของคานที่มีคุณสมบัติอ่อนตัว วางอยู่บนจูดรองรับสองจุดที่ห่างกันคงที่ เป็นจูดรองรับแบบยึดหยุ่นที่ปลายข้างหนึ่ง ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งเป็นแบบไร้แรงเสียดทาน คานจะถูกกระทำด้วยน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอ หรือโมเมนต์ดัดที่ปลายทั้งสองข้าง ทำการหาสมการสมดุลของคานโดยใช้วิธีการจำลองแบบวิธีแปรผัน โดยการสร้างฟังก์ชันพลังงานและงานเสมือนเนื่องจากแรงภายนอกที่กระทำต่อคานขึ้นมา หาคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ และวิธีการกระทำซ้ำของ Newton-Ralphson นำผลที่ได้มาตรวจสอบและเปรียบเทียบกับวิธีอีลิปติกอินทิกรัล ซึ่งพบว่ามีความถูกต้องใกล้เคียงกัน

สุรพันธ์ บุญเจริญ [9] ได้ทำการวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคาน โดยใช้วิธีอีลิปติกอินทิกรัล โดยปลายข้างหนึ่งมีจูดรองรับแบบข้อหมุน ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งเป็นจูดรองรับแบบไร้แรงเสียดทาน และคานสามารถเลื่อนผ่านได้อย่างอิสระ โดยการวิเคราะห์แบ่งตามลักษณะของแรงที่กระทำ คือ แรงกระทำที่จุดกึ่งกลาง โมเมนต์ดัดกระทำที่จูดรองรับแบบข้อหมุน และโมเมนต์ดัดกระทำที่ปลายทั้งสองข้าง เมื่อเปรียบเทียบผลกับวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ พบว่ามีความถูกต้องใกล้เคียงกัน

สุนิสา รอดสังวาล [10] การวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ปัญหาของคานแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ คานต่อเนื่องและคานช่วงเดียวโดยคานต่อเนื่องจะถูกดัดผ่านจูดรองรับข้างหนึ่งเป็นแบบยึดหยุ่นและจูดรองรับอีกข้างหนึ่งเป็นแบบไร้แรงเสียดทาน ส่วนคานช่วงเดียวจูดรองรับข้างหนึ่งเป็นแบบข้อหมุนยึดด้วยสปริงต้านการหมุนแบบยึดหยุ่นเชิง

เส้น ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งพาดอยู่บนจุดรองรับที่มีความเสียดทาน คานจะถูกกระทำด้วยน้ำหนักบรรทุก
แผ่กระจายสม่ำเสมอ หรือโมเมนต์ดัดที่ปลายทั้งสองข้างแบบจุดที่กึ่งกลางคาน ทำการหาสมการสมดุล
ของคานโดยใช้วิธีการจำลองแบบวิธีแปรผัน โดยการสร้างฟังก์ชันพลังงานและงานเสมือนเนื่องจากแรง
ภายนอกที่กระทำต่อคานขึ้นมา หาค่าตอบเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ และวิธีการกระทำซ้ำของ
Newton-Ralphson นำผลที่ได้มาตรวจสอบและเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ ที่ผ่านมา พบว่ามีความถูกต้อง
ใกล้เคียงกัน

นฤพนธ์ ศิลาภากุล [11] ได้ทำการศึกษาการแอ่นตัวมากของคานที่ทำมาจากวัสดุประเภท
ลวดวิก 3 ลักษณะ คือ 1) คานที่มีความยาวของส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระทำที่
ตำแหน่งใด ๆ 2) คานที่มีความยาวของส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำ
ที่ปลายคาน ที่มีทิศทางตามการเสียรูป และ 3) คานที่รองรับอย่างง่ายภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัด
กระทำที่ปลายคาน ชุดของสมการที่ครอบคลุมปัญหาได้จากการพิจารณาสมดุลของโมเมนต์และ
ความสัมพันธ์เรขาคณิตของชิ้นส่วนเล็ก ๆ ของคาน และหาผลเฉลยเชิงตัวเลขด้วยวิธีการยิงเป้าและการ
อินทิเกรตโดยใช้วิธีรุงเง-คุดตา พบว่า 1) วัสดุที่มีค่าคงที่ η สูงกว่าจะมีขนาดการโก่งตัวสูงสุด สูงกว่า
วัสดุที่มีค่าคงที่ η ต่ำกว่า 2) คานจะเกิดสมดุลทั้งแบบเสถียรภาพและไม่เสถียรภาพ เมื่อคานที่มี
ความยาวของส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายคานมีค่า η น้อย
กว่า 1.00 และ คานที่รองรับอย่างง่ายภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายคาน มีค่า η
มากกว่า 1.00 และ 3) วัสดุที่มีค่า η มากกว่า 1.0 น้ำหนักโก่งเดาะมีค่าเป็นอนันต์ ส่วนวัสดุที่มีค่า η
น้อยกว่า 1.0 น้ำหนักโก่งเดาะมีค่าเป็นศูนย์

Phungpaignam และคณะ[12] ได้ทำการศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติกภายใต้สนามโน้ม
ถ่วง โดยพิจารณาจากความเรียวบางของแผ่นอิลาสติก ในช่วงเริ่มต้นปลายทั้งสองของคานถูกยึดไว้ใน
แนวระนาบโดยความยาวระยะพาดมีค่าคงที่ แล้วเพิ่มความยาวส่วนโค้งที่ปลายด้านหนึ่งส่วนปลายอีก
ด้านหนึ่งเป็นจุดรองรับแบบ sleeve การสูญเสียเสถียรภาพเกิดขึ้นจากการแอ่นตัวที่ไม่อยู่ในแนว
ระนาบเมื่อความยาวส่วนโค้งอยู่ในช่วงวิกฤติ ทำการทดสอบว่าน้ำหนักของตัวมันเองมีผลต่อการสูญเสีย
เสถียรภาพหรือไม่ โดยให้แรงบิดกระทำที่กึ่งกลางความยาว ทำการเปรียบเทียบด้วยการพลิกขึ้นและ
กลับด้านของแผ่นอิลาสติก วิเคราะห์สมการที่ครอบคลุมปัญหาโดยใช้ทฤษฎีของ Kirchhoff และ
พารามิเตอร์ของ Euler หาค่าตอบเชิงตัวเลขได้จากระเบียบวิธีการยิงเป้า ผลจากการทดลองพบว่า วัสดุ
ที่มีความเรียวบางที่ทำมาจาก Nitinol ให้ผลสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

จีระพงษ์ เทพพิทักษ์ [13] ได้ทำการวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวช่วงพาด
คงที่ แต่ความส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ โดยปลายข้างหนึ่งมีจุดรองรับแบบข้อหมุน ส่วนปลายอีกข้างหนึ่ง
พาดอยู่บนจุดรองรับแบบไร้แรงเสียดทาน เมื่อเกิดการแอ่นตัวมากปลายคานจะเคลื่อนที่ผ่านจุดรองรับ

ด้านนี้ได้อย่างอิสระ โดยแบ่งการพิจารณาออกเป็น 4 กรณี คือ 1) น้ำหนักบรรทุกทุกแบบจุดกระทำที่ตำแหน่งใด ๆ 2) โมเมนต์ตัดกระทำที่ปลายทั้งสองข้างในทิศตรงข้าม 3) โมเมนต์ตัดกระทำที่ปลายทั้งสองข้างในทิศตรงข้ามแบบจุดกระทำที่ตำแหน่งใด ๆ และ 4) โมเมนต์ตัดกระทำที่ปลายทั้งสองข้างในทิศเดียวกัน หากคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีอีลิปติกอินทิกรัล พบว่า เมื่อคานอยู่ภายใต้น้ำหนักบรรทุกดังกล่าว สามารถหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติและตำแหน่งสมดุลสถิตย์แบบเสถียรภาพและแบบไร้เสถียรภาพของคานได้

ศรัณย์ ชุ่มกลัด [14] ได้ทำการศึกษาผลกระทบของปลายยื่นของอิลาสติกคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ต่อพฤติกรรมการแอ่นตัวมากของอิลาสติกคา โดยมีแรงกระทำภายใต้น้ำหนักบรรทุกของตัวเอง ปลายด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบสปริงหมุน ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบไร้แรงเสียดทาน เมื่อกำหนดให้ปลายยื่นเป็นสัดส่วนกับความยาวของช่วงคาน สร้างสมการครอบคลุมปัญหาจาก ชุดสมการสมดุลของชิ้นส่วนย่อย ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดและความโค้ง ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต หลังจากนั้นใช้ระเบียบวิธียิงเป้าในการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข ที่ความยาวของปลายยื่นเป็นสัดส่วนกับความยาวของช่วงคานที่ 0.25, 0.50 และ 0.75 พบว่า ความยาวของปลายยื่นมีผลต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ โดยอาจทำให้มีค่าสูงขึ้นหรือต่ำกว่ากรณีไม่พิจารณาความยาวของปลายยื่น และมีผลต่อการตั้งรับทำให้ไม่สามารถหาสถานะสมดุลในบางช่วงของความยาวส่วนโค้งได้ในบางกรณี และผลต่อกระทบต่อจตุรรองรับคือ เมื่อค่าสติเฟนสของสปริงหมุนเพิ่มขึ้นจะทำให้ระบบมีสติเฟนสเพิ่มขึ้น

สุนทร เกียรติคงศักดิ์ และสมชาย ชูชีพสกุล [15] ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของคานอย่างง่ายที่ปลายทั้งสองข้างหมุนได้ตามเงื่อนไขของจตุรรองรับ เมื่อกำหนดให้แรงอัดเข้ากระทำที่ปลายของคาน วิเคราะห์หาค่าตอบโดยใช้โปรแกรม ABAQUS ซึ่งเป็นไปตามวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อหาค่าของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ทำให้โครงสร้างเกิดการโก่งเดาะ และพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะ แล้วนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลจากวิธียิงเป้า พบว่า มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมโครงสร้าง คือ เกิดพฤติกรรม Snap-through และเมื่อสติเฟนสของสปริงที่ปลายคานมีค่าสูง ๆ จะทำให้ค่าของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าสูงขึ้นตาม

โดยส่วนมากแล้วงานวิจัยเหล่านี้ไม่ได้คำนึงถึงผลของน้ำหนักบรรทุกของตัวเองที่อาจส่งผลให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพอีกครั้งภายหลังจากการโก่งเดาะในครั้งแรก โดยการอาศัยแนวความคิดจากผลงานวิจัยของ Phungpainsam และคณะ[12] ซึ่งงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาถึงเสถียรภาพของอิลาสติกคาในสองมิติ โดยการอาศัยแรงภายนอกเป็นเครื่องมือในการทดสอบเสถียรภาพ โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบ sleeve และที่กึ่งกลางของอิลาสติกคาจะมีแรงในแนวราบมากระทำเพื่อทำการทดสอบการเสถียรภาพของ

อิลาสติกคา โดยอาศัยการสังเกตเครื่องหมายของสติเฟเนสของอิลาสติกคาต่อแรงในแนวราบเป็นตัวบอกถึงควมมีเสถียรภาพของอิลาสติกคา



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

3.1 ลักษณะของปัญหา

การทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติกคาสามารถกระทำได้โดยวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายคือ 1) การสังเกตค่าสติฟเนส [3,12,16] 2) ตรวจสอบการแปรผันของอันดับสองของฟังก์ชันพลังงานศักย์รวม [17] และ 3) วิธีการทางพลศาสตร์โดยสังเกตค่าของความถี่ธรรมชาติ [1,18-19] ซึ่งในแต่ละวิธีการจะเหมาะสมกับลักษณะของปัญหาที่แตกต่างกันไป ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีการตรวจสอบค่าสติฟเนสของอิลาสติกคาต่อแรงกระทำในแนวราบเพื่อศึกษาตำแหน่งวิกฤติที่ทำให้อิลาสติกคาเกิดการสูญเสียเสถียรภาพในแนวตั้งตรง (Upright position) ด้วยการสร้างสมการครอบคลุมปัญหาที่มีความไร้เชิงเส้นจากสภาวะสมดุลของชิ้นส่วนย่อยอิลาสติกคา ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง และความสัมพันธ์ของรูปร่างทางเรขาคณิตของอิลาสติกคา ผลกระทบของแรงที่กึ่งกลางได้ถูกรวมเข้าไปโดยพิจารณาชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกคาที่กึ่งกลาง หลังจากนั้นได้ใช้วิธีการยิงเป้าเพื่อหาผลเฉลยเชิงตัวเลขผลลัพธ์ของความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กึ่งกลางและระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบที่จุดกึ่งกลาง สามารถทำนายพฤติกรรมของเสถียรภาพของอิลาสติกคาได้โดยการสังเกตเครื่องหมายของเส้นโค้งความสัมพันธ์ของแรงกระทำในแนวราบและระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ หากความชันของเส้นโค้ง (สติฟเนส) มีค่าเป็นบวกแสดงถึงการมีเสถียรภาพ ในขณะที่ความชันของเส้นโค้งที่เป็นลบหมายถึงการสูญเสียเสถียรภาพ นอกเหนือไปจากการคำนวณเชิงตัวเลขแล้วยังได้ทำการทดลองเปรียบเทียบอย่างง่ายขึ้นมาโดยใช้แผ่นโพลีคาร์บอเนตซึ่งมีความยืดหยุ่นสูง

3.2 สมมติฐานในการวิเคราะห์

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการแอ่นตัวมากและเสถียรภาพของอิลาสติกคาภายใต้แรงอัดในแนวแกนและสนามของแรงโน้มถ่วงของโลกมี ดังนี้

3.2.1 วัสดุอิลาสติกคาสม่ำเสมอเป็นเนื้อเดียวกัน และมีคุณสมบัติทางกายภาพเหมือนกันในทุกทิศทางตลอดความยาวคาน

3.2.2 อิลาสติกคาไม่มีการยืดหรือหดตัวตามแนวแกนเมื่อรับแรง

3.2.3 แรงที่กระทำต่ออิลาสติกคาจะยึดติดอยู่กับตำแหน่งเดิมเสมอ

3.3 ขั้นตอนการหาคำตอบด้วยการคำนวณ

3.3.1 กระบวนการคำนวณ

จากระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของปัญหาค่าขอบเขต (2.6)-(2.8) ซึ่งเป็นปัญหาแบบ Two - Point Boundary Values Problem แก้ปัญหาโดยการกำหนดค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมด s_i ตั้งแต่ 0-10 และค่าน้ำหนักเนื่องจากเรื่องโน้มถ่วงของโลก P_i ที่ 0.00 , 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00 และ 7.50 และค่าการเคลื่อนตัวในแนวราบ h แล้วสมมติค่าเริ่มต้น \bar{M} \bar{V} \bar{N} และ \bar{P} เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณด้วยวิธี Shooting Optimization ร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบรุงเง คุตตา(Runge-Kutta)โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการ ได้แก่ \bar{M} \bar{V} \bar{N} และ \bar{P}

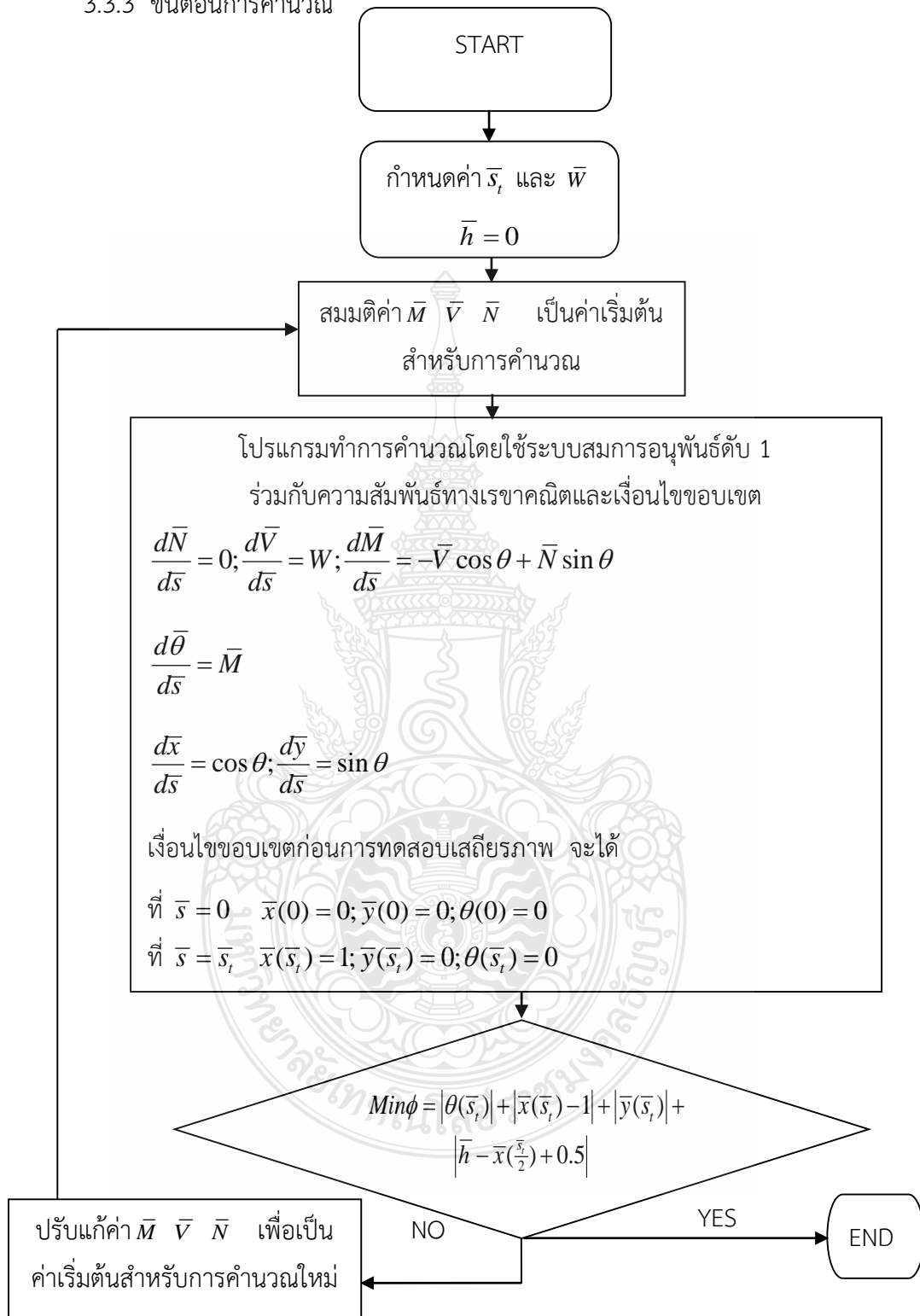
3.3.2 การตรวจสอบความถูกต้องของการคำนวณ

ตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ โดยเปรียบเทียบกับค่าขอบเขตเงื่อนไขที่ปลายซึ่งทราบค่าแล้ว ซึ่งในที่นี้ใช้เงื่อนไขดังระบุในสมการที่ 3.1

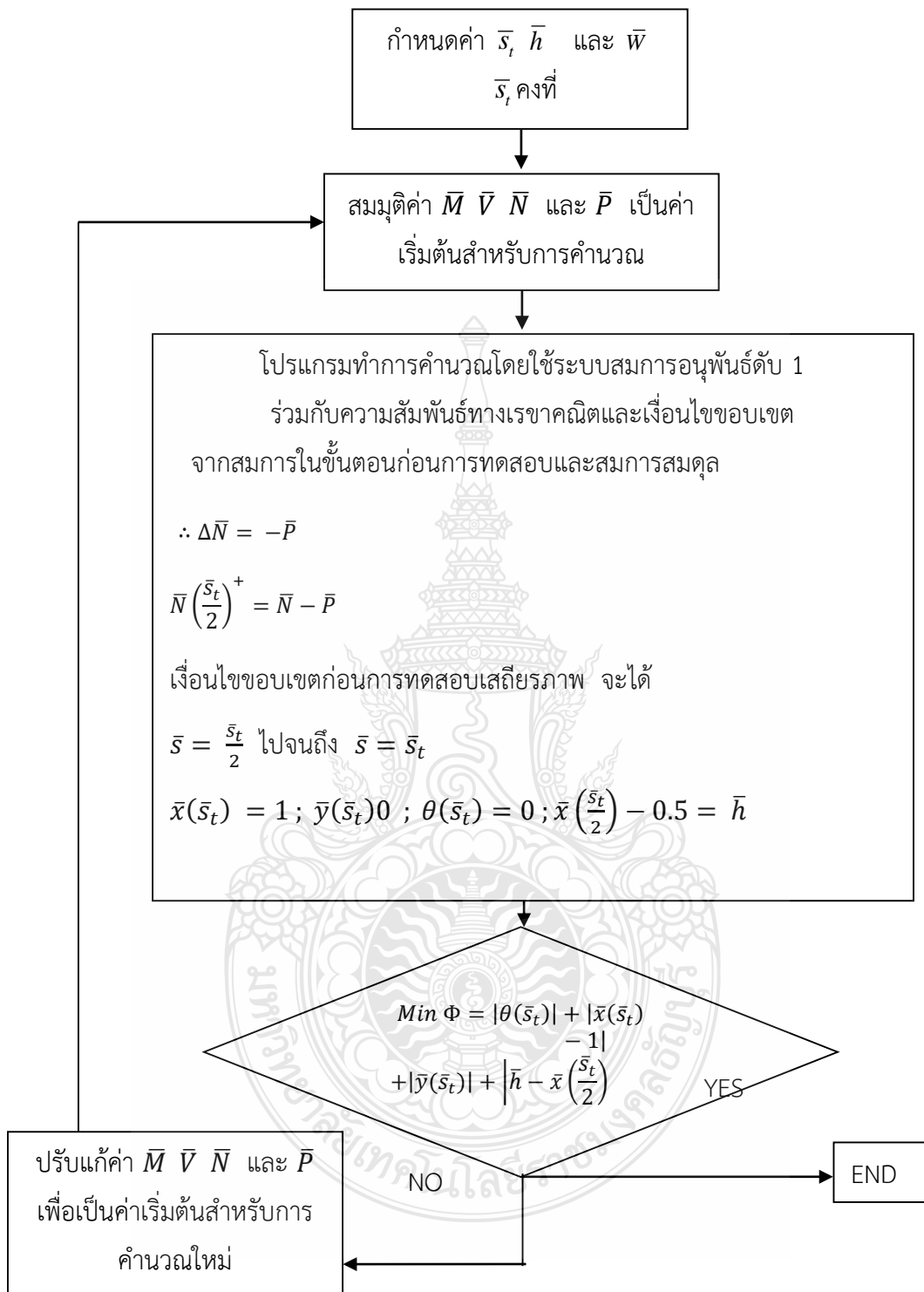
$$\text{Min}\phi = |\theta(s_i)| + |\bar{x}(s_i) - 1| + |\bar{y}(s_i)| + \left| \bar{h} - \bar{x}\left(\frac{s_i}{2}\right) + 0.5 \right| \quad (3.1)$$

หากมีการตรวจสอบพบว่าค่าของฟังก์ชันทางขวาของสมการที่ 2.21 ยังมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้คือ $\epsilon = 10^{-9}$ จะเกิดการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าว

3.3.3 ขั้นตอนการคำนวณ



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการคำนวณก่อนการทดสอบเสถียรภาพ



รูปที่ 3.2 ขั้นตอนการคำนวณขณะทดสอบเสถียรภาพ

3.4 การทดสอบตัวอย่าง

ทำการทดสอบตัวอย่างด้วยแผ่นโพลีคาร์บอเนต ตามรูปที่ 2.3 หน้าตัดสม่ำเสมอ ความยาวช่วงพาด(Span Length) คงที่ L โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น(จุด A) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรรองรับแบบเลื่อนได้ (Sleeve Support) (จุด B) แล้วให้แรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้าน B ทำให้ความยาวของอิลาสติกคาเพิ่มขึ้น โดยกำหนดความยาวตั้งแต่ 1.0 – 3.0 m ที่น้ำหนักของอิลาสติกคาแตกต่างกัน 2 ค่า ซึ่งแปรผันตามความกว้างของชิ้นตัวอย่าง 25 , 50 mm. ตามลำดับ และทำการทดสอบการมีเสถียรภาพของอิลาสติกคาโดยการเพิ่มแรงในแนวราบที่กึ่งกลางคานของอิลาสติกคา ที่ค่าของน้ำหนัก P และ ความยาว r ต่าง ๆ

3.4.1 เครื่องมือและอุปกรณ์

1. แผ่นโพลีคาร์บอเนต ที่มีขนาดแตกต่างกัน 2 ขนาด และคุณสมบัติอื่น ๆ

รายละเอียด ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 คุณสมบัติต่าง ๆ ของแผ่นโพลีคาร์บอเนต จำแนกตามขนาด

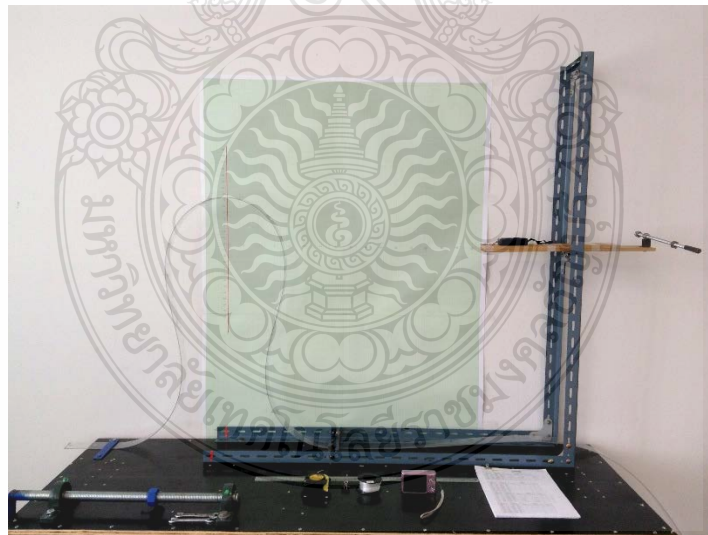
ขนาด (mm)	I (cm ⁴)	E (kg/cm ²)	w (kg/cm)
2 x 25 x 3000	0.001667	21588.186	0.0006
2 x 50 x 3000	0.003333	21588.186	0.0012

*หมายเหตุ จะเห็นได้ว่าขนาดของแผ่นโพลีคาร์บอเนตที่ขนาดต่างกันเมื่อคำนวณจากสมการโดยกำหนดค่า P เท่ากับความยาวช่วงพาดที่ได้จึงเท่ากันเนื่องจากสัดส่วนของโมเมนต์อินเนอร์เซีย โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia) ต่อน้ำหนักของแผ่นโพลีคาร์บอเนตมีค่าคงที่เท่ากัน

2. โต๊ะสำหรับการจับยึดอุปกรณ์ทดสอบ
3. ไม้บรรทัดเหล็ก
4. เครื่องชั่งแบบแขวน ค่าความละเอียด 10 กรัม
5. กล้องถ่ายรูปพร้อมขาตั้ง
6. เครื่องคอมพิวเตอร์
7. กระดาษกราฟ
8. ตลับเมตร

3.4.2 วิธีการทดลองขณะทำการทดสอบเสถียรภาพ

1. จับยึดแผ่นโพลีคาร์บอเนตกับชุดอุปกรณ์สำหรับทดสอบ ความยาวช่วงพาด (Span Length) คงที่ $L = 0.669$ m ($\bar{w} = 5.00$) และ $L = 0.766$ m ($\bar{w} = 7.50$) โดยกำหนดค่า $\bar{w} = 5.00, 7.50$ แล้วคำนวณค่า L จากสมการ 5e โดยยึดปลาย ด้านหนึ่งของแผ่นโพลีคาร์บอเนตกับหัวแบบยึดแน่น(จุด A) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจตุรกรรับแบบ sleeve (จุด B) ให้แรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้าน B ทำให้ความยาวของอิลาสติกคาเพิ่มขึ้น
2. แปรผันขนาดแผ่นโพลีคาร์บอเนตที่ขนาด $2 \times 25 \times 3000$ mm และ $2 \times 50 \times 3000$ mm. ตามลำดับ
3. ที่แต่ละขนาดของแผ่นโพลีคาร์บอเนตให้แรงกระทำที่กึ่งกลางของความยาวทำการทดสอบโดยจับยึดกับเครื่องชั่งแบบแขวนแล้วดึงให้แรงในแนวราบ กำหนดระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบที่ระยะ $\bar{h} = 0-0.5$ แล้วอ่านค่าแรงที่เครื่องชั่ง
4. ทำในขั้นตอนที่ 1 – 3 อีกครั้งโดยการเปลี่ยนแปลงขนาดของแผ่นโพลีคาร์บอเนต
5. จดบันทึกค่าความยาวส่วนโค้ง และแรงที่กระทำ
6. นำค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ได้จากการทดลองไปสรุปผลและเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข



รูปที่ 3.3 ชุดอุปกรณ์สำหรับการทดลองเพื่อทดสอบเสถียรภาพ

บทที่ 4

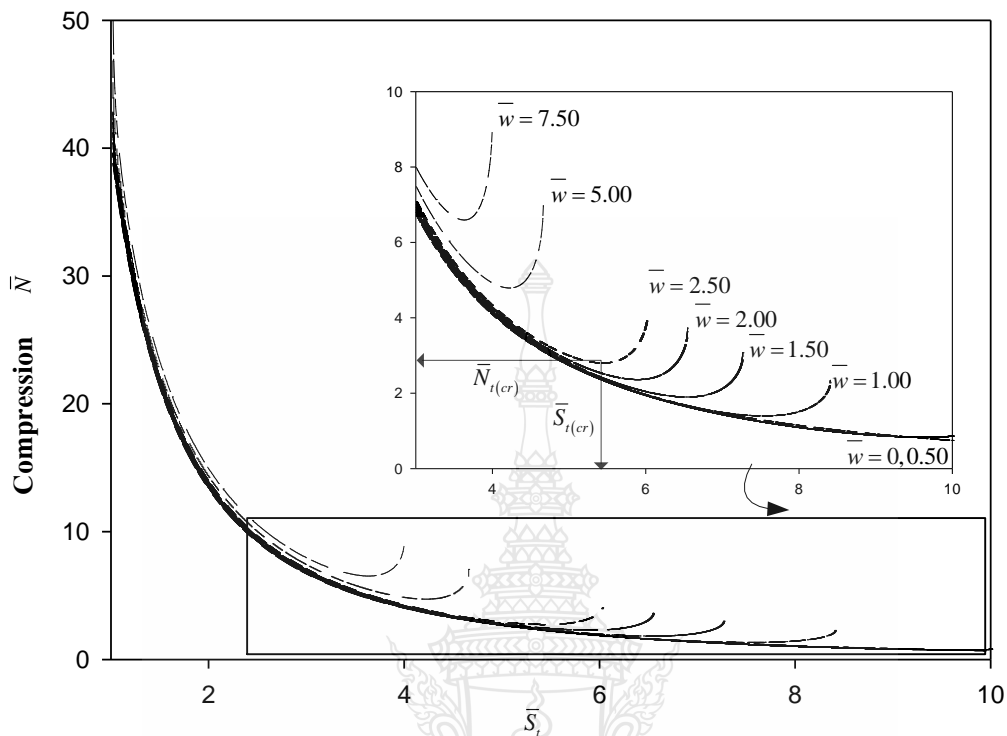
ผลการศึกษาและวิเคราะห์ผล

4.1 ผลการคำนวณของอิลาสติกคาก่อนการทดสอบเสถียรภาพ

จากการให้แรงอัดตามแนวแกนที่ปลายจุกรองรับแบบ Sleeve สามารถตรวจสอบเสถียรภาพของอิลาสติกคาก่อนที่ถูกกระทำโดยแรงในแนวราบ \bar{P} เพื่อทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติกค เมื่อ $\bar{h} = 0.00$ ที่น้ำหนักของอิลาสติกคาแตกต่างกันดังนี้ $\bar{w} = 0.00, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00$ และ 7.50 สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมด (\bar{S}_t) กับค่าแรงอัดตามแนวแกน (\bar{N}) รายละเอียดแสดงดังในภาคผนวก ง ตารางที่ ง 1.1- ง 1.7 ซึ่งจากข้อมูลดังกล่าวจะแสดงค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่สภาวะวิกฤติ ($\bar{S}_{t(crit)}$) และค่าแรงตามแนวแกนวิกฤติ ($\bar{N}_{(crit)}$) สามารถนำมาแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่สภาวะวิกฤติ ($\bar{S}_{t(crit)}$) และค่าแรงตามแนวแกนวิกฤติ ($\bar{N}_{(crit)}$) เมื่อกำหนดน้ำหนักของอิลาสติกคา \bar{w} มีค่าเท่ากับ $0.00, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00$ และ 7.50 ตามลำดับ

\bar{w}	$\bar{S}_{t(crit)}$	$\bar{N}_{(crit)}$
0.00	-	-
0.50	9.61	0.850328
1.00	7.53	1.416290
1.50	6.52	1.916497
2.00	5.88	2.380018
2.50	5.43	2.818969
5.00	4.21	4.806823
7.50	3.62	6.611307

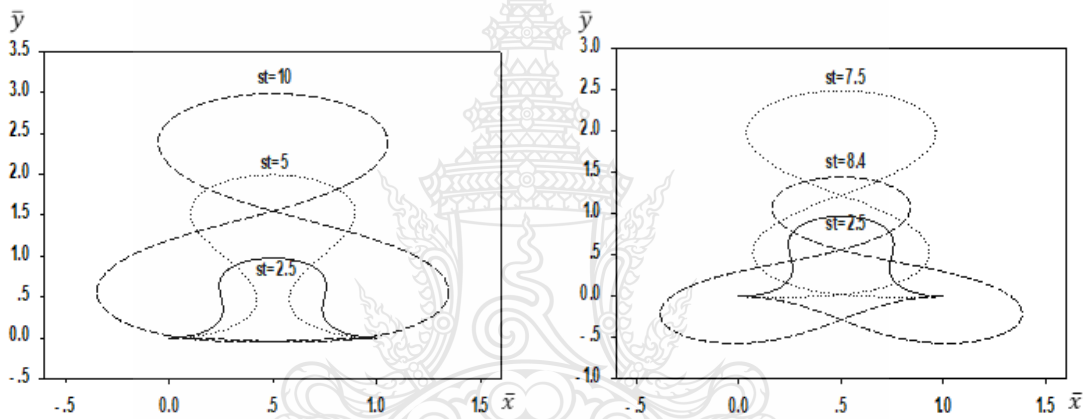


รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวส่วนโค้ง (\bar{S}_t) และค่าแรงตามแนวแกน (\bar{N})

จากการศึกษาสามารถหาค่าความสัมพันธ์ระหว่างค่าความยาวส่วนโค้ง (\bar{S}_t) กับค่าแรงอัดตามแนวแกนดังแสดงในตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.1 ซึ่งพบว่าเมื่อกำหนดให้ อีลาสติกคาถูกกระทำโดยแรงอัดในแนวแกนที่ปลายจุดแรงรับแบบ sleeve และสนามของแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งอยู่ในรูปของน้ำหนักของอีลาสติกคา \bar{w} โดยการกำหนดค่าความยาวที่ทำการทดสอบ \bar{S}_t มีค่าตั้งแต่ 1.00 ถึง 10.00 ที่ค่าของน้ำหนักของอีลาสติกคา \bar{w} ตั้งแต่ 0.00, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00 และ 7.50 ตามลำดับนั้น จากผลข้างต้นซึ่งแสดงในตารางที่ 4.1 ที่ค่าน้ำหนักของอีลาสติกคา \bar{w} ที่ 0.00 ไม่สามารถหาค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่สภาวะวิกฤติ ($\bar{S}_{t(cri)}$) ได้ รวมถึงค่าแรงอัดตามแนวแกนวิกฤติ $\bar{N}_{(cri)}$ ในกรณีที่ $\bar{w} = 0.00$ อาจจำเป็นต้องขยาย \bar{S}_t ที่มีค่ามากกว่า 10.00 จึงจะพบความยาวส่วนโค้งวิกฤติ $\bar{S}_{t(cri)}$ และที่ค่า \bar{w} ที่ 0.00, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00 และ 7.50 ค่าความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่สภาวะวิกฤติ $\bar{S}_{t(cri)}$ มีค่าลดลงตั้งแต่ 9.61 ถึง 3.62 ตามลำดับ และจะส่งผลต่อค่าแรงตามแนวแกนวิกฤติ $\bar{N}_{(cri)}$ ให้มีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับด้วย จากการสังเกตรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวส่วนโค้งทั้งหมด \bar{S}_t และค่าแรงตามแนวแกน \bar{N} นั้น ที่ค่า \bar{w} เท่ากับ

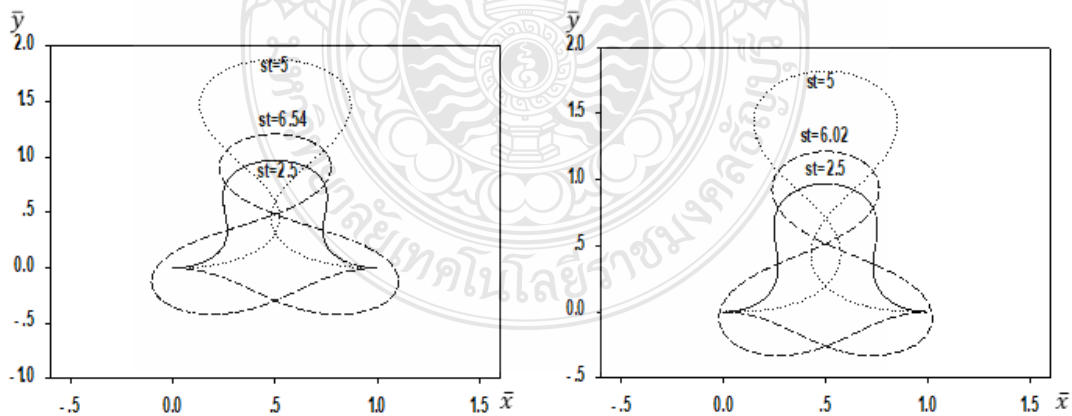
0.00 แนวโน้มของแรงอัดที่กระทำตามแนวแกนจะลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งความยาวส่วนโค้งทั้งหมด \bar{S}_r เท่ากับ 10.00 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระบบไร้เสถียรภาพและที่ \bar{w} ตั้งแต่ 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 5.00 และ 7.50 แนวโน้มของค่าแรงอัดที่กระทำตามแนวแกน \bar{N} ก็มีค่าลดลงเรื่อยๆ เช่นกัน แต่เมื่อถึงความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่สภาวะวิกฤติ $\bar{S}_{r(crit)}$ ที่ค่าหนึ่ง ๆ คือประมาณ 9.61, 7.54, 6.53, 5.89, 5.44, 4.22 และ 3.63 ตามลำดับค่าของแรงอัดตามแนวแกน \bar{N} ก็จะมีค่าเพิ่มมากขึ้น เมื่อ \bar{S}_r เพิ่มขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระบบมีเสถียรภาพเมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับความยาวส่วนโค้งวิกฤติ

โดยที่น้ำหนักของอิลาสติกาค่าหนึ่ง ๆ จะมีรูปแบบการเสียรูปที่แตกต่างกัน เมื่อกำหนดให้ $\bar{h} = 0.00$ และที่ \bar{S}_r ต่าง ๆ แสดงให้เห็นดังรูปที่ 4.2(a) - (d)



รูปที่ 4.2 (a) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 0.50$

รูปที่ 4.2 (b) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 1.00$



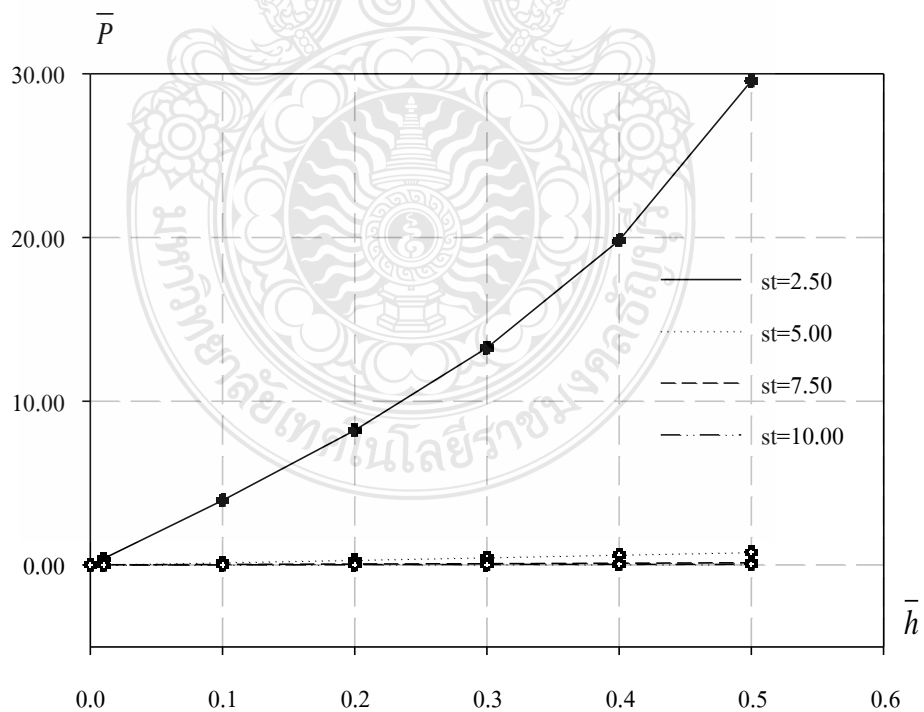
รูปที่ 4.2 (c) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 2.00$

รูปที่ 4.2 (d) การเสียรูปที่ $\bar{w} = 2.50$

4.2 ผลการคำนวณของอิลาสติคคาที่กระทำโดยแรงในแนวราบ \bar{P} เพื่อทำการทดสอบเสถียรภาพ

ตารางที่ 4.2 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

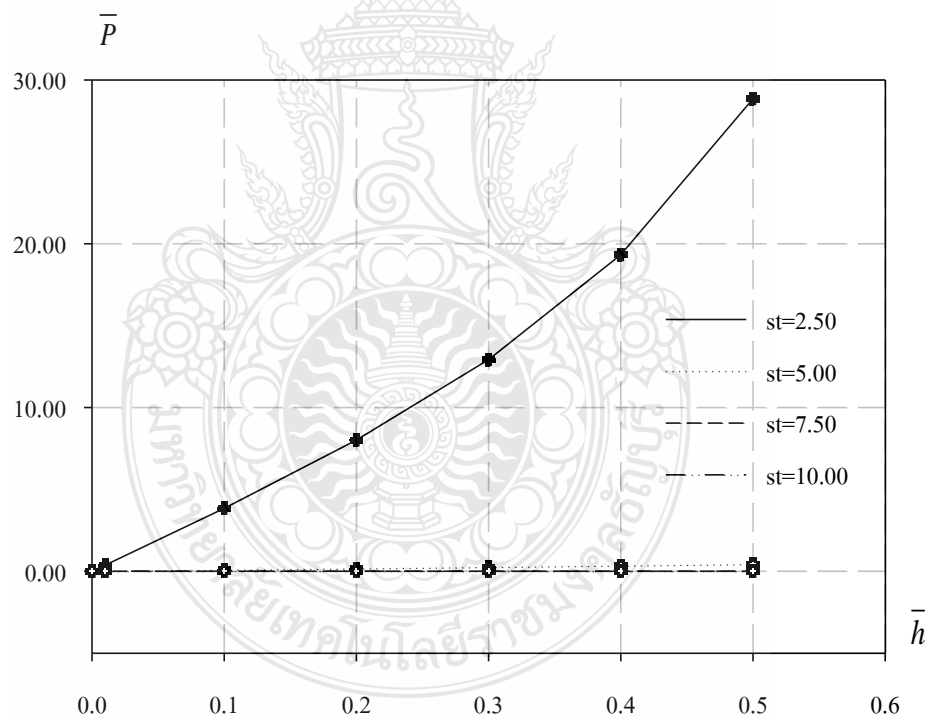
\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 5.00$	$\bar{s}_t = 7.50$	$\bar{s}_t = 10.00$
0	0	0	0	0
0.01	0.389953	0.0149897	0.0025152	0.000732
0.10	3.9499127	0.1501059	0.0251677	0.0073232
0.20	8.2246822	0.3014914	0.0504323	0.0146642
0.30	13.262217	0.4554929	0.0758931	0.0220411
0.40	19.821629	0.613568	0.1016544	0.0294725
0.50	29.55749	0.7773742	0.1278281	0.036978



รูปที่ 4.3 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 0.00$

ตารางที่ 4.3 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

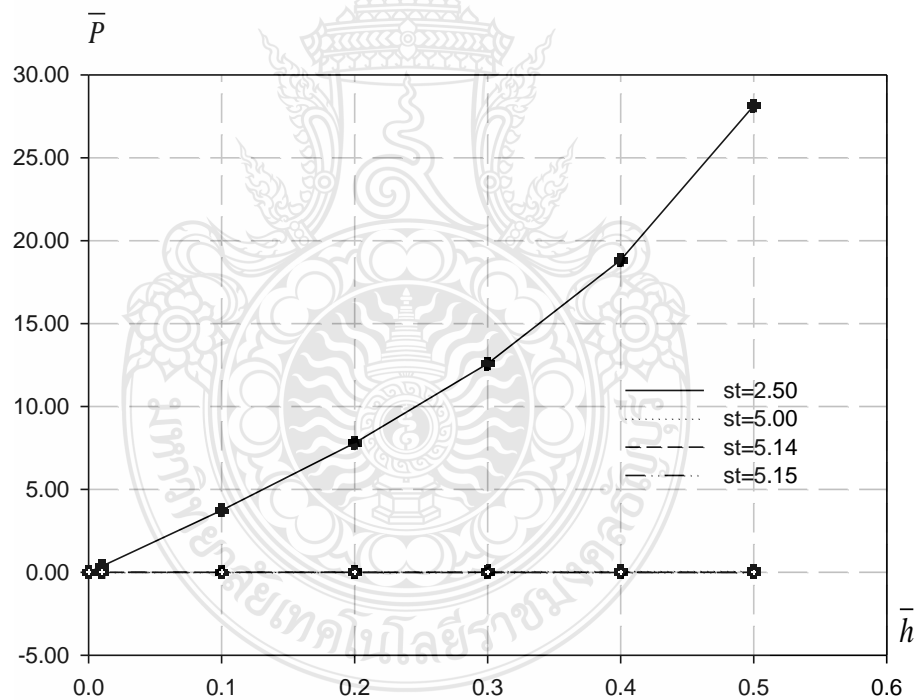
\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 5.00$	$\bar{s}_t = 7.50$	$\bar{s}_t = 10.00$
0	0	0	0	0
0.01	0.379654	0.008264	0.000037	-0.000005
0.10	3.845965	0.082768	0.000369	-0.000050
0.20	8.010599	0.166295	0.000754	-0.000086
0.30	12.923340	0.251379	0.001171	-0.000095
0.40	19.328374	0.338886	0.001639	-0.000062
0.50	28.847011	0.429808	0.002176	-0.000086



รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 0.50$

ตารางที่ 4.4 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอีลาสติคคา $\bar{w} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

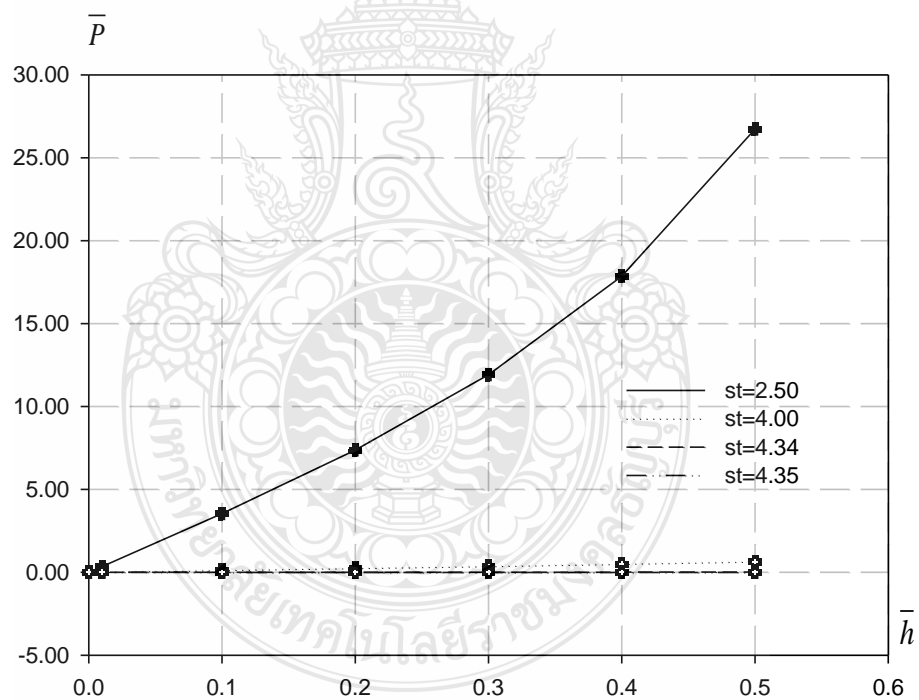
\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 5.00$	$\bar{s}_t = 5.14$	$\bar{s}_t = 5.15$
0	0	0	0	0
0.01	0.369391	0.001594	0.000002	-0.000102
0.10	3.742379	0.015972	0.000036	-0.001007
0.20	7.797220	0.032165	0.000139	-0.001956
0.30	12.585485	0.048810	0.000378	-0.002787
0.40	18.836440	0.066157	0.000827	-0.003440
0.50	28.138168	0.084486	0.001562	-0.003850



รูปที่ 4.5 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ \bar{P} ที่ $\bar{w} = 1.00$

ตารางที่ 4.5 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

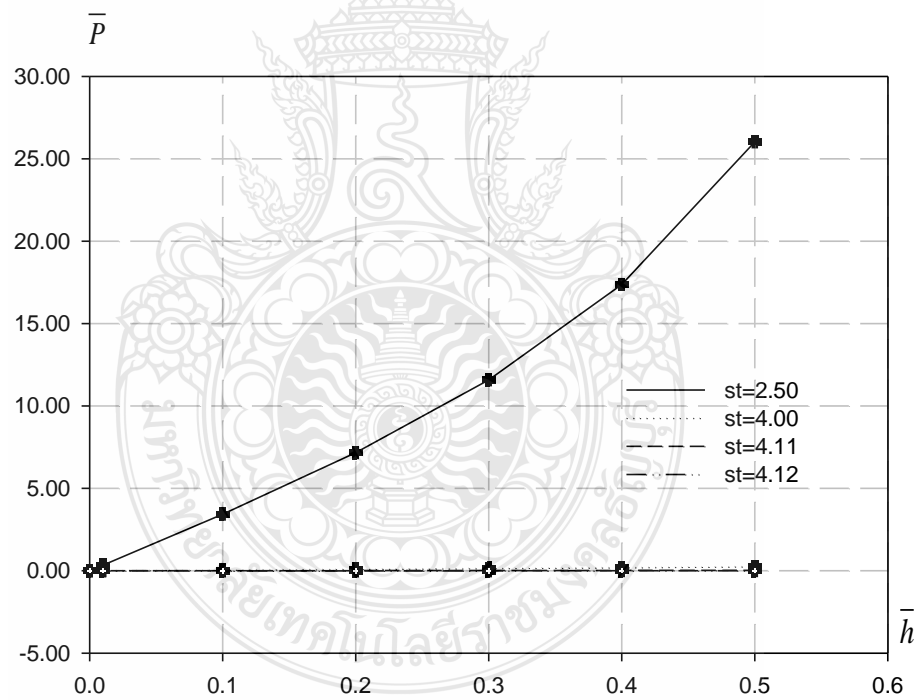
\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 4.00$	$\bar{s}_t = 4.34$	$\bar{s}_t = 4.35$
0	0	0	0	0
0.01	0.348981	0.011749	0.000094	-0.000170
0.10	3.536347	0.117874	0.000996	-0.001649
0.20	7.372690	0.238132	0.002337	-0.002992
0.30	11.913015	0.363310	0.004379	-0.003712
0.40	17.856776	0.496283	0.007504	-0.003471
0.50	26.725705	0.640507	0.012135	-0.001902



รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ ที่ $\bar{w} = 2.00$

ตารางที่ 4.6 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

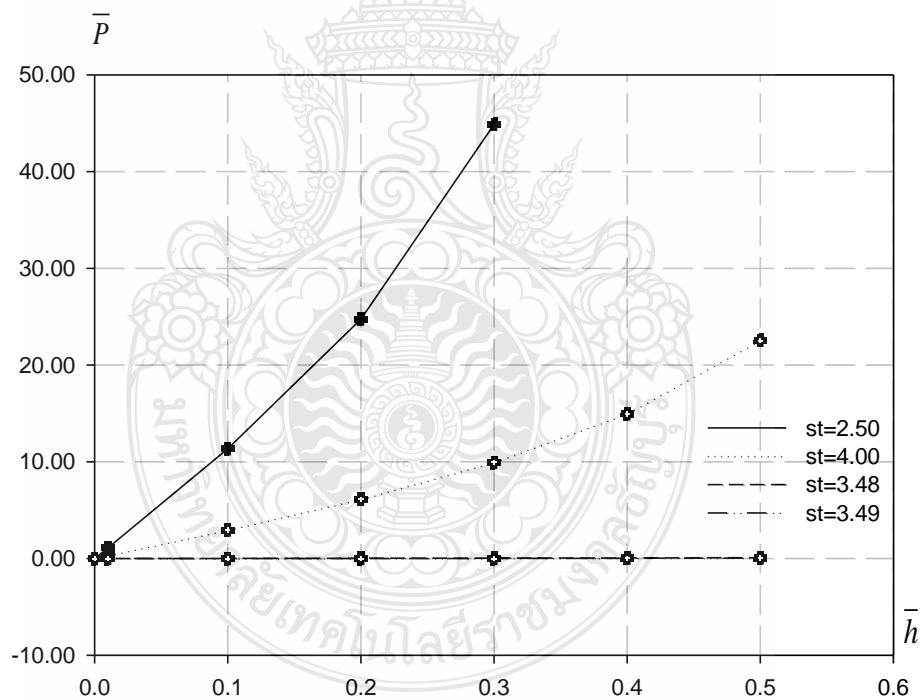
\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 4.00$	$\bar{s}_t = 4.11$	$\bar{s}_t = 4.12$
0	0	0	0	0
0.01	0.338836	0.004502	0.000196	-0.000161
0.10	3.433929	0.045246	0.002060	-0.001521
0.20	7.161597	0.091858	0.004706	-0.002517
0.30	11.578491	0.141278	0.008547	-0.002441
0.40	17.369173	0.195124	0.014246	-0.000706
0.50	26.022252	0.255313	0.022549	0.003346



รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ ที่ $\bar{w} = 2.50$

ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

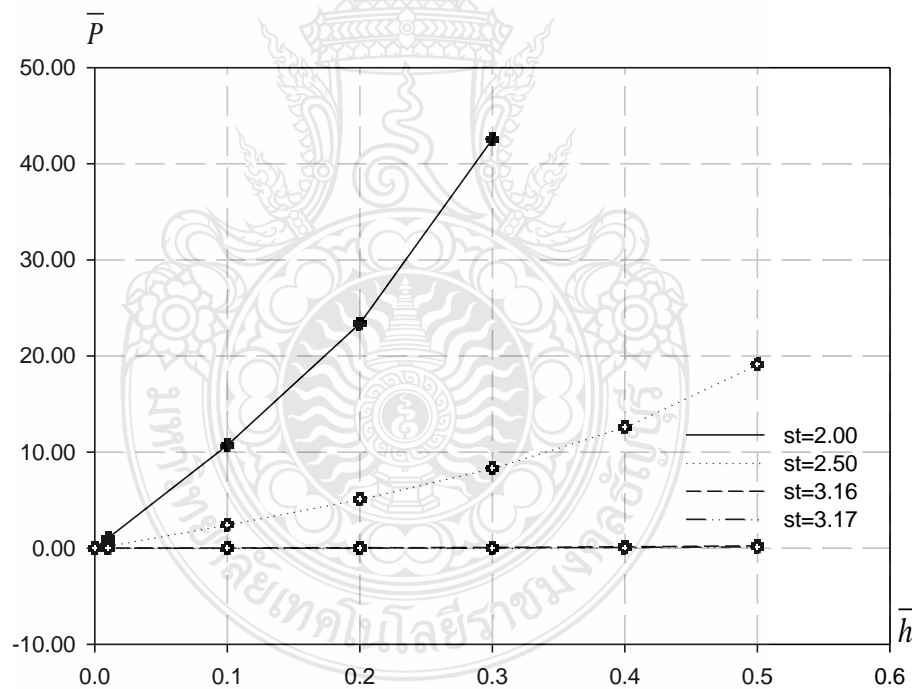
\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 4.00$	$\bar{s}_t = 3.48$	$\bar{s}_t = 3.49$
0	0	0	0	0
0.01	1.106089	0.288781	0.000513	-0.000393
0.10	11.338288	2.928499	0.005589	-0.003513
0.20	24.733560	6.119233	0.014002	-0.004469
0.30	44.883754	9.925094	0.028272	-0.000131
0.40	NA	14.956317	0.051893	0.012638
0.50	NA	22.536503	0.089155	0.037655



รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ ที่ $\bar{w} = 5.00$

ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$

\bar{h}	\bar{P}			
	$\bar{s}_t = 2.00$	$\bar{s}_t = 2.50$	$\bar{s}_t = 3.16$	$\bar{s}_t = 3.17$
0	0	0	0	0
0.01	1.043168	0.240040	0.001342	-0.000217
0.10	10.697859	2.436139	0.014561	-0.001144
0.20	23.369210	5.102651	0.036159	0.004082
0.30	42.545207	8.309687	0.072639	0.022759
0.40	NA	12.593402	0.133653	0.063550
0.50	NA	19.113496	0.232128	0.137965



รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ของระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ \bar{h} กับแรงในแนวราบ ที่ $\bar{w} = 7.50$

4.3 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลอง

4.3.1 ผลการคำนวณความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่ยังทำให้มีเสถียรภาพ

ในการทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติกกายใต้สนามของแรงโน้มถ่วงของโลกอิลาสติกจะถูกบังคับด้วยความยาวส่วนโค้งทั้งหมด (\bar{S}_t) ให้มีค่าคงที่ และทำการทดสอบเสถียรภาพโดยอาศัยแรงกระทำที่กึ่งกลาง \bar{P} ในแนวราบ

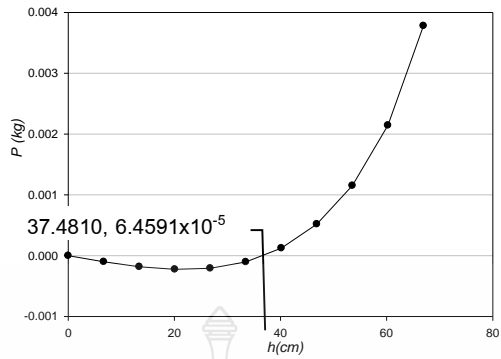
ตารางที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของอิลาสติก (\bar{w}) กับความยาวส่วนโค้งทั้งหมด

ที่เริ่มสูญเสียเสถียรภาพ ($\bar{S}_{t(crit)}$)

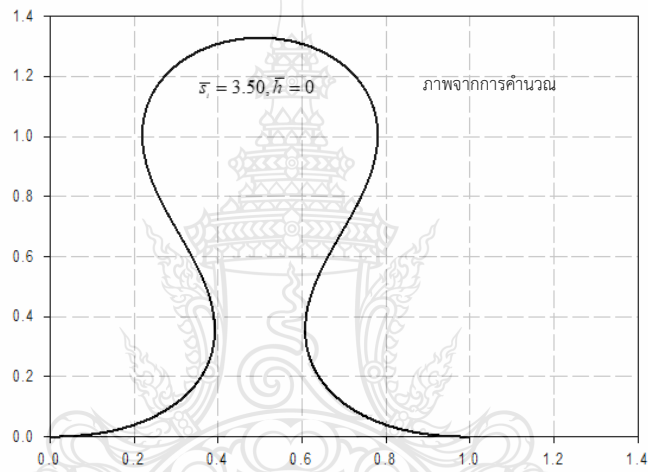
\bar{w}	$\bar{S}_{t(crit)}$
0.50	6.10
1.00	5.20
2.00	4.40
2.50	4.20
5.00	3.49
7.50	3.18

จากตารางที่ 4.9 แสดงความยาวส่วนโค้งวิกฤติที่น้ำหนักของอิลาสติก \bar{w} แปรผันตั้งแต่ 0.5 ถึง 7.5 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อน้ำหนักบรรทุกเพิ่มมากขึ้น ความยาวส่วนโค้งที่ทำให้อิลาสติกเริ่มไร้เสถียรภาพจะยิ่งลดลงอันเนื่องมาจากผลของแรงโน้มถ่วงที่เพิ่มมากขึ้นนั่นเอง

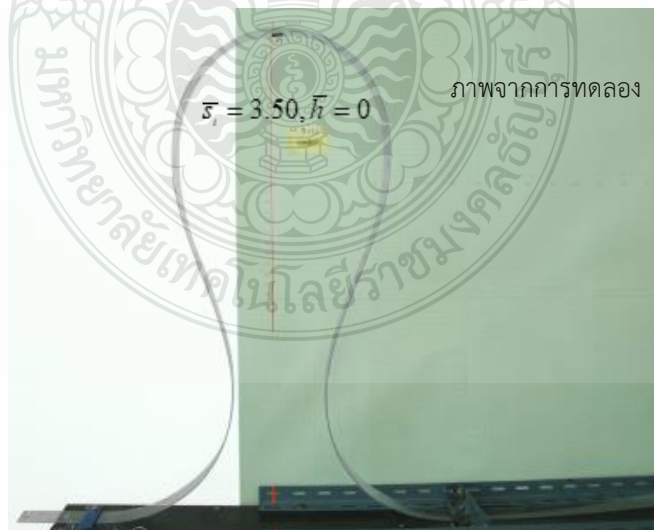
จากข้อมูลตามตารางที่ 4.9 ที่ $\bar{w} = 5.00$ และ 7.50 นำผลที่ได้ไปใช้เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการทดลองอย่างง่าย ทั้งนี้เพราะจากคุณสมบัติของวัสดุที่เลือกใช้เป็นแผ่นโพลีคาร์บอเนต การเลือกใช้ \bar{w} ในช่วงดังกล่าวมีความสะดวกในการเลือกขนาดของวัสดุและง่ายต่อการอ่านค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ (\bar{h}) และแรงในแนวราบ (\bar{P}) การทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติกทำได้โดยการสังเกตเครื่องหมายของสติเฟนส ที่ด้านทานการเคลื่อนที่ในแนวราบภายใต้แรงกระทำ \bar{P} หากมีค่าเป็นบวกแสดงถึงการเสถียรภาพ แต่หากเป็นลบแสดงว่า ไร้เสถียรภาพ ซึ่งแสดงให้เห็นดังรูปที่ 4.10 เมื่อ $\bar{w} = 5.00$ และ $\bar{S}_t = 3.50$ โดยรูปร่างของอิลาสติกที่ตั้งตรงมีความไร้เสถียรภาพ ดังนั้นอิลาสติกจึงไม่สามารถตั้งตรงได้เช่นเดียวกับรูปที่ 3.3 อิลาสติกจะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเพื่อหาจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพใหม่ที่ระยะ $h = 37.4810$ cm ซึ่งในกรณีนี้แสดงได้ในรูปที่ 4.11 ถึง 4.12 และในทำนองเดียวกันในรูปที่ 4.13 ถึง 4.15 ซึ่ง $\bar{w} = 7.50$ และ $\bar{S}_t = 3.20$ ซึ่งรูปร่างในแนวตั้งตรงของอิลาสติกมีความไร้เสถียรภาพ แต่จะมีจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพใหม่คือที่ระยะ $h = 54.3979$ cm.



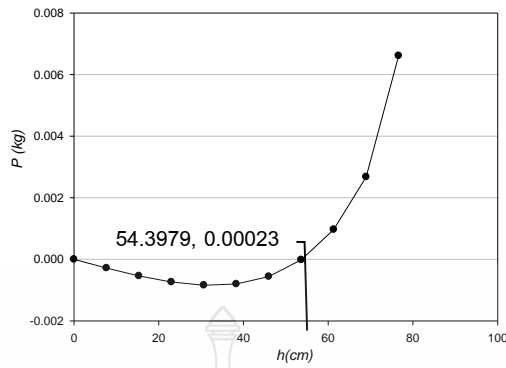
รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ $\bar{w} = 5.00$, $\bar{s}_r = 3.50$, $\bar{h} = 0$



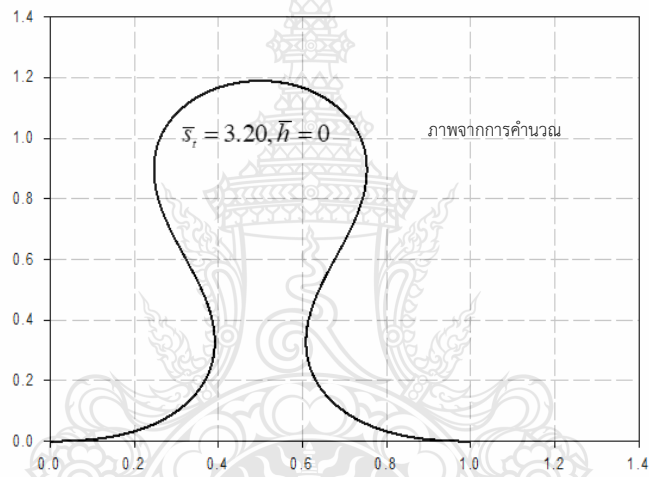
รูปที่ 4.11 รูปร่างการเสี้ยวรูปจากการคำนวณ ที่ $\bar{w} = 5.00$, $\bar{s}_r = 3.50$, $\bar{h} = 0$



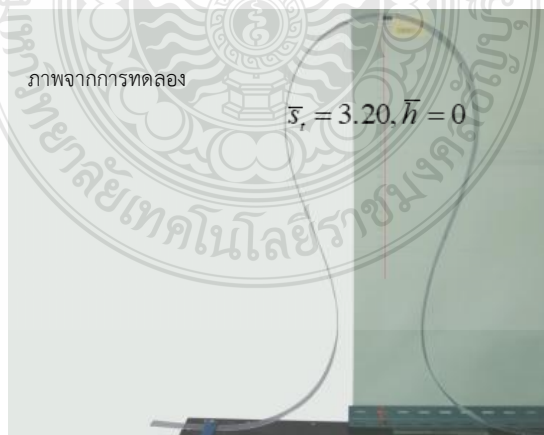
รูปที่ 4.12 รูปร่างการเสี้ยวรูปจากการทดลอง ที่ $\bar{w} = 5.00$, $\bar{s}_r = 3.50$, $\bar{h} = 0$



รูปที่ 4.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ $\bar{w} = 7.50$, $\bar{s}_t = 3.20$, $\bar{h} = 0$



รูปที่ 4.14 รูปร่างการเสียรูปจากการคำนวณ ที่ $\bar{w} = 7.50$, $\bar{s}_t = 3.20$, $\bar{h} = 0$



รูปที่ 4.15 รูปร่างการเสียรูปจากการทดลองที่ $\bar{w} = 7.50$, $\bar{s}_t = 3.20$, $\bar{h} = 0$

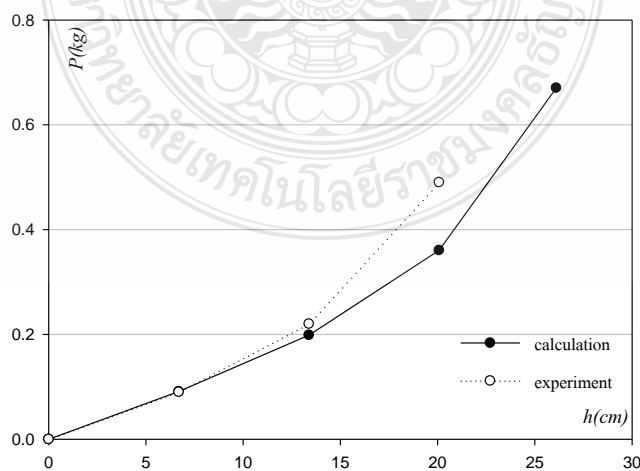
เพื่อแสดงให้เห็นความสอดคล้องของผลเชิงทฤษฎีและผลเชิงการทดลอง จะแสดงผลการเปรียบเทียบแรงในแนวราบที่ $\bar{w} = 5.00$ และ 7.50 ที่ \bar{S}_f ต่าง ๆ กัน ดังแสดงในหัวข้อ 4.3.2

4.3.2 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลองจำแนกรายกรณี

จากความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของอิลาสติกคา (\bar{w}) และความยาวส่วนโค้งวิกฤติ ($\bar{S}_{f(crit)}$) แสดงในตารางที่ 4.9 นำผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา (\bar{w}) เท่ากับ 5.00 และ 7.50 ไปทำการทดสอบเสถียรภาพด้วยการทดลอง เพื่อเปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลจากการทดลอง โดยทำการทดสอบกับอิลาสติกคาที่มีความกว้าง 2 ขนาด คือ 2.50 cm และ 5.00 cm ผลเป็นดังนี้

ตารางที่ 4.10 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคาขนาด 2.50 cm. , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{S}_f = 2.0$

\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	11.34	0.0911	0.09
0.2	13.386	24.73	0.1987	0.22
0.3	20.079	44.88	0.3605	0.49
0.39	26.103	83.44	0.6702	NA

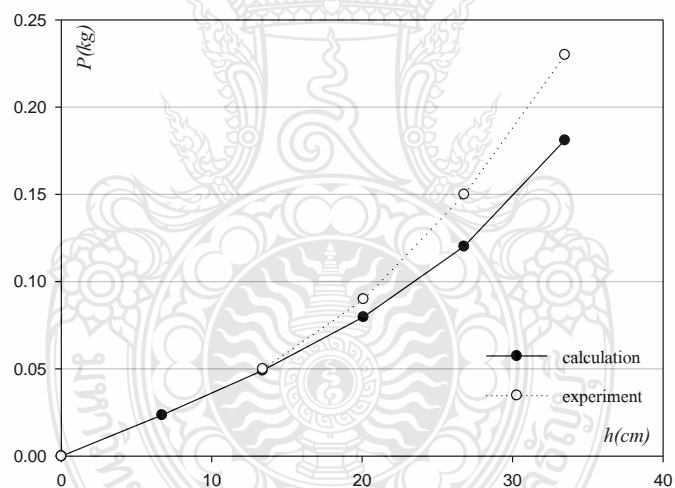


รูปที่ 4.16 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{S}_f = 2.0$

ตารางที่ 4.11 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคาขนาด

2.50 cm. , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

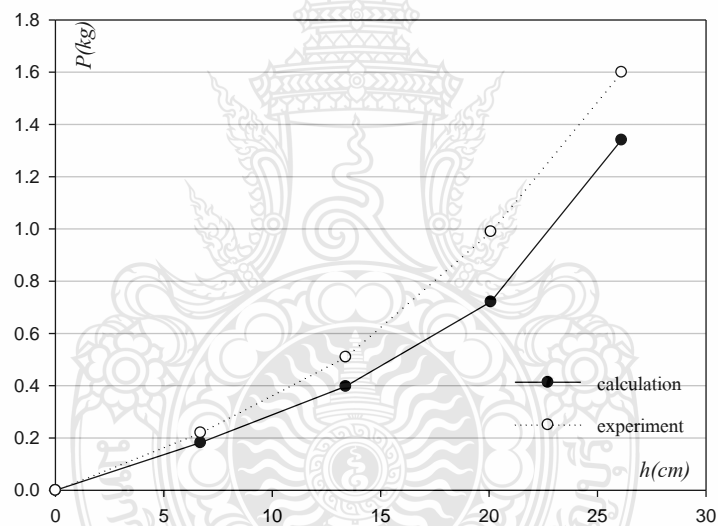
\bar{h} (ไร้นหน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้นหน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	2.93	0.0235	NA
0.2	13.386	6.12	0.0491	0.05
0.3	20.079	9.93	0.0797	0.09
0.4	26.772	14.96	0.1201	0.15
0.5	33.466	22.54	0.1810	0.23



รูปที่ 4.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

ตารางที่ 4.12 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคาขนาด 5.00 cm. , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

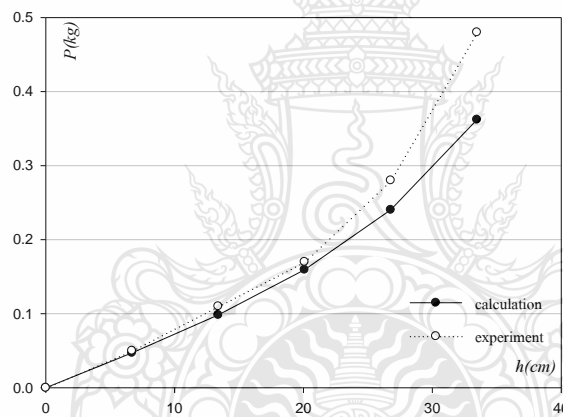
\bar{h} (ไร่หน่วย)	$h(\text{cm})$ (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	11.34	0.1821	0.22
0.2	13.386	24.73	0.3973	0.51
0.3	20.079	44.88	0.7210	0.99
0.39	26.103	83.44	1.3404	1.60



รูปที่ 4.18 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

ตารางที่ 4.13 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคาขนาด 5.00 cm. , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	2.93	0.0470	0.05
0.2	13.386	6.12	0.0983	0.11
0.3	20.079	9.93	0.1594	0.17
0.4	26.772	14.96	0.2403	0.28
0.5	33.460	22.54	0.3620	0.48



รูปที่ 4.19 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

จากผลในตารางที่ 4.10 ถึง 4.11 และรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ 4.16 ถึง 4.17 พบว่า ที่ $b = 2.50$ cm, $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0$ ถึง 0.2 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขและผลเชิงทดลองให้ค่า P ใกล้เคียงกัน โดยที่เมื่อ \bar{h} เพิ่มขึ้นค่า P จะเพิ่มขึ้นตาม จนถึงที่ระยะ $\bar{h} = 0.39$ จะให้ค่า P สูงสุด แต่ผลเชิงการทดลองไม่สามารถวัดค่า P ได้ เมื่อ \bar{h} มีค่ามากกว่านี้เนื่องจากวัสดุเกิดการยึดรั้งกับจุดรองรับ

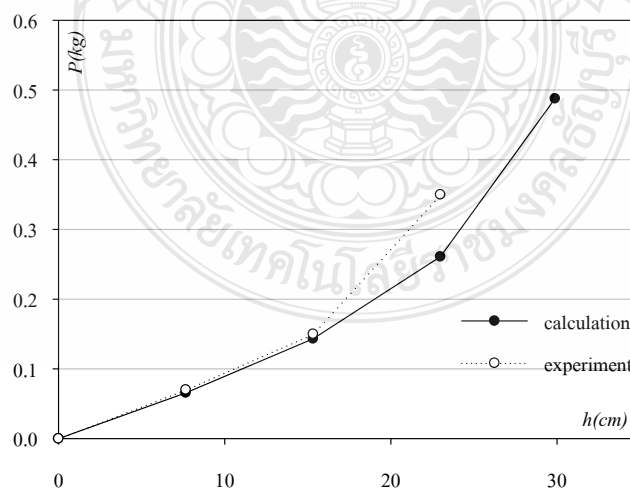
เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดเพิ่มขึ้นเป็น $\bar{s}_r = 2.5$ พบว่า ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.1$ ผลการทดลองจะไม่สามารถอ่านค่า P ได้ เนื่องจากข้อจำกัดของเครื่องมือวัดที่ไม่สามารถอ่านค่าแรงที่ค่าแรงน้อยมาก ๆ ได้ เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลเชิงการทดลองจะมีค่าใกล้เคียงกันที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.2$ ถึง 0.3 เมื่อ \bar{h} มีค่ามากกว่า 0.3 จะทำให้เกิด

ความแตกต่างระหว่างค่า P จากการคำนวณเชิงตัวเลขและการทดลองมากขึ้น เป็นผลจากการยึดรั้งกับจุดรองรับของวัสดุ

จากผลในตารางที่ 4.12 ถึง 4.13 และรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ 4.18 ถึง 4.19 พบว่า ที่ $b = 5.00$ cm , $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ และ $\bar{s}_r = 2.5$ ผลเชิงทดลองให้ P เป็น 2 เท่า ของแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm และที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $h = 0.1$ ผลเชิงการทดลองสามารถอ่านค่า P ได้ 0.05 kg โดยแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm นั้น อ่านค่าไม่ได้ ซึ่งเป็นการยืนยันได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขมีความสอดคล้องกันกับผลการทดลอง

ตารางที่ 4.14 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติกคาขนาด 2.50 cm. , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

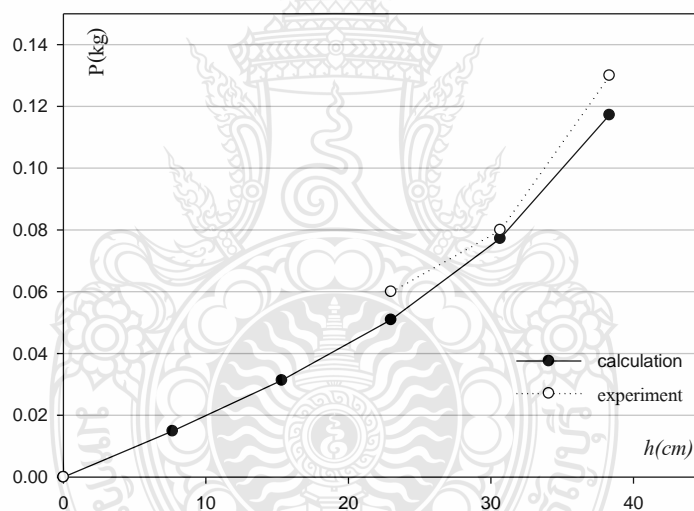
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	10.70	0.0656	0.07
0.2	15.323	23.37	0.1432	0.15
0.3	22.985	42.55	0.2608	0.35
0.39	29.881	79.56	0.4877	NA



รูปที่ 4.20 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

ตารางที่ 4.15 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคาขนาด 2.50 cm. , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

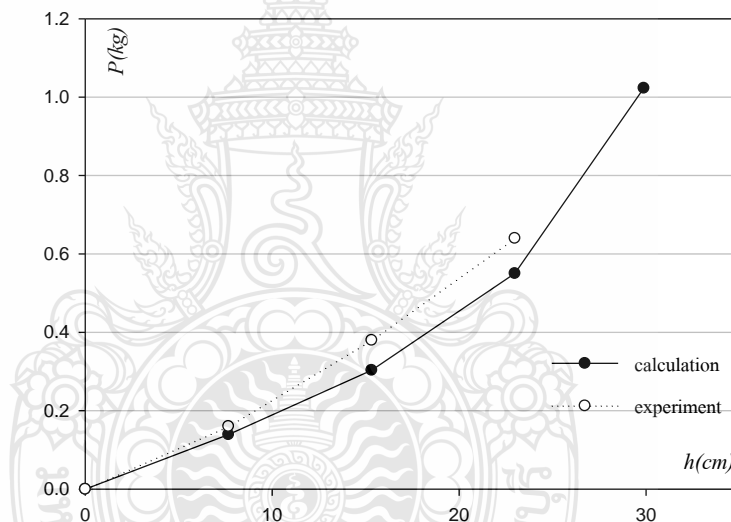
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	2.44	0.0149	NA
0.2	15.323	5.10	0.0313	NA
0.3	22.985	8.31	0.0509	0.06
0.4	30.647	12.59	0.0772	0.08
0.5	38.308	19.11	0.1172	0.13



รูปที่ 4.21 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

ตารางที่ 4.16 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคาขนาด 5.00 cm. , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

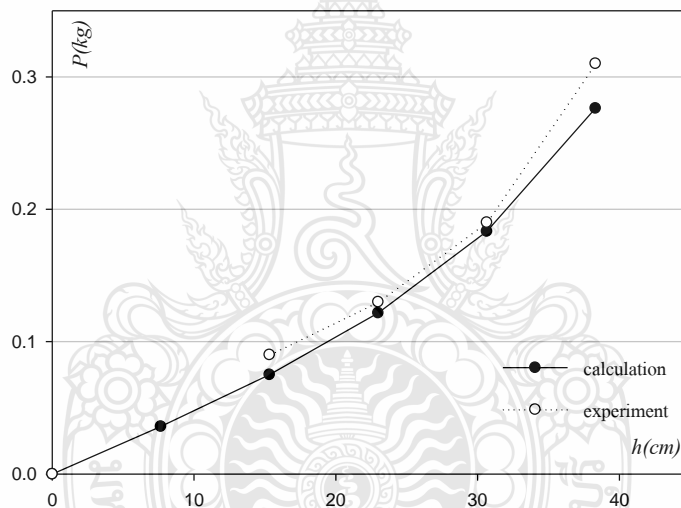
\bar{h} (ไร้หน่วย)	$h(\text{cm})$ (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	11.34	0.1390	0.16
0.2	15.323	24.73	0.3032	0.38
0.3	22.985	44.88	0.5502	0.64
0.39	29.881	83.44	1.0229	NA



รูปที่ 4.22 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติคคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

ตารางที่ 4.17 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง กับอิลาสติคคาขนาด 5.00 cm. , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	2.93	0.0359	NA
0.2	15.323	6.12	0.0750	0.09
0.3	22.985	9.93	0.1217	0.13
0.4	30.647	14.96	0.1833	0.19
0.5	38.308	22.54	0.2763	0.31



รูปที่ 4.23 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่อิลาสติคคา ขนาด 5.00 cm $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

จากผลในตารางที่ 4.14 ถึง 4.15 และรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ 4.20 ถึง 4.21 พบว่า ที่ $b = 2.50$ cm , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0$ ถึง 0.2 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขและผลเชิงทดลองให้ค่าแรง P ใกล้เคียงกัน โดยที่เมื่อ \bar{h} เพิ่มขึ้น P จะเพิ่มขึ้นตาม จนถึงที่ระยะ $\bar{h} = 0.39$ จะให้ค่า P สูงสุด แต่ผลเชิงทดลองไม่สามารถวัดค่า P ได้ เมื่อ \bar{h} มีค่ามากกว่านี้เนื่องจากวัสดุเกิดการยึดรั้งกับจตุรรองรับ และข้อจำกัดของเครื่องมือในการวัดและอ่านค่า รวมถึงความคลาดเคลื่อนจากการใช้ค่า E ที่ได้จากการทดลองอย่างและคำนวณย้อนกลับ

เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดเพิ่มขึ้นเป็น $\bar{s}_r = 2.5$ พบว่า ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0$ ถึง 0.2 ผลการทดลองจะไม่สามารถอ่านค่า P ได้ เนื่องจากข้อจำกัดของเครื่องมือวัดที่ไม่

สามารถอ่านค่าแรงที่ค่าแรงน้อยมาก ๆ ได้ เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลเชิงการทดลองจะมีค่าใกล้เคียงกันที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.3$ ถึง 0.5

จากผลในตารางที่ 4.16 ถึง 4.17 และรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P ที่ 4.22 ถึง 4.23 พบว่า ที่ $b = 5.00$ cm , $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ และ $\bar{s}_r = 2.5$ ผลเชิงทดลองให้ P เป็น 2 เท่า ของแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm และที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.2$ ผลเชิงการทดลองสามารถอ่านค่า P ได้ 0.09 kg โดยแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm นั้น อ่านค่าไม่ได้ ซึ่งเป็นที่ยืนยันได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขมีความสอดคล้องกันกับผลการทดลอง

4.3.3 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลองภาพรวม

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงทฤษฎีและการทดลองในภาพรวมสามารถแยกสรุปตามความสัมพันธ์ได้ดังนี้

(1) เมื่อความกว้างของแผ่นอีลาสติคคา (b) มีค่าแปรเปลี่ยน เมื่อกำหนดให้น้ำหนักของอีลาสติคคา \bar{w} และความยาวส่วนโค้งทั้งหมด \bar{s}_r มีค่าคงที่ พบว่า เมื่อความกว้างของอีลาสติคคา มีค่ามากขึ้นเป็น 2 เท่า ของแผ่นที่มีมีความกว้าง 2.50 cm จากผลการทดลองจะทำให้แรงที่กระทำในแนวราบ (\bar{P}) มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า ของแรงที่กระทำต่อแผ่นขนาด 2.5 cm

(2) เมื่อน้ำหนักของอีลาสติคคา \bar{w} มีค่าแปรเปลี่ยน เมื่อกำหนดให้ความกว้างของแผ่นอีลาสติคคา (b) และความยาวส่วนโค้งทั้งหมด \bar{s}_r มีค่าคงที่ พบว่า เมื่อน้ำหนักของอีลาสติคคา \bar{w} มีค่ามากขึ้น ค่าของแรงที่กระทำในแนวราบ (\bar{P}) มีค่าลดลง ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ (\bar{h}) ที่เท่ากัน

(3) เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมด (\bar{s}_r) มีค่าแปรเปลี่ยน เมื่อกำหนดให้ความกว้างของแผ่นอีลาสติคคา (b) และน้ำหนักของแผ่นอีลาสติคคา \bar{w} มีค่าคงที่ เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมด \bar{s}_r มีค่ามากขึ้น ค่าของแรงที่กระทำในแนวราบ (\bar{P}) มีค่าลดลง ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ (\bar{h}) ที่เท่ากัน

บทที่ 5

สรุปผลการศึกษา

5.1 ก่อนการทดสอบเสถียรภาพ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาถึงพฤติกรรมการแอ่นตัวมากและการมีเสถียรภาพของอิลาสติคคาภายใต้แรงอัดในแนวแกน สนามของแรงโน้มถ่วงของโลก และการให้แรง P กระทำที่กึ่งกลางของอิลาสติคคาในแนวราบ โดยการใช้ทฤษฎีอิลาสติคคาและเทคนิควิธียิงเป้าร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุงเง-คูดตา ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่แตกต่างกัน ซึ่งจากการศึกษาพบว่าแรงโน้มถ่วงของโลกที่อยู่ ในรูปของน้ำหนักของอิลาสติคคาส่งผลต่อความยาวส่วนโค้งวิกฤติ $\bar{S}_{i(crit)}$ และแรงที่กระทำตามแนวแกน $\bar{N}_{(crit)}$ คือเมื่อน้ำหนักของอิลาสติคคาเพิ่มมากขึ้น ค่าความยาวส่วนโค้งวิกฤติจะมีค่าลดลง และค่าแรงอัดที่กระทำตามแนวแกนที่ความยาวส่วนโค้งวิกฤติก็จะเพิ่มขึ้นตามลำดับ

5.2 ขณะทำการทดสอบเสถียรภาพ

การศึกษาพฤติกรรมการมีเสถียรภาพของอิลาสติคคาภายใต้แรงอัดในแนวแกน สนามของแรงโน้มถ่วงของโลก และการให้แรงในแนวราบกระทำที่กึ่งกลางของอิลาสติคคา เพื่อทดสอบความมีเสถียรภาพ ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุงเง-คูดตา ผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่าเมื่อน้ำหนักของอิลาสติคคาเพิ่มมากขึ้น ค่าความยาวส่วนโค้งวิกฤติจะมีค่าลดลง และเมื่อให้แรงในแนวราบมากระทำที่กึ่งกลางของอิลาสติคคาเพื่อทดสอบความมีเสถียรภาพที่น้ำหนักต่าง ๆ ความยาวส่วนโค้งทั้งหมด (\bar{s}_r) จะมีค่ามากขึ้น ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ (\bar{h}) ที่เท่ากันค่าแรงกระทำในแนวราบ (\bar{P}) จะมีค่าลดลง เมื่อเปรียบเทียบผลการทดลองพบว่ามีความสอดคล้องกับผลการคำนวณเชิงตัวเลข

5.3 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลองภาพรวม

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงทฤษฎีและการทดลองในภาพรวมสามารถสรุปได้ว่าค่าที่ได้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี มีความน่าเชื่อถือในระดับที่ดี

บรรณานุกรม

- B.Phungpaingam, "Effect of Self – Contact on Postbuckling Behavior of Variable – Arc–Length Elastica," The Nineth PSU Engineering Conference, May 2-3, 2011.
- B.Phungpaingam and S.Chucheepsakul, "Postbuckling Behavior of Variable-Arc-Length Elastica Connected with a Rotational Spring Joint Including the Effect of Configurational Force," *Meccanica*, vol. 53, pp.2619-2636, 2018.
- B.Phungpaingam and S.Chucheepsakul, "Post-buckling of an Elastic Column with Various Rotational End Restraints," *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 5 No.1, 2005.
- C.Y. Wang, "Post-Buckling of a Clamped –Simply Supported Elastica," *International J.Non-Linear Mechanics*, vol. 32 No.6, pp. 1115-1122, 1997.
- S. Banu, G. Saha and S. Saha, "Multisegment Integration Technique for Post-Buckling Analysis of Pinned-Fixed Slender Elastic Rods," *BRAC University Journal*, vol. 2, pp.1-7,2008.
- ทินกร มนต์ประภัสสร, "การวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้โดยคำนึงถึงผลของการยึดรั้งและความเสียดทานของที่รองรับ," *วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี*, 2540.
- กฤษณะชัย จันทรวง และคณะ, "การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ที่มีคุณสมบัติของวัสดุแบบไม่เชิงเส้นภายใต้น้ำหนักบรรทุกตัวเองกระจายอย่างสม่ำเสมอ," *การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 15, อุบลราชธานี*, 2553.
- สมเจตน์ อยู่สนิท, "การใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีปลายข้างหนึ่งเลื่อนได้อย่างอิสระ," *วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี*, 2536.
- สุรพันธ์ บุญเจริญ, "การวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีปลายเลื่อนได้อย่างอิสระโดยใช้วิธีอิลิปติกอินทิกรัล," *วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี*, 2536.

บรรณานุกรม (ต่อ)

- สุนิสา รอดสังวาล, “การวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์,” วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 2541.
- นฤพนธ์ ศิลากากุล, “การแอ่นตัวมากของคานที่ทำมาจากวัสดุแบบไม่เชิงเส้น,” วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 2548.
- B.Phungpaingam, L.N.Virgin and S.Chucheepsakul, “Stability of Spatial Elastica in a Gravitational Field. International Journal of Structural Stability and Dynamics. 2011.
- จีระพงษ์ เทพพิทักษ์, “การวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานช่วงเดียวที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ ภายใต้น้ำหนักบรรทุกทุกแบบต่าง ๆ,” วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 2538.
- ศรัณย์ ชุ่มกลัด, “ผลกระทบของปลายยื่นของอีลาสติคคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ โดยมีแรงกระทำภายใต้น้ำหนักบรรทุกของตัวเอง,” วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี, 2560.
- สุนทร เกียรติคงศักดิ์ และสมชาย ชูชีพสกุล, “พฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของคานอย่างง่ายภายใต้สภาพบังคับที่ปลาย,” การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 10, ชลบุรี, 2548.
- M. Brojan, M.Sitar and F. Kosel, “On Static Stability of Nonlinearly Elastic Euler’s Obeying the Modified Ludwick’s Law,” Int. J. Structural Stability and Dynamics. Vol.12(6), 2012.
- V.V. Kuznetsov and S.V. Levyakov, “Complete Solution of the Stability Problem for Elastica of Euler’s Column,” Int. Nonlinear Mechanics, Vol.37, pp.1003-1009, 2002.
- L.N. Virgin and R.H. Plaut, “Postbuckling and Vibration of Linearly Elastic and Softening Columns under Self-Weight,” Int J. Solids and Structures. Vol.41 (18-19). pp.4989-5001, 2004.

บรรณานุกรม (ต่อ)

L.N. Virgin, S.T. Santillan and D.B. Holland, “Effect of Gravity on Vibration of Vertical Cantilever, Mechanics Research Communications,” Vol.34(3). pp. 312-317, 2007.

ปราโมทย์ เตชะอำไพ และนิพนธ์ วรรณโสภาคย์, ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม, กรุงเทพมหานคร , สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2553, หน้า 68-70.

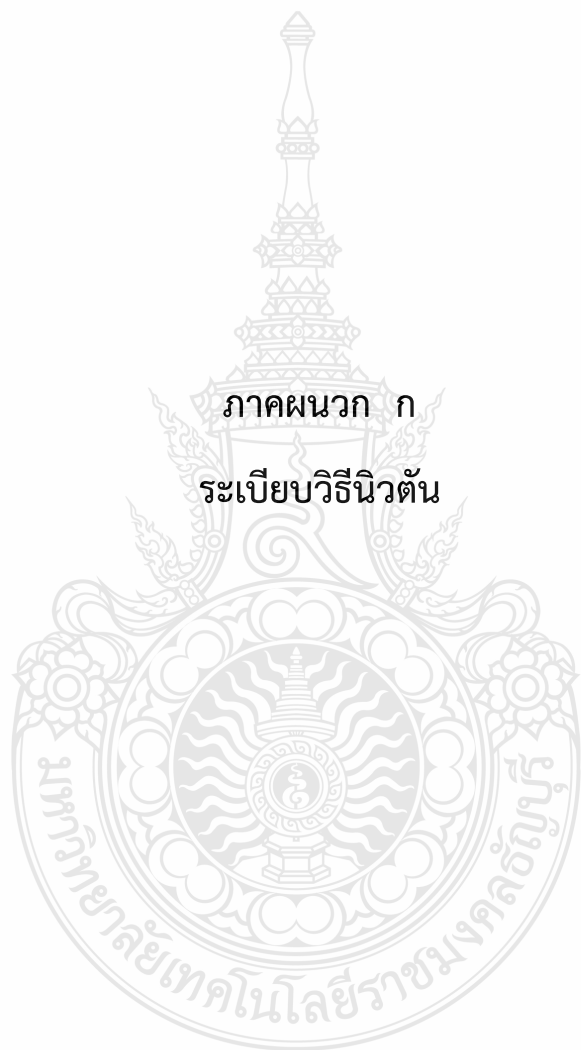
มนัส สัจจวิไล และวรัตน์ ภัทรอมรกุล, คู่มือการใช้งาน MATLAB ฉบับสมบูรณ์, นนทบุรี, สำนักพิมพ์อินโฟเพรส, 2543.

เอกรัฐ สมัครรัฐกิจ, ทฤษฎีเสถียรภาพอิลาสติกเบื้องต้น, สงขลา, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.



ภาคผนวก





ภาคผนวก ก
ระเบียบวิธีนิเวศน์

โดยการใช้ทฤษฎีการกระจายอนุกรมของเทเลอร์ (Taylor Series) กับฟังก์ชันไร้เชิงเส้นจำนวน n สมการสามารถจัดรูปได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \quad (\text{ก. 1})$$

จากสมการ (ก. 1) สามารถจัดรูปแบบสมการได้อีกแบบหนึ่งคือ

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \Delta x_j = -F_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{ก. 2})$$

หรืออีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$[J][\Delta x] = -[F] \quad (\text{ก. 3})$$

โดยที่เมตริกซ์ J คือ ยาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian Matrix) มีค่าตามสมการต่อไปนี้

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \quad \text{เมื่อ } i \text{ และ } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{ก. 4})$$

จากสมการ (ก. 1) ถึง (ก. 3) เป็นสมการที่มีเป้าหมายในการหาค่าของ Δx_j เพื่อเป็นค่าปรับแก้ของค่าเดิม x_{old} โดยมีขั้นตอนในการหาค่าปรับแก้ Δx_j ดังต่อไปนี้

1. สมมติค่าเริ่มต้นของตัวแปร x_1, x_2, \dots, x_n
2. ทำการหาค่าของ F_1, F_2, \dots, F_n และค่าของ J_{ij} จากสมการ (ก. 4)
3. ทำการหาค่าของ $[\Delta x]$ โดยใช้กระบวนการกำจัดแบบเกาส์ โดยใช้สมการ (ก. 3)
4. จากขั้นตอนที่ 3 จะได้ค่าปรับแก้ $[\Delta x]$ ซึ่งเมื่อนำไปรวมกับค่าเดิมจะได้ค่าใหม่ ดังสมการต่อไปนี้

$$[x_{new}]^{K+1} = [x_{old}]^K + [\Delta x]^k \quad (\text{ก. 5})$$

โดยที่ค่า k คือค่าที่บอกถึงจำนวนของการกระทำซ้ำ

5. จากนั้นให้ทำการตรวจสอบค่าของ $[F]$ ว่ามีค่าที่เข้าใกล้ศูนย์หรือไม่ถ้ายังไม่เข้าใกล้ศูนย์ให้หาค่าปรับแก้ใหม่โดยอาศัยสมการ (ก. 3) เช่นเดิม ทำเช่นนี้จนกว่าค่าของ $[F]$ จะมีค่าที่เข้าใกล้ศูนย์จึงจะหยุดกระบวนการได้

สำหรับรายละเอียดของระเบียบวิธีนี้วัตันสามารถศึกษาได้ปราโมทย์ เดชะอำไพ และ นิพนธ์ วรรณโสภากย์ [20]

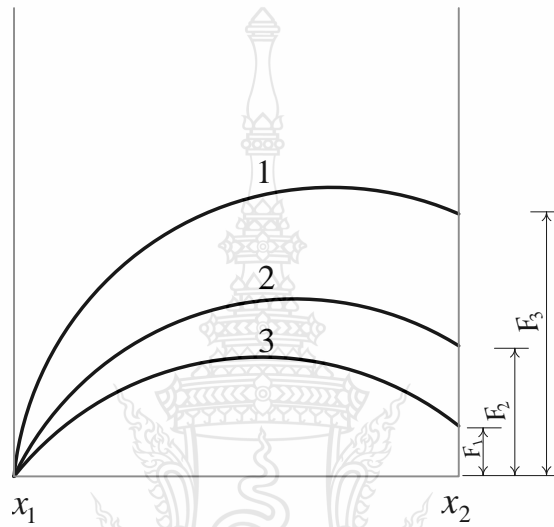


ภาคผนวก ข

ระเบียบวิธีวิจัยเป้า



วิธีการนี้เป็นวิธีการเชิงตัวเลขวิธีการหนึ่งซึ่งสามารถจัดการกับปัญหาของระบบสมการอนุพันธ์ที่ขึ้นกับตัวแปร 1 ตัว โดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบ 2 จุด (จุดเริ่มต้น x_1 และ จุดปลาย x_2) ได้เป็นอย่างดี โดยมีหลักการคือพยายามปรับแก้ค่าที่ทำการประมาณจนกระทั่งค่าเหล่านั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตทั้ง 2 จุด ตามภาพที่ ข.1 โดยที่วิธีการปรับแก้ที่ใช้คือวิธีการ Newton-Raphson



รูปที่ ข.1 วิธีการยิงเป้า

กระบวนการในการแก้ปัญหานี้โดยใช้ระเบียบวิธีการยิงเป้าซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ที่จุดเริ่มต้น x_1 นี้จะมีค่าเริ่มต้นอยู่ N ค่าแต่ละค่าเหล่านี้จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่ x_1 อยู่ n_1 ค่า ดังนั้นจะเหลือค่าของพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องอาศัยการประมาณค่าอยู่ $n_2 = N - n_1$ ค่าซึ่งจะเรียกพารามิเตอร์เหล่านี้ว่า เวกเตอร์ V มีขนาดเท่ากับ $n_2 \times 1$ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$y_i(x_1) = y_i(x_1, V_1, \dots, V_{n_2}) \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{ข. 1})$$

2. ทำการอินทิเกรตระบบสมการอนุพันธ์จากจุด x_1 ไปจนถึงจุด x_2 ณ ตำแหน่ง x_2 นี้ให้ทำการหาค่าความแตกต่างของค่าที่อินทิเกรตได้ กับ เงื่อนไขขอบเขตที่ x_2 ซึ่งเรียกค่านี้ว่า เวกเตอร์ของค่าที่แตกต่าง (Discrepancy vector F) ซึ่งเวกเตอร์นี้มีขนาดเท่ากับ $n_2 \times 1$ เช่นเดียวกับเวกเตอร์ V

3. ใช้กระบวนการ Newton-Raphson เพื่อหาค่าของเวกเตอร์ V ที่ทำให้เวกเตอร์ F มีค่าเป็นศูนย์ โดยมีขั้นตอนในการปรับแก้ดังนี้

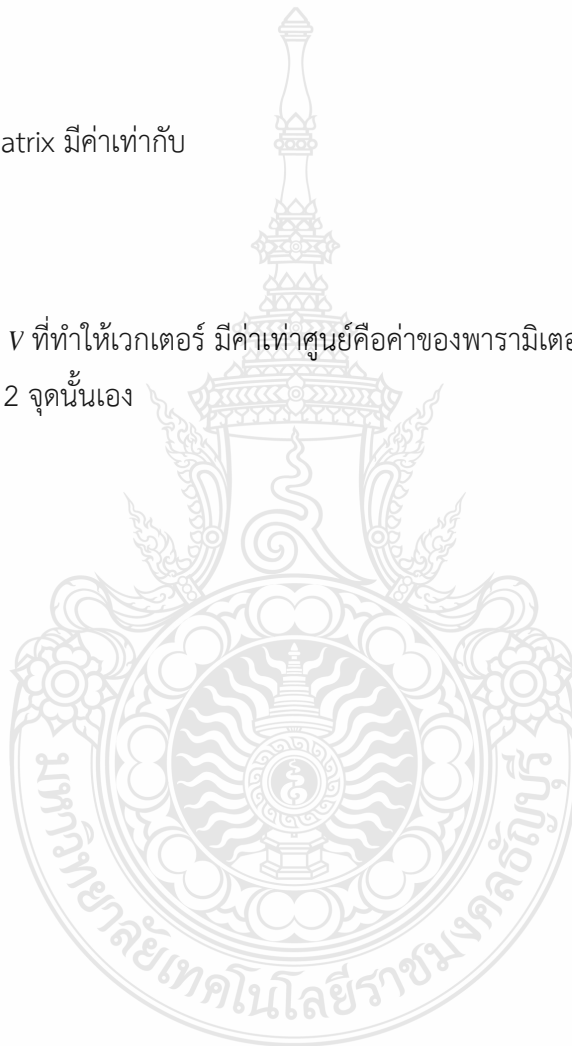
$$V_{new} = V_{old} + \delta V \quad (\text{ข. 2})$$

$$J \cdot \delta V = -F \quad (\text{ข. 3})$$

J คือ Jacobian Matrix มีค่าเท่ากับ

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial V_j} \quad (\text{ข. 4})$$

ค่าของเวกเตอร์ V ที่ทำให้เวกเตอร์ F มีค่าเท่าศูนย์คือค่าของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตทั้ง 2 จุดนั่นเอง



ภาคผนวก ค

โปรแกรมคำนวณ



ค.1 ก่อนการทดสอบเสถียรภาพ

```
function clampvalsleeve
clear
format long
global st fig w h
int fig
dv=0.00001;
w=input('self-weight w= ');
st=input('total arch length st = ');
h=input('displacement h= ');
v(1)=input('end moment M= ');
v(2)=input('reaction v= ');
v(3)=input('horizontal force N= ');
v(4)=input('stability force P= ');
lim=input('limitation= ');
disp('input the increment step forward input positive values, step backward input
negative values');
inc=input('increment= ');
fig=input('Do you want to plot a graph? (yes=1)');
fid=fopen('output.txt','wt');
fprintf(fid,'st h N V M P\n');
%while (h<lim)
while (st<lim)
while (st>lim) step backward
    v0=[v(1) v(2) v(3) v(4)];
    options=optimset('TolFun',1e-15,'TolX',1.0e-15);
    [v fval]=fsolve('score_clampsleeve',v0,options)
    test=max(abs(fval));
    while (test>=1e-9&&j<=25)
```

```

options=optimset('TolFun',1e-15,'TolX',1.0e-15);
v(1)=v(1)+dv;v(2)=v(2)+dv;v(3)=v(3)+dv;v(4)=v(4)+dv;
[v fval]=fsolve('score_clampsleeve',v0,options)
end
if (test>1e-9&&j>25)
    error('results not converge, try again');
end
fprintf(fid,'%15.11f      %15.11f      %15.11f      %15.11f      %15.11f
%15.11f      %15.11f\n',st,h,v(1),v(2),v(3),v(4),test);
%h=h+inc
st=st+inc
end
fclose(fid)
end

function dydx=odes_clampsleeve(x,y)
global w
dydx=zeros(6,1);
dydx(1)=0;
dydx(2)=w;
dydx(3)=-y(2)*cos(y(6))+y(1)*sin(y(6));
dydx(4)=cos(y(6));
dydx(5)=sin(y(6));
dydx(6)=y(3);
end

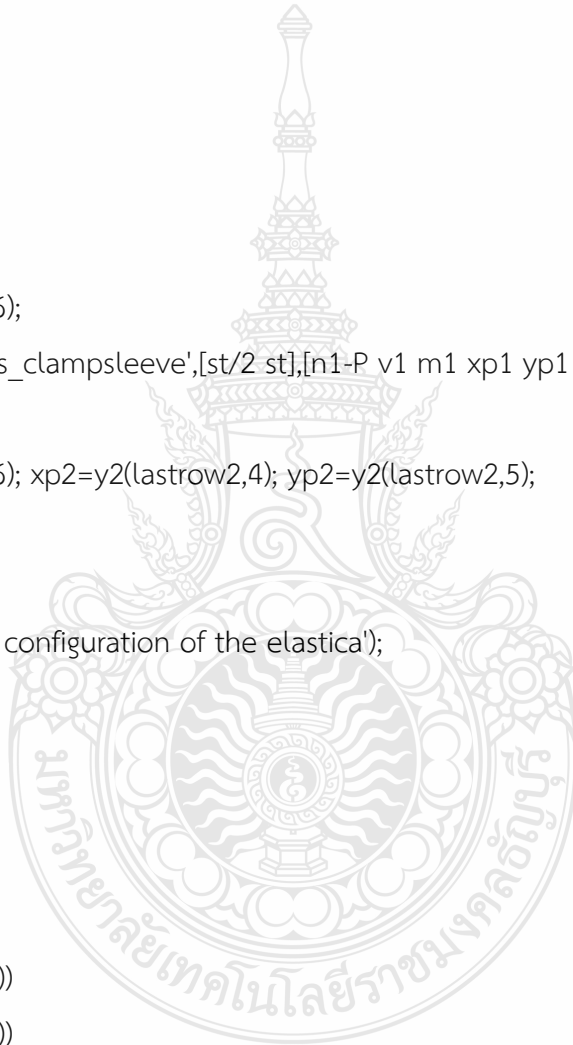
```



```

function r=score_clampsleeve(v)
global ceta V M fig st N P h
r=zeros(4,1);
M=v(1);V=v(2);N=v(3);P=v(4);
[x1 y1]=ode78('odes_clampsleeve',[0 st/2],[N V M 0 0 0],0,1.0e-17);
lastrow1=size(y1,1);
n1=y1(lastrow1,1);
v1=y1(lastrow1,2);
m1=y1(lastrow1,3);
xp1=y1(lastrow1,4);
yp1=y1(lastrow1,5);
ceta1=y1(lastrow1,6);
[x2 y2]=ode78('odes_clampsleeve',[st/2 st],[n1-P v1 m1 xp1 yp1 ceta1],0,1.0e-17);
lastrow2=size(y2,1);
ceta2=y2(lastrow2,6); xp2=y2(lastrow2,4); yp2=y2(lastrow2,5);
if (fig==1)
    figure(1)
    title('Equilibrium configuration of the elastica');
    xlabel('x-axis');
    ylabel('y-axis');
    hold on
    axis on
    grid on
    plot(y1(:,4),y1(:,5))
    plot(y2(:,4),y2(:,5))
    hold off
end

```



```
r(1)=ceta2;  
r(2)=xp2-1;  
r(3)=yp2;  
r(4)=h-xp1+0.5;  
end
```



ค.2 ขณะทำการทดสอบการมีเสถียรภาพ

```
function clampvalsleeve
clear
format long
global st fig w h
int fig
dv=0.00001;
w=input('self-weight w= ');
st=input('total arch length st = ');
h=input ('displacement h= ');
v(1)=input('end moment M= ');
v(2)=input('reaction v= ');
v(3)=input('horizontal force N= ');
v(4)=input('stability force P= ');
lim=input('limitation= ');
disp('input the increment step forward input positive values, step backward input
negative values');
inc=input('increment= ');
fig=input('Do you want to plot a graph? (yes=1)');
fid=fopen('output.txt','wt');
fprintf(fid,'st h N V M P\n');
while (h<lim)
%while (st<lim)
%while (st>lim) step backward
v0=[v(1) v(2) v(3) v(4)];
options=optimset('TolFun',1e-15,'TolX',1.0e-15);
[v fval]=fsolve('score_clampsleeve',v0,options)
test=max(abs(fval));
while (test>=1e-9&&j<=25)
```

```

options=optimset('TolFun',1e-15,'TolX',1.0e-15);
v(1)=v(1)+dv;v(2)=v(2)+dv;v(3)=v(3)+dv;v(4)=v(4)+dv;
[v fval]=fsolve('score_clampsleeve',v0,options)
end
if (test>1e-9&&j>25)
    error('results not converge, try again');
end
fprintf(fid,'%15.11f      %15.11f      %15.11f      %15.11f      %15.11f
%15.11f      %15.11f\n',st,h,v(1),v(2),v(3),v(4),test);
h=h+inc
%st=st+inc
end
fclose(fid)
end

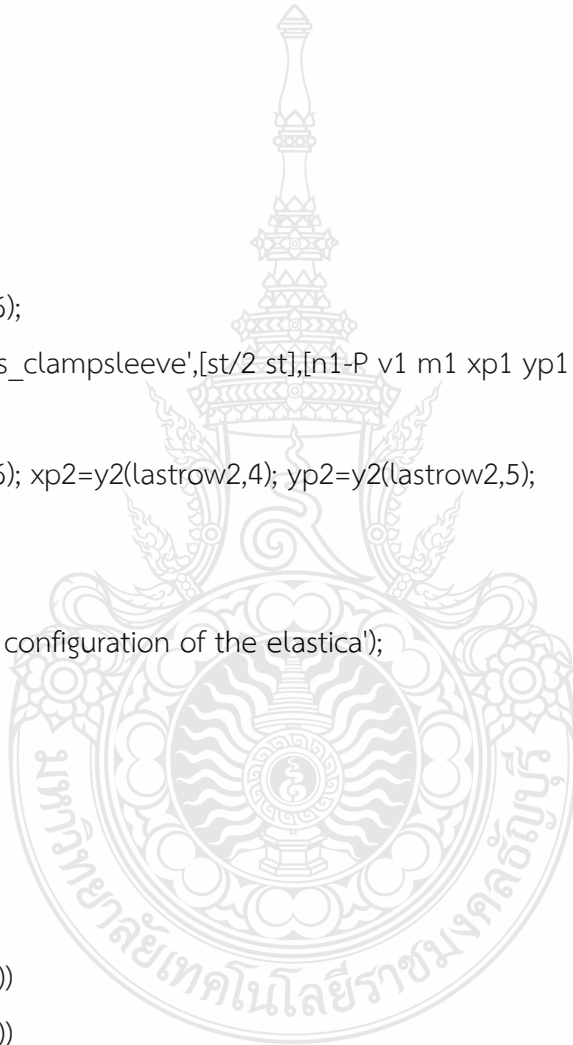
function dydx=odes_clampsleeve(x,y)
global w
dydx=zeros(6,1);
dydx(1)=0;
dydx(2)=w;
dydx(3)=-y(2)*cos(y(6))+y(1)*sin(y(6));
dydx(4)=cos(y(6));
dydx(5)=sin(y(6));
dydx(6)=y(3);
end

```

```

function r=score_clampsleeve(v)
global ceta V M fig st N P h
r=zeros(4,1);
M=v(1);V=v(2);N=v(3);P=v(4);
[x1 y1]=ode78('odes_clampsleeve',[0 st/2],[N V M 0 0 0],0,1.0e-17);
lastrow1=size(y1,1);
n1=y1(lastrow1,1);
v1=y1(lastrow1,2);
m1=y1(lastrow1,3);
xp1=y1(lastrow1,4);
yp1=y1(lastrow1,5);
ceta1=y1(lastrow1,6);
[x2 y2]=ode78('odes_clampsleeve',[st/2 st],[n1-P v1 m1 xp1 yp1 ceta1],0,1.0e-17);
lastrow2=size(y2,1);
ceta2=y2(lastrow2,6); xp2=y2(lastrow2,4); yp2=y2(lastrow2,5);
if (fig==1)
    figure(1)
    title('Equilibrium configuration of the elastica');
    xlabel('x-axis');
    ylabel('y-axis');
    hold on
    axis on
    grid on
    plot(y1(:,4),y1(:,5))
    plot(y2(:,4),y2(:,5))
    hold off
end

```



```
r(1)=ceta2;  
r(2)=xp2-1;  
r(3)=yp2;  
r(4)=h-xp1+0.5;  
end
```





ภาคผนวก ง

ผลการคำนวณเชิงตัวเลข

ง.1 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขของอีลาสติคก่าก่อนการทดสอบเสถียรภาพ

ตารางที่ ง 1.1 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอีลาสติคก่า $\bar{W} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.240328	-1.2E-09	-1.945E-08	38.893197
1.10	3.505439	-1.0E-11	-6E-11	34.189915
1.50	5.188065	0	0	21.151433
2.00	4.971892	0	0	13.318528
2.50	4.483868	0	0	9.198341
3.00	4.021328	0	0	6.749395
3.50	3.624543	0	0	5.170200
4.00	3.290336	0	0	4.090376
4.50	3.008376	0	0	3.318507
5.00	2.768706	0	0	2.747198
5.50	2.563139	0	0	2.312266
6.00	2.385221	0	0	1.973371
6.50	2.229914	0	0	1.704102
7.00	2.093276	0	0	1.486562
7.50	1.972198	0	0	1.308270
8.00	1.864210	0	0	1.160303
8.50	1.767324	0	0	1.036140
9.00	1.679932	0	0	0.930926
9.50	1.600716	0	0	0.840988
10.00	1.528589	0	0	0.763500

ตารางที่ ง 1.2 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.220923	-0.252500	1E-11	39.693447
1.10	3.483023	-0.275000	-1E-10	34.454911
1.50	5.149414	-0.375000	0	21.287098
2.00	4.906807	-0.500000	0	13.420740
2.50	4.385419	-0.625000	0	9.280501
3.00	3.882395	-0.750000	0	6.814900
3.50	3.437727	-0.875000	0	5.220352
4.00	3.047846	-1.000000	0	4.125832
4.50	2.701880	-1.125000	0	3.339703
5.00	2.389140	-1.250000	0	2.754526
5.50	2.100444	-1.375000	0	2.306177
6.00	1.827982	-1.500000	0	1.954477
6.50	1.564855	-1.625000	0	1.673315
7.00	1.304504	-1.750000	0	1.445318
7.50	1.040063	-1.875000	0	1.258928
8.00	0.763477	-2.000000	0	1.106899
8.50	0.464167	-2.125000	0	0.985912
9.00	0.126842	-2.250000	0	0.897592
9.50	-0.271852	-2.375000	0	0.852242
9.60	-0.361818	-2.400000	0	0.850352
9.61 $\bar{s}_{i(crit)}$	-0.371038	-2.402500	0	0.850328
10.00	-0.767626	-2.500000	0	0.879085

ตารางที่ ง 1.3 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.201354	-0.505000	1.1E-10	40.493772
1.10	3.460527	-0.550000	-1.4E-10	34.719965
1.50	5.110591	-0.750000	0	21.422911
2.00	4.841191	-1.000000	0	13.523316
2.50	4.285578	-1.250000	0	9.363405
3.00	3.740288	-1.500000	0	6.881755
3.50	3.244374	-1.750000	0	5.272803
4.00	2.792861	-2.000000	0	4.165065
4.50	2.372772	-2.250000	0	3.367034
5.00	1.970228	-2.500000	0	2.771872
5.50	1.571080	-2.750000	0	2.316779
6.00	1.159471	-3.000000	0	1.964323
6.50	0.714738	-3.250000	0	1.694336
7.00	0.205344	-3.500000	0	1.503432
7.50	-0.423083	-3.750000	0	1.416682
7.52	-0.451881	-3.760000	0	1.416343
7.53 $\bar{s}_{i(crit)}$	-0.466409	-3.765000	0	1.416290
8.00	-1.272827	-4.000000	0	1.537058
8.39	-2.466332	-4.195000	0	2.222877
8.40	-2.616392	-4.200000	0	2.363797

ตารางที่ ง 1.4 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 1.50$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.181618	-0.757500	-4.6E-10	41.294207
1.10	3.437952	-0.825000	1E-11	34.985078
1.50	5.071596	-1.125000	0	21.558876
2.00	4.775031	-1.500000	0	13.626273
2.50	4.184294	-1.875000	0	9.447106
3.00	3.594817	-2.250000	0	6.950135
3.50	3.043878	-2.625000	0	5.328043
4.00	2.523636	-3.000000	0	4.209365
4.50	2.016397	-3.375000	0	3.403733
5.00	1.500160	-3.750000	0	2.807230
5.50	0.945856	-4.125000	0	2.364097
6.00	0.307907	-4.500000	0	2.055391
6.50	-0.498384	-4.875000	0	1.916778
6.51	-0.517196	-4.882500	0	1.916571
6.52 $\bar{s}_{i(crit)}$	-0.536141	-4.890000	0	1.916497
7.00	-1.660454	-5.250000	0	2.154740
7.25	-2.758859	-5.437500	0	2.912448
7.26	-2.937765	-5.445000	0	3.098799

ตารางที่ ง 1.5 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.161709	-1.010000	-2.53E-09	42.094787
1.10	3.415297	-1.100000	-5E-11	35.250253
1.50	5.032425	-1.500000	0	21.694995
2.00	4.708317	-2.000000	0	13.729626
2.50	4.081512	-2.500000	0	9.531665
3.00	3.445777	-3.000000	0	7.020236
3.50	2.835544	-3.500000	0	5.386671
4.00	2.238036	-4.000000	0	4.260454
4.50	1.626538	-4.500000	0	3.454726
5.00	0.961192	-5.000000	0	2.875118
5.50	0.173731	-5.500000	0	2.494296
5.87	-0.565182	-5.870000	0	2.380153
5.88 $\bar{s}_{i(crit)}$	-0.588001	-5.880000	0	2.380018
6.00	-0.877172	-6.000000	0	2.395309
6.50	-2.702022	-6.500000	0	3.259912
6.51	-2.778756	-6.510000	0	3.330055
6.52	-2.867496	-6.520000	0	3.415335
6.53	-2.978936	-6.530000	0	3.528990
6.54	-3.179777	-6.540000	0	3.753337

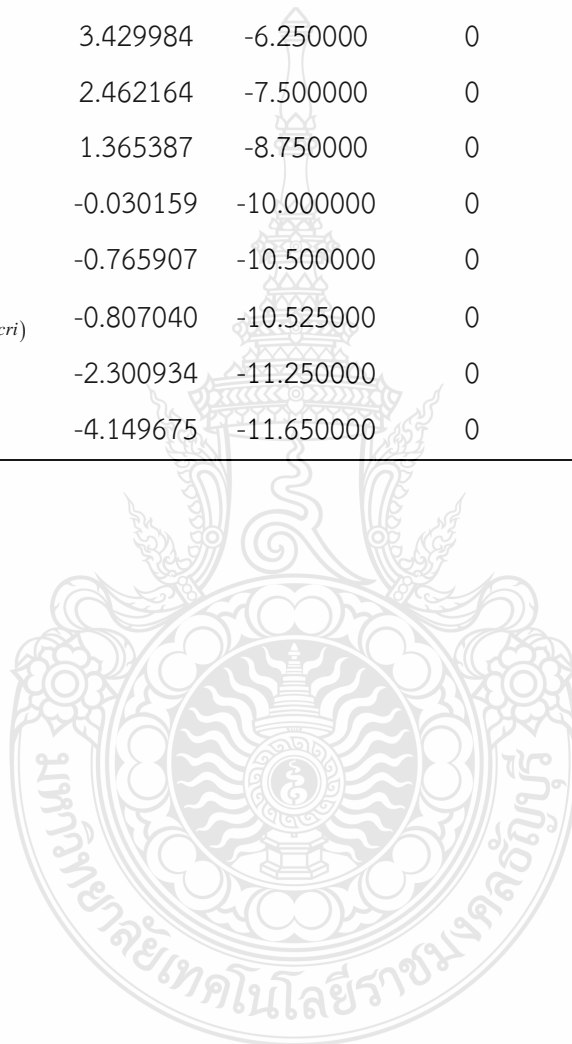
ตารางที่ ง 1.6 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.141626	-1.262500	-1.41E-09	42.895552
1.10	3.392560	-1.375000	-1.8E-10	35.515492
1.50	4.993078	-1.875000	0	21.831272
2.00	4.641037	-2.500000	0	13.833389
2.50	3.977178	-3.125000	0	9.617144
3.00	3.292940	-3.750000	0	7.092282
3.50	2.618569	-4.375000	0	5.449413
4.00	1.933417	-5.000000	0	4.320666
4.50	1.194695	-5.625000	0	3.527733
5.00	0.325627	-6.250000	0	3.003470
5.42	-0.620718	-6.775000	0	2.819025
5.43 $\bar{s}_{i(crit)}$	-0.647196	-6.787500	0	2.818969
5.50	-0.839427	-6.875000	0	2.826542
6.00	-2.956617	-7.500000	0	3.887997
6.02	-3.197069	-7.525000	0	4.143171



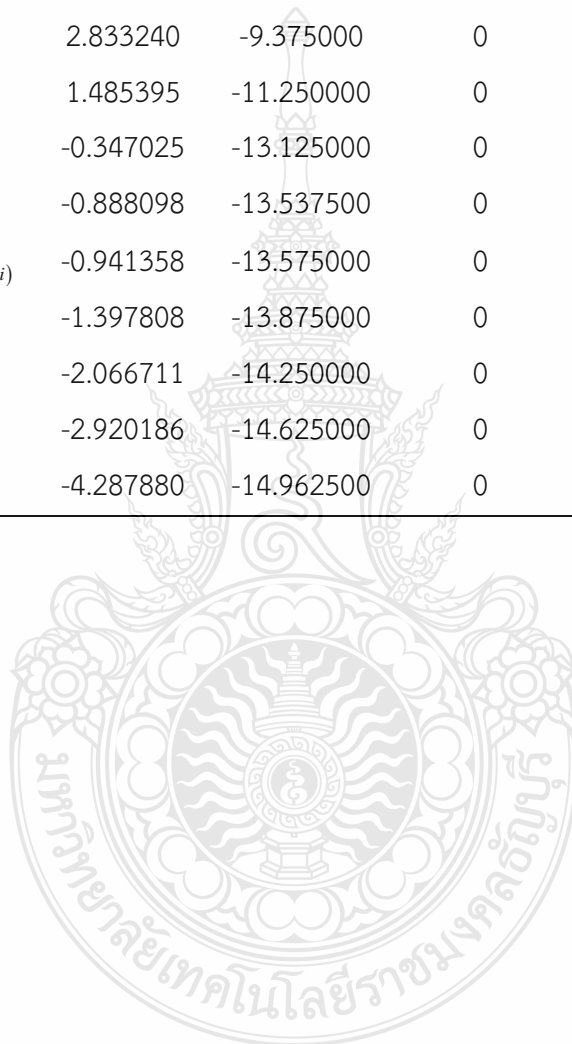
ตารางที่ ง 1.7 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_i	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	1.038444	-2.525000	-1.52E-09	46.903634
1.10	3.277633	-2.750000	-1E-10	36.842738
1.50	4.793614	-3.750000	0	22.515166
2.00	4.295707	-5.000000	0	14.358987
2.50	3.429984	-6.250000	0	10.060956
3.00	2.462164	-7.500000	0	7.491959
3.50	1.365387	-8.750000	0	5.865207
4.00	-0.030159	-10.000000	0	4.932877
4.20	-0.765907	-10.500000	0	4.807358
4.21 $\bar{s}_{i(crit)}$	-0.807040	-10.525000	0	4.806823
4.50	-2.300934	-11.250000	0	5.234081
4.66	-4.149675	-11.650000	0	7.127037



ตารางที่ ง 1.8 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00$

\bar{s}_t	\bar{M}	\bar{V}	\bar{P}	\bar{N}
1.01	0.930246	-3.787500	-5.1E-10	50.923450
1.10	3.160563	-4.125000	0	38.171986
1.50	4.589411	-5.625000	0	23.203605
2.00	3.934219	-7.500000	0	14.897718
2.50	2.833240	-9.375000	0	10.540934
3.00	1.485395	-11.250000	0	7.999725
3.50	-0.347025	-13.125000	0	6.688117
3.61	-0.888098	-13.537500	0	6.612209
3.62 $\bar{s}_{t(crit)}$	-0.941358	-13.575000	0	6.611307
3.70	-1.397808	-13.875000	0	6.650357
3.80	-2.066711	-14.250000	0	6.856901
3.90	-2.920186	-14.625000	0	7.383891
3.99	-4.287880	-14.962500	0	8.935809



ง.2 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขของอีลาสติคคาที่กระทำโดยแรงในแนวราบ \bar{P} เพื่อทำการทดสอบเสถียรภาพ

ตารางที่ ง 2.1 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอีลาสติคคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.50	0	4.483868	0	-9.198341	0
2.50	0.01	4.483865	0.380137	-8.999458	0.389953
2.50	0.10	4.482000	3.811060	-6.828461	3.949913
2.50	0.20	4.469225	7.684827	-3.451007	8.224682
2.50	0.30	4.434074	11.705350	1.350038	13.262217
2.50	0.40	4.361702	16.006672	8.420766	19.821629
2.50	0.50	4.225814	20.823299	19.731141	29.557490

ตารางที่ ง 2.2 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอีลาสติคคา $\bar{w} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 5.00$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
5.00	0	2.768706	0	-2.747198	0
5.00	0.01	2.768690	0.030214	-2.739592	0.014990
5.00	0.10	2.767101	0.302099	-2.661013	0.150106
5.00	0.20	2.762208	0.603971	-2.551806	0.301491
5.00	0.30	2.753880	0.905367	-2.418548	0.455493
5.00	0.40	2.741917	1.205994	-2.259900	0.613568
5.00	0.50	2.726052	1.505488	-2.074148	0.777374

ตารางที่ 2.3 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 7.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
7.50	0	1.972198	0	-1.308270	0
7.50	0.01	1.972194	0.007583	-1.306996	0.002515
7.50	0.10	1.971713	0.075822	-1.294012	0.025168
7.50	0.20	1.970239	0.151590	-1.276352	0.050432
7.50	0.30	1.967743	0.227249	-1.255227	0.075893
7.50	0.40	1.964191	0.302741	-1.230559	0.101654
7.50	0.50	1.959542	0.378009	-1.202259	0.127828

ตารางที่ 2.4 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 0.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 10.00$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
10.00	0	1.528589	0	-0.763500	0
10.00	0.01	1.528587	0.002931	-0.763130	0.000732
10.00	0.10	1.528390	0.029310	-0.759380	0.007323
10.00	0.20	1.527785	0.058609	-0.754332	0.014664
10.00	0.30	1.526766	0.087888	-0.748346	0.022041
10.00	0.40	1.525322	0.117135	-0.741409	0.029473
10.00	0.50	1.523442	0.146341	-0.733506	0.036978

ตารางที่ ง 2.5 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$

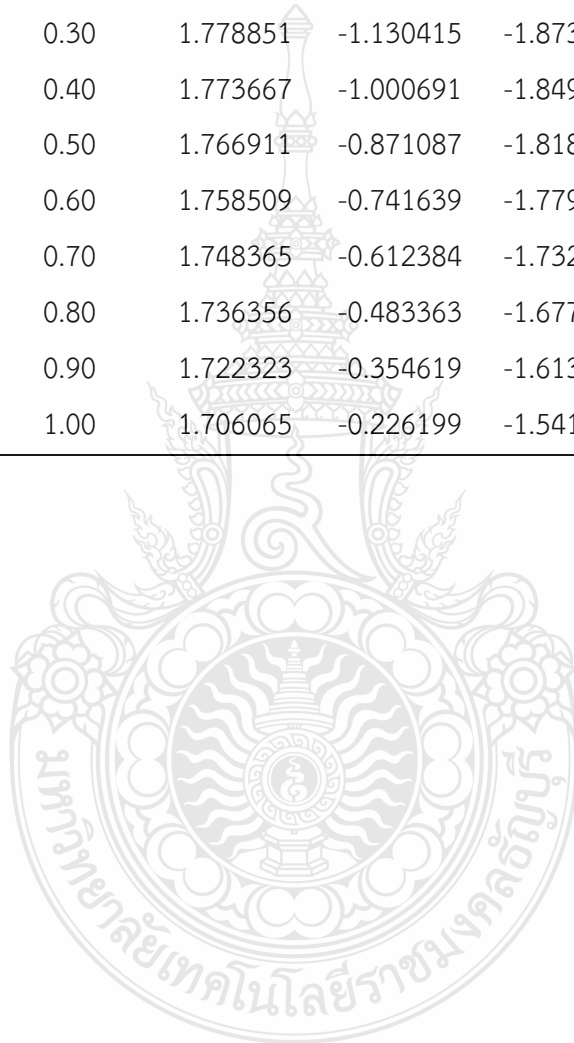
\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.5	0	4.385419	-0.625000	-9.280501	0
2.5	0.01	4.385423	-0.248336	-9.086815	0.379654
2.5	0.10	4.384220	3.151447	-6.967353	3.845965
2.5	0.20	4.373557	6.991224	-3.659689	8.010599
2.5	0.30	4.342111	10.978509	1.052481	12.923340
2.5	0.40	4.275222	15.246494	8.002851	19.328374
2.5	0.50	4.146914	20.026973	19.130909	28.847011

ตารางที่ ง 2.6 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{W} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 5.00$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
5.00	0	2.389140	-1.250000	-2.754526	0
5.00	0.01	2.389126	-1.222329	-2.750296	0.008264
5.00	0.10	2.387731	-0.973320	-2.703351	0.082768
5.00	0.20	2.383438	-0.696826	-2.632109	0.166295
5.00	0.30	2.376135	-0.420717	-2.540096	0.251379
5.00	0.40	2.365648	-0.145228	-2.426352	0.338886
5.00	0.50	2.351740	0.129352	-2.289620	0.429808

ตารางที่ ง 2.7 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 6.08$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
6.08	0	1.785426	-1.520000	-1.905287	0
6.08	0.01	1.785419	-1.507010	-1.905235	0.000037
6.08	0.10	1.784700	-1.390100	-1.901706	0.000369
6.08	0.20	1.782516	-1.260229	-1.891300	0.000754
6.08	0.30	1.778851	-1.130415	-1.873992	0.001171
6.08	0.40	1.773667	-1.000691	-1.849656	0.001639
6.08	0.50	1.766911	-0.871087	-1.818111	0.002176
6.08	0.60	1.758509	-0.741639	-1.779117	0.002801
6.08	0.70	1.748365	-0.612384	-1.732362	0.003538
6.08	0.80	1.736356	-0.483363	-1.677452	0.004412
6.08	0.90	1.722323	-0.354619	-1.613882	0.005454
6.08	1.00	1.706065	-0.226199	-1.541016	0.006705



ตารางที่ ง 2.8 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 0.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 6.09$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
6.09	0	1.780122	-1.522500	-1.899260	0
6.09	0.01	1.780115	-1.509595	-1.899229	-0.000005
6.09	0.10	1.779401	-1.393450	-1.895920	-0.000050
6.09	0.20	1.777230	-1.264428	-1.885819	-0.000086
6.09	0.30	1.773589	-1.135460	-1.868883	-0.000095
6.09	0.40	1.768441	-1.006578	-1.844987	-0.000062
6.09	0.50	1.761732	-0.877810	-1.813955	0.000027
6.09	0.60	1.753390	-0.749190	-1.775551	0.000191
6.09	0.70	1.743322	-0.620753	-1.729469	0.000445
6.09	0.80	1.731405	-0.492536	-1.675318	0.000811
6.09	0.90	1.717484	-0.364582	-1.612605	0.001314
6.09	1.00	1.701361	-0.236932	-1.540703	0.001982

ตารางที่ ง 2.9 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{w} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.50	0.00	4.285578	-1.250000	-9.363405	0
2.50	0.01	4.285588	-0.876772	-9.174896	0.369391
2.50	0.10	4.285063	2.492188	-7.106745	3.742379
2.50	0.20	4.276552	6.298255	-3.868522	7.797220
2.50	0.30	4.248879	10.252456	0.755187	12.585485
2.50	0.40	4.187568	14.487111	7.585643	18.836440
2.50	0.50	4.066965	19.231294	18.531823	28.138168

ตารางที่ ง 2.10 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 5.00$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
5.00	0	1.970228	-2.500000	-2.771872	0
5.00	0.01	1.970216	-2.474764	-2.770990	0.001594
5.00	0.10	1.969034	-2.247650	-2.755376	0.015972
5.00	0.20	1.965421	-1.995390	-2.721661	0.032165
5.00	0.30	1.959309	-1.743318	-2.670335	0.048810
5.00	0.40	1.950574	-1.491550	-2.600804	0.066157
5.00	0.50	1.939038	-1.240229	-2.512239	0.084486

ตารางที่ ง 2.11 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 5.14$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
5.14	0	1.858755	-2.570000	-2.632308	0
5.14	0.01	1.858745	-2.547483	-2.632234	0.000002
5.14	0.10	1.857679	-2.344839	-2.625052	0.000036
5.14	0.20	1.854432	-2.119731	-2.603214	0.000139
5.14	0.30	1.848963	-1.894738	-2.566538	0.000378
5.14	0.40	1.841181	-1.669926	-2.514608	0.000827
5.14	0.50	1.830952	-1.445380	-2.446831	0.001562
5.14	0.60	1.818092	-1.221204	-2.362401	0.002669
5.14	0.70	1.802353	-0.997529	-2.260261	0.004245
5.14	0.80	1.783404	-0.774526	-2.139027	0.006405
5.14	0.90	1.760806	-0.552408	-1.996884	0.009293
5.14	1.00	1.733962	-0.331449	-1.831411	0.013098

ตารางที่ ง 2.12 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 1.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 5.15$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
5.15	0.00	1.850795	-2.575000	-2.622727	0
5.15	0.01	1.850785	-2.552664	-2.622706	-0.000102
5.15	0.10	1.849727	-2.351651	-2.616075	-0.001007
5.15	0.20	1.846505	-2.128354	-2.595013	-0.001956
5.15	0.30	1.841080	-1.905164	-2.559292	-0.002787
5.15	0.40	1.833364	-1.682147	-2.508508	-0.003440
5.15	0.50	1.823225	-1.459383	-2.442081	-0.003850
5.15	0.60	1.810484	-1.236969	-2.359225	-0.003947
5.15	0.70	1.794896	-1.015031	-2.258905	-0.003651
5.15	0.80	1.776139	-0.793727	-2.139769	-0.002873
5.15	0.90	1.753781	-0.573259	-2.000040	-0.001502
5.15	1.00	1.727240	-0.353882	-1.837353	0.000601

ตารางที่ ง 2.13 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.50	0	4.081512	-2.500000	-9.531665	0
2.50	0.01	4.081537	-2.133529	-9.353453	0.348981
2.50	0.10	4.082413	1.174790	-7.387211	3.536347
2.50	0.20	4.078342	4.914332	-4.286764	7.372690
2.50	0.30	4.058430	8.802872	0.161358	11.913015
2.50	0.40	4.008578	12.970918	6.753429	17.856776
2.50	0.50	3.903781	17.642076	17.337306	26.725705

ตารางที่ ง 2.14 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_t = 4.00$

\bar{s}_t	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
4.00	0	2.238036	-4.000000	-4.260454	0
4.00	0.01	2.238018	-3.944059	-4.254321	0.011749
4.00	0.10	2.236212	-3.440538	-4.175640	0.117874
4.00	0.20	2.230628	-2.880761	-4.037303	0.238132
4.00	0.30	2.220995	-2.320432	-3.842397	0.363310
4.00	0.40	2.206837	-1.759481	-3.586393	0.496283
4.00	0.50	2.187440	-1.198126	-3.262924	0.640507

ตารางที่ ง 2.15 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_t = 4.34$

\bar{s}_t	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
4.34	0	1.825813	-4.340000	-3.684821	0
4.34	0.01	1.825799	-4.300412	-3.684616	0.000094
4.34	0.10	1.824431	-3.944113	-3.668494	0.000996
4.34	0.20	1.820241	-3.548200	-3.620082	0.002337
4.34	0.30	1.813109	-3.152262	-3.538619	0.004379
4.34	0.40	1.802796	-2.756355	-3.422550	0.007504
4.34	0.50	1.788946	-2.360626	-3.269635	0.012135
4.34	0.60	1.771050	-1.965356	-3.076794	0.018761
4.34	0.70	1.748394	-1.571030	-2.839856	0.027974
4.34	0.80	1.719977	-1.178422	-2.553150	0.040530
4.34	0.90	1.684364	-0.788738	-2.208785	0.057479
4.34	1.00	1.639403	-0.403853	-1.795293	0.080426

ตารางที่ ง 2.16 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.35$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
4.35	0	1.813486	-4.350000	-3.669735	0
4.35	0.01	1.813472	-4.310804	-3.669664	-0.000170
4.35	0.10	1.812116	-3.958036	-3.654955	-0.001649
4.35	0.20	1.807966	-3.566047	-3.608563	-0.002992
4.35	0.30	1.800904	-3.174032	-3.529629	-0.003712
4.35	0.40	1.790701	-2.782044	-3.416650	-0.003471
4.35	0.50	1.777008	-2.390222	-3.267457	-0.001902
4.35	0.60	1.759329	-1.998833	-3.079064	0.001417
4.35	0.70	1.736968	-1.608336	-2.847428	0.006986
4.35	0.80	1.708951	-1.219461	-2.567053	0.015431
4.35	0.90	1.673880	-0.833347	-2.230303	0.027596
4.35	1.00	1.629671	-0.451743	-1.826092	0.044741

ตารางที่ ง 2.17 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.50	0.00	3.977178	-3.125000	-9.617144	0
2.50	0.01	3.977209	-2.761847	-9.444049	0.338836
2.50	0.10	3.978812	0.516683	-7.528387	3.433929
2.50	0.20	3.977034	4.223438	-4.496239	7.161597
2.50	0.30	3.961119	8.079427	-0.135196	11.578491
2.50	0.40	3.917158	12.214209	6.338465	17.369173
2.50	0.50	3.820474	16.848643	16.741987	26.022252

ตารางที่ ง 2.18 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 4.00$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
4.00	0.00	1.933417	-5.000000	-4.320666	0
4.00	0.01	1.933402	-4.946450	-4.318173	0.004502
4.00	0.10	1.931888	-4.464456	-4.273810	0.045246
4.00	0.20	1.927211	-3.928644	-4.177283	0.091858
4.00	0.30	1.919134	-3.392359	-4.028759	0.141278
4.00	0.40	1.907229	-2.855536	-3.824630	0.195124
4.00	0.50	1.890850	-2.318351	-3.559737	0.255313

ตารางที่ ง 2.19 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.11$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
4.11	0	1.777454	-5.137500	-4.121302	0
4.11	0.01	1.777440	-5.089905	-4.120999	0.000196
4.11	0.10	1.776070	-4.661525	-4.099798	0.002060
4.11	0.20	1.771858	-4.185394	-4.036656	0.004706
4.11	0.30	1.764631	-3.708998	-3.930359	0.008547
4.11	0.40	1.754063	-3.232316	-3.778460	0.014246
4.11	0.50	1.739654	-2.755486	-3.577422	0.022549
4.11	0.60	1.720682	-2.278884	-3.322331	0.034338
4.11	0.70	1.696116	-1.803261	-3.006443	0.050714
4.11	0.80	1.664471	-1.329934	-2.620404	0.073137
4.11	0.90	1.623538	-0.861118	-2.150828	0.103732
4.11	1.00	1.569837	-0.400525	-1.577367	0.146023

ตารางที่ ง 2.20 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 2.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 4.12$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
4.12	0	1.763132	-5.150000	-4.103924	0
4.12	0.01	1.763118	-5.102909	-4.103803	-0.000161
4.12	0.10	1.761761	-4.679065	-4.084521	-0.001521
4.12	0.20	1.757591	-4.207981	-4.024140	-0.002517
4.12	0.30	1.750443	-3.736641	-3.921325	-0.002441
4.12	0.40	1.739997	-3.265027	-3.773718	-0.000706
4.12	0.50	1.725768	-2.793266	-3.577902	0.003346
4.12	0.60	1.707052	-2.321719	-3.329130	0.010483
4.12	0.70	1.682847	-1.851097	-3.020891	0.021644
4.12	0.80	1.651708	-1.382645	-2.644158	0.038053
4.12	0.90	1.611496	-0.918453	-2.186035	0.061448
4.12	1.00	1.558846	-0.461991	-1.626969	0.094633

ตารางที่ ง 2.21 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติคคา $\bar{w} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.00$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.00	0	4.295707	-5.000000	-14.358987	0
2.00	0.01	4.296222	-4.118315	-13.792155	1.106089
2.00	0.10	4.320009	3.753937	-7.299385	11.338288
2.00	0.20	4.304846	12.285523	3.806288	24.733560
2.00	0.30	4.180955	21.092123	22.909210	44.883754
2.00	0.39	3.907793	30.887274	61.056876	83.441441

ตารางที่ ง 2.22 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_i = 2.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.50	0	3.429984	-6.250000	-10.060956	0
2.50	0.01	3.430054	-5.902745	-9.913099	0.288781
2.50	0.10	3.435598	-2.767179	-8.246120	2.928499
2.50	0.20	3.446152	0.781106	-5.548753	6.119233
2.50	0.30	3.451587	4.477687	-1.614821	9.925094
2.50	0.40	3.438943	8.446910	4.276000	14.956317
2.50	0.50	3.385195	12.895687	13.787337	22.536503

ตารางที่ ง 2.23 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.48$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
3.48	0	1.413244	-8.700000	-5.916709	0
3.48	0.01	1.413243	-8.615690	-5.915994	0.000513
3.48	0.10	1.413130	-7.856609	-5.867931	0.005589
3.48	0.20	1.412624	-7.011451	-5.724198	0.014002
3.48	0.30	1.411209	-6.162912	-5.479092	0.028272
3.48	0.40	1.407953	-5.309741	-5.122113	0.051893
3.48	0.50	1.401361	-4.451389	-4.637472	0.089155
3.48	0.60	1.389121	-3.588627	-4.002008	0.145672
3.48	0.70	1.367613	-2.724733	-3.181419	0.229348
3.48	0.80	1.330890	-1.867915	-2.122849	0.352489
3.48	0.90	1.268255	-1.036880	-0.737416	0.537915
3.48	1.00	1.156780	-0.276497	1.155886	0.845162

ตารางที่ ง 2.24 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.49$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
3.49	0	1.389370	-8.725000	-5.890827	0
3.49	0.01	1.389369	-8.641775	-5.890574	-0.000393
3.49	0.10	1.389260	-7.892472	-5.847449	-0.003513
3.49	0.20	1.388770	-7.058267	-5.710998	-0.004469
3.49	0.30	1.387400	-6.220855	-5.475372	-0.000131
3.49	0.40	1.384239	-5.379057	-5.130553	0.012638
3.49	0.50	1.377835	-4.532373	-4.661478	0.037655
3.49	0.60	1.365943	-3.681560	-4.046077	0.079859
3.49	0.70	1.345064	-2.829754	-3.251762	0.146081
3.49	0.80	1.309476	-1.984729	-2.228525	0.246727
3.49	0.90	1.248950	-1.164033	-0.892855	0.400526
3.49	1.00	1.141716	-0.409347	0.923122	0.654797

ตารางที่ ง 2.25 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 5.00$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.50$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
3.50	0	1.365387	-8.750000	-5.865207	0
3.50	0.01	1.365386	-8.667845	-5.865407	-0.001282
3.50	0.10	1.365281	-7.928178	-5.827128	-0.012447
3.50	0.20	1.364811	-7.104764	-5.697820	-0.022597
3.50	0.30	1.363488	-6.278308	-5.471484	-0.027995
3.50	0.40	1.360427	-5.447701	-5.138566	-0.025850
3.50	0.50	1.354215	-4.612481	-4.684699	-0.012797
3.50	0.60	1.342678	-3.773391	-4.088859	0.015452
3.50	0.70	1.322433	-2.933422	-3.320087	0.064711
3.50	0.80	1.287983	-2.099913	-2.331071	0.143581
3.50	0.90	1.229556	-1.289279	-1.043337	0.266945
3.50	1.00	1.126529	-0.540046	0.698932	0.470764

ตารางที่ ง 2.26 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_t = 2.00$

\bar{s}_t	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.00	0	3.934219	-7.500000	-14.897718	0
2.00	0.01	3.934823	-6.637215	-14.362716	1.043168
2.00	0.10	3.966316	1.066569	-8.196009	10.697859
2.00	0.20	3.972024	9.416647	2.422246	23.369210
2.00	0.30	3.885170	18.057490	20.772265	42.545207
2.00	0.39	3.668500	27.743355	57.637876	79.560986

ตารางที่ ง 2.27 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 0.50$, $\bar{s}_t = 2.50$

\bar{s}_t	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
2.50	0	2.833240	-9.375000	-10.540934	0
2.50	0.01	2.833356	-9.042265	-10.417631	0.240040
2.50	0.10	2.843520	-6.037651	-8.990927	2.436139
2.50	0.20	2.868282	-2.636703	-6.614694	5.102651
2.50	0.30	2.897958	0.907618	-3.090764	8.309687
2.50	0.40	2.920469	4.713489	2.236564	12.593402
2.50	0.50	2.914397	8.973438	10.876266	19.113496

ตารางที่ ง 2.28 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.16$

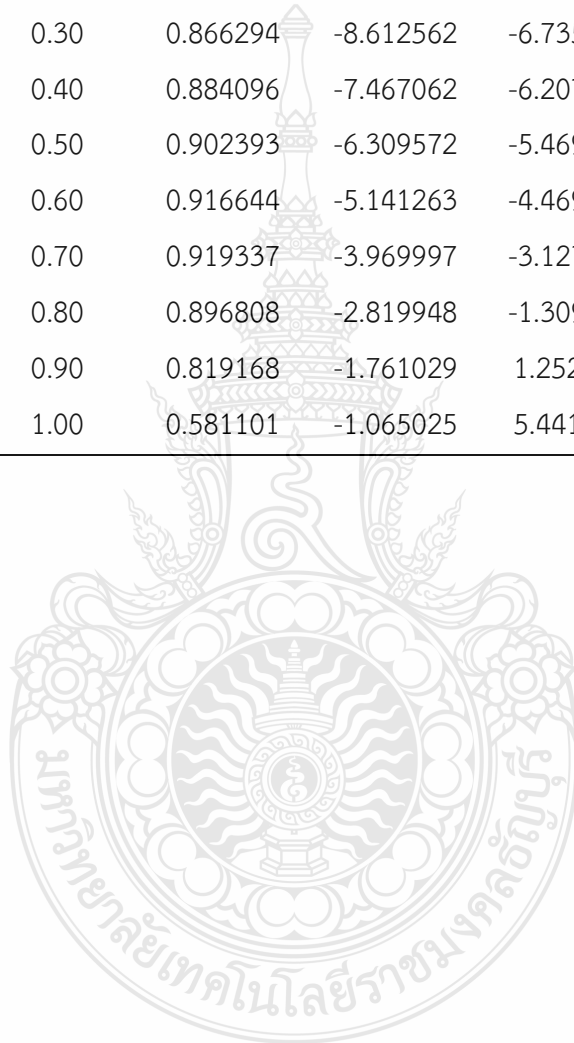
\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
3.16	0	0.975598	-11.850000	-7.444581	0
3.16	0.01	0.975632	-11.731074	-7.443154	0.001342
3.16	0.10	0.978887	-10.659944	-7.361432	0.014561
3.16	0.20	0.988413	-9.465105	-7.119392	0.036159
3.16	0.30	1.003115	-8.260893	-6.703069	0.072639
3.16	0.40	1.021052	-7.043284	-6.086494	0.133653
3.16	0.50	1.039047	-5.809677	-5.228646	0.232128
3.16	0.60	1.051948	-4.560923	-4.065093	0.386812
3.16	0.70	1.050982	-3.306304	-2.491361	0.627491
3.16	0.80	1.019556	-2.076892	-0.324194	1.009059
3.16	0.90	0.919418	-0.968987	2.825913	1.673374
3.16	1.00	0.612306	-0.367836	8.572782	3.623839

ตารางที่ ง 2.29 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.17$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
3.17	0	0.941898	11.887500	-7.413749	0
3.17	0.01	0.941931	11.770257	-7.413117	-0.000217
3.17	0.10	0.945165	10.714323	-7.339979	-0.001144
3.17	0.20	0.954632	-9.536641	-7.110849	0.004082
3.17	0.30	0.969260	-8.350148	-6.711821	0.022759
3.17	0.40	0.987148	-7.151097	-6.118315	0.063550
3.17	0.50	1.005198	-5.937134	-5.291563	0.137965
3.17	0.60	1.018416	-4.709219	-4.170894	0.262494
3.17	0.70	1.018350	-3.476298	-2.658509	0.462871
3.17	0.80	0.989162	-2.267669	-0.584508	0.785250
3.17	0.90	0.894768	-1.172711	2.405371	1.344112
3.17	1.00	0.605604	-0.547976	7.689577	2.904072

ตารางที่ ง 2.30 ผลการคำนวณที่น้ำหนักของอิลาสติกคา $\bar{W} = 7.50$, $\bar{h} = 0.00 - 1.00$, $\bar{s}_i = 3.20$

\bar{s}_i	\bar{h}	\bar{M}	\bar{V}	\bar{N}	\bar{P}
3.20	0	0.839314	-12.000000	-7.324047	0
3.20	0.01	0.839346	-11.887639	-7.325702	-0.004704
3.20	0.10	0.842525	-10.875764	-7.277231	-0.046307
3.20	0.20	0.851844	-9.747797	-7.085133	-0.088096
3.20	0.30	0.866294	-8.612562	-6.735571	-0.120396
3.20	0.40	0.884096	-7.467062	-6.207789	-0.137247
3.20	0.50	0.902393	-6.309572	-5.469158	-0.130986
3.20	0.60	0.916644	-5.141263	-4.469136	-0.091178
3.20	0.70	0.919337	-3.969997	-3.127643	-0.002783
3.20	0.80	0.896808	-2.819948	-1.309401	0.157771
3.20	0.90	0.819168	-1.761029	1.252647	0.437178
3.20	1.00	0.581101	-1.065025	5.441281	1.078842



ภาคผนวก จ

ผลการทดลอง



ตารางที่ จ 1 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm,
 $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	11.34	0.0911	0.09
0.2	13.386	24.73	0.1987	0.22
0.3	20.079	44.88	0.3605	0.49
0.39	26.103	83.44	0.6702	NA

ตารางที่ จ 2 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm,
 $\bar{w} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	2.93	0.0235	NA
0.2	13.386	6.12	0.0491	0.05
0.3	20.079	9.93	0.0797	0.09
0.4	26.772	14.96	0.1201	0.15
0.5	33.466	22.54	0.1810	0.23

ตารางที่ จ 3 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm,
 $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	11.34	0.1821	0.22
0.2	13.386	24.73	0.3973	0.51
0.3	20.079	44.88	0.7210	0.99
0.39	26.103	83.44	1.3404	1.60

ตารางที่ จ 4 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm,
 $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	2.93	0.0470	0.05
0.2	13.386	6.12	0.0983	0.11
0.3	20.079	9.93	0.1594	0.17
0.4	26.772	14.96	0.2403	0.28
0.5	33.460	22.54	0.3620	0.48

ตารางที่ จ 5 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอิลาสติกคา ขนาด 2.50cm,
 $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	10.70	0.0656	0.07
0.2	15.323	23.37	0.1432	0.15
0.3	22.985	42.55	0.2608	0.35
0.39	29.881	79.56	0.4877	NA

ตารางที่ จ 6 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm,
 $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	2.44	0.0149	NA
0.2	15.323	5.10	0.0313	NA
0.3	22.985	8.31	0.0509	0.06
0.4	30.647	12.59	0.0772	0.08
0.5	38.308	19.11	0.1172	0.13

ตารางที่ จ 7 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm,
 $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	11.34	0.1390	0.16
0.2	15.323	24.73	0.3032	0.38
0.3	22.985	44.88	0.5502	0.64
0.39	29.881	83.44	1.0229	NA

ตารางที่ จ 8 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 5.00 cm,
 $\bar{w} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

\bar{h} (ไร่หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร่หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	2.93	0.0359	NA
0.2	15.323	6.12	0.0750	0.09
0.3	22.985	9.93	0.1217	0.13
0.4	30.647	14.96	0.1833	0.19
0.5	38.308	22.54	0.2763	0.31



ภาคผนวก จ

ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่



การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25

15 – 17 กรกฎาคม 2563

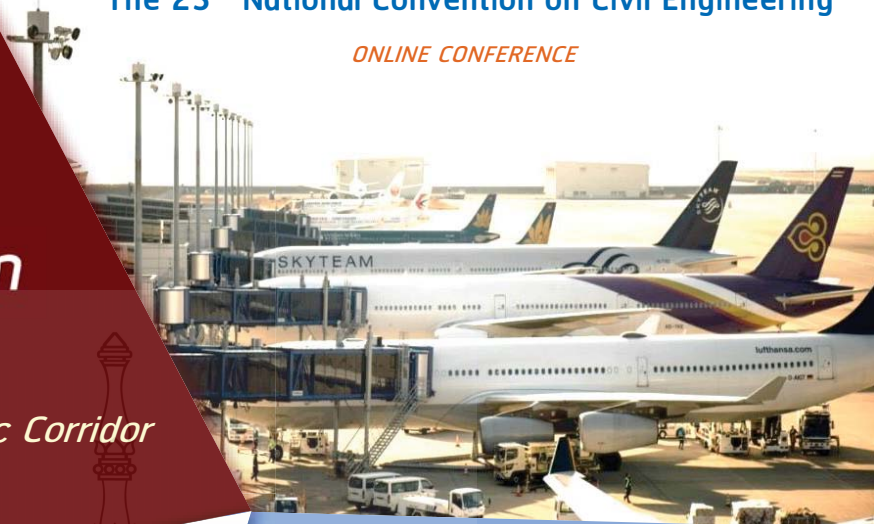
NCCE 25

The 25th National Convention on Civil Engineering

ONLINE CONFERENCE

วิศวกรรมโยธากับโครงการ
เขตพัฒนาพิเศษภาคตะวันออก
เพื่อการพัฒนาอย่างยั่งยืน

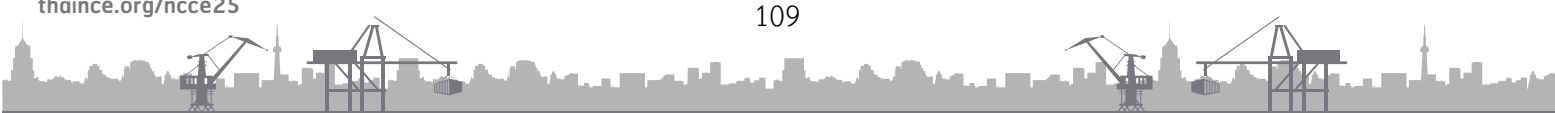
*Civil Engineering and Eastern Economic Corridor
for Sustainable Development*



จัดการประชุมโดย

วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยบูรพา
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
ภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา

thaince.org/ncce25



เอกสารประกอบการประชุมวิชาการ วิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25

The 25th National Convention on Civil Engineering (NCCE 25)



การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25

ภายใต้หัวข้อประชุม

วิศวกรรมโยธากับโครงการเขตพัฒนาพิเศษภาคตะวันออกเพื่อการพัฒนาอย่างยั่งยืน
Civil Engineering and Eastern Economic Corridor for Sustainable Development

15 - 17 กรกฎาคม 2563

Online Conference

จัดการประชุมโดย

วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ศรีราชา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา



การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25 The 25th National Convention on Civil Engineering

กองบรรณาธิการ

ดร.พิทรพงษ์	อาสนจินดา	ประธานบรรณาธิการ
พศ.ดร.วรรณวราภัก	รัตนานิคม	บรรณาธิการ
พศ.ดร.เพชรรัตน์	ลิมสุปรียาร์ตน์	บรรณาธิการ
พศ.ดร.อนุวัฒน์	อรรถไชยวุฒิ	บรรณาธิการ
ดร.ชาลยูยุทธ	กาฬกาดญณ์	บรรณาธิการ
ดร.จรัญ	ศรีชัย	บรรณาธิการ
ดร.ภัทรพร	พรเทพเกษมสันต์	บรรณาธิการ
ดร.รัฐพงศ์	มีสิทธิ์	บรรณาธิการ
อ.อลงกต	ไชยจุปละ	บรรณาธิการ

ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ

ศ.ดร.เกษม	ชูจารุกุล	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.ไพศาล	สันติธรรมนนท์	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.บุญชัย	แสวงเพชรงาม	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.สรวิศ	นฤปิติ	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.ก่อโชค	จันทวราภรณ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.กัจพิณณ์	ภู่วรรณ	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.ชวลย	วณิชชวทิน	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.ทรงพล	จารุวิศิษฎ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.ทวีศักดิ์	ปิติคุณพมศรีสุข	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.ศุภวุฒิ	มาลัยกฤษณะชลี	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รศ.ดร.พรเกษม	จวประติษฐ์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
รศ.ดร.สมเกียรติ	รุ่งทองใบสุรีย์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
รศ.ดร.วิโรจน์	ศรีสุรภานนท์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
รศ.ดร.กมล	ศรีนาวัน	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
รศ.ดร.ธัญดา	พรรณเชษฐ์	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
รศ.ดร.พนกฤษณ	คลังบุญครอง	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
รศ.ดร.นศร	ภู่วโรดม	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
รศ.ดร.บุญกริพย์	วิชญวาท	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25 The 25th National Convention on Civil Engineering

ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ (ต่อ)

รศ.ดร.บุรฉัตร	ฉัตรวีระ	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
รศ.ดร.ทวีชัย	สำราญวานิช	มหาวิทยาลัยบูรพา
รศ.ดร.รชัช	ศรีวีริย์รัตน์	มหาวิทยาลัยบูรพา
รศ.ดร.วิเชียร	ชาลี	มหาวิทยาลัยบูรพา
รศ.ดร.กริสน์	ชัยมูล	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
รศ.ดร.สหภาพ	หอมวุฒิววงศ์	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
รศ.ดร.สรารุจ	จริตงาม	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
รศ.วีระ	หอสกุลไทย	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พศ.ดร.วิษระ	เพ็ชรสุภาพ	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พศ.ดร.สรริเพชญ	ชื่อนิติไพศาล	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พศ.ดร.เหมือนมาศ	วิชัยรสินธุ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พศ.ดร.เอกชัย	ศิริกัญญาณิชย์กุล	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พศ.ดร.รังสรรค์	วงศ์จิรภัทร	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พศ.ดร.สรโรช	บุญศิริพันธ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พศ.ดร.สุสิทธิ์	ฉายประกายแก้ว	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พศ.ดร.กมล	อมรฟ้า	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
พศ.ดร.ชารินทร์	ลิมสวัสดิ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
พศ.ดร.นที	อริศคุณากร	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
พศ.ดร.นันทวัฒน์	ขมหวาน	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
พศ.ดร.พูลพงษ์	พงษ์วิทย์กานู	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา
พศ.ดร.ศักรร	บุญทวีวัฒน์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา
พศ.ดร.ธีรธา	สุวรรณ	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
พศ.ดร.ปรีดา	พิชยาพันธ์	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
พศ.ดร.สุริยะ	ทองมูณี	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
พศ.ดร.อภิชาติ	คำภาหล้า	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตขอนแก่น
พศ.ดร.ณัฐวุฒิ	ธนศรีสทิพย์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พศ.ดร.สัจจรักษ์	พรพิริเกียรติ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พศ.ดร.สุชัยคุณา	โปษะนันทน	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พศ.ดร.บุญชัย	พีร์ไพรม	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
พศ.ดร.ชลิก	ทิพากรเกียรติ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย
พศ.ดร.ภาณุ	พร้อมพุกกราวุ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25 The 25th National Convention on Civil Engineering

ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ (ต่อ)

พศ.ดร.อรุณ	ลูกจันทร์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย
พศ.ดร.เกียรติสุดา	สมนา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
พศ.ดร.รัฐพล	สมนา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
พศ.ดร.วีรพันธุ์	เคียงมีปรีชา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
พศ.ดร.พีรณิธิ	อักษร	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พศ.ดร.กอรกฤษณ์	โตชัยวัฒน์	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
พศ.ดร.ณัย	วันกานกร	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
พศ.ดร.วินัย	รักสุนทร	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
พศ.ดร.รัฐภูมิ	ปรีชาตปรีชา	มหาวิทยาลัยนครสวรรค์
พศ.ดร.เอมมา	อาสนจินดา	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.สุติมา	วงศ์อินตา	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.ธัญภัศ	เมืองปิ่น	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.เป็ยะฉัตร	ฉัตรตันใจ	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.วีรพร	พงศ์ติณบุตร	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.สยาม	ยิ้มศิริ	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.สิริกิติ์	เอื้ออภิวัชร	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.สุรเมศวร์	พีริยะวัฒน์	มหาวิทยาลัยบูรพา
พศ.ดร.ปรีดา	ไชยมหาวัน	มหาวิทยาลัยพะเยา
พศ.ดร.สมบุญ	เขี้ยวจัน	มหาวิทยาลัยพะเยา
พศ.ดร.ชัยชาญ	โชติคนอม	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
พศ.ดร.ศิวา	แก้วปลั่ง	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
พศ.ดร.รมณีย์	กวดารา	มหาวิทยาลัยมหิดล
พศ.ดร.วัจนันท์	มัตถิกานนท์	มหาวิทยาลัยมหิดล
พศ.ดร.เวชสวรรค์	หล้ากาศ	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
พศ.ดร.เสริมศักดิ์	อาษา	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
พศ.ดร.เสริมศักดิ์	พงษ์เมษา	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
พศ.ดร.นพคุณ	ชูกัน	มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
พศ.ดร.จรัส	รัตนโชตินันท์	มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม
พศ.ดร.พีราน	ไพโรจน์	มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม
พศ.ดร.จิรวัดน์	วิมุตติสุขวีริยา	มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
พศ.ดร.เลิศชาย	สกัตยพนาวงศ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25 The 25th National Convention on Civil Engineering

ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ (ต่อ)

พศ.ดร.ชวินทร์	ลิ้มศิริ	มหาวิทยาลัยวงษ์ชวลิตกุล
พศ.ดร.สุดนิรันดร์	เพชรรัตน์	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พศ.ดร.ไพจิตร	พาวัน	มหาวิทยาลัยศรีปทุม
พศ.ดร.ชัชฌู	อัมพรายณ์	มหาวิทยาลัยศรีปทุม
พศ.ดร.วริศรา	เสิศไพฑูรย์พันธ์	มหาวิทยาลัยศรีปทุม
พศ.ดร.ประเมศวร์	เหลือเกพ	มหาวิทยาลัยสมขลานครินทร์
พศ.ดร.ภาสกร	ชัยวิริยะวงศ์	มหาวิทยาลัยสมขลานครินทร์
พศ.ดร.วิชัยรัตน์	แก้วเจือ	มหาวิทยาลัยสมขลานครินทร์
พศ.ดร.สุราก็พย	สินยง	มหาวิทยาลัยสมขลานครินทร์
พศ.ดร.สุรางคณา	ตริ์คานนท์	มหาวิทยาลัยสมขลานครินทร์
พศ.ดร.เกรียงศักดิ์	แก้วกุลชัย	มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
พศ.ดร.ทวิศักดิ์	วิวิพาสา	มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
พ.อ.พศ.ดร.เพชรพันธุ์	จันทะคิต	โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า
พศ.ว่าที่ร้อยตรี ดร.ศุภชัย	สินถาวร	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พศ.รนิช	สุขวัฒน์เสรี	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พศ.บรพต	กุลสุวรรณ	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
พศ.ธีระ	ลาภิศขยวงกุล	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
พศ.สยาม	แกมขุนทด	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พศ.ประกอบ	มณีเนตร	มหาวิทยาลัยกรุงเทพธนบุรี
พศ.วิศิษฐ์	อยู่ยงวัฒนา	มหาวิทยาลัยรังสิต
พศ.วีระชาติ	จริตงาม	มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์
พศ.สุปรัชญา	นามประเสริฐ	มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
พศ.เกรียงไกร	ตรีฤทธิวิทยา	มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
พศ.ศรายุทธ	มาลัย	มหาวิทยาลัยราชภัฏลำปาง
พศ.เจนศักดิ์	คชนิล	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรดิต์
พศ.อรุณเดช	บุญสูง	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรดิต์
ดร.วีระเดช	ชีวาพัฒนานาบุญวงศ์	กรมทางหลวงชนบท
ดร.พีศพันธ์	ชาญวสุนันท์	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ดร.การันต์	คล้ายง่า	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
ดร.ดารามร	พุสิห์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา
ดร.ธนพล	ญานวีร์ศักดิ์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25 The 25th National Convention on Civil Engineering

ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ (ต่อ)

ดร.ปฎิภาณ	แก้ววิเชียร	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตขอนแก่น
ดร.เอกชัย	อยู่ประเสริฐชัย	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ดร.รชชัย	โพธิ์ทวง	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ดร.ชลลดา	เลาะฟอ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
ดร.นที	สุรียานนท์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
ดร.ประทีป	ชมชื่น	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
ดร.พรเทพ	พวงประโคน	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
ดร.เทอดธิดา	ทิพย์รัตน์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลตะวันออก
ดร.กฤษดา	เสืออี่ยม	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร
ดร.อาศัย	อัยรักษ์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย
ดร.ชยกฤต	เพชรช่วย	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
ดร.รัตนภรณ์	เกษมศรี	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ดร.วชิรภรณ์	เสนาวิ	มหาวิทยาลัยนครพนม
ดร.เที๋ยง	ชัชวาท	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.จรัญ	ศรีชัย	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.จุฑาทิพย์	สุรารักษ์	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.ธิดาพร	เชื้อสวัสดิ์	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.นพคุณ	บุญกระพือ	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.ปีติ	โรจน์วรรณสินธุ์	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.ศรีสุนิ	วุฒิวาศัยธรม	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.อมรชัย	ใจยวงค์	มหาวิทยาลัยบูรพา
ดร.ศิรณ	ศิริรร	มหาวิทยาลัยมหิดล
ดร.ศิรินทร์ยา	เลาสุวรรณ	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
ดร.ธวัชระพงษ์	วงศ์สกุล	มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
ดร.ธีรพจน์	ศิริไพโรจน์	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ดร.อัฐสิทธิ์	ศิริวชิราภรณ์	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ดร.ณัฐวัฒน์	จุฑารัตน์	มหาวิทยาลัยศรีปทุม
ดร.ฉัตรภูมิ	วิรัตน์จันทร์	มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
ดร.ปรีดา	จตุรพมค์	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ต.ดร.ต่อวงการ	แก้วเฉลิมทวง	โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า
ว่าที่ร้อยเอก ดร.กิตติพงษ์	สุวิโร	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25 The 25th National Convention on Civil Engineering

ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ (ต่อ)

ว่าที่ร้อยเอก ดร.ณัฐวุฒ	บัวพูด	กองยุทธศาสตร์และแผนงาน กรมการขนส่งทางราง กระทรวงคมนาคม
อ.ชัชวาลย์	สุริยมะ	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
อ.ธนสิทธิ์	พรหมพิงค์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา
อ.ปิยะพงษ์	ศรีรัตน์	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา
อ.พลพันธ์	เศรษฐพิทยากุล	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา
อ.พราวพรรณ	อาสาธรรมกิจ	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
อ.ปชาชาติ	ลิ้มวัฒนานนท์	มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี
อ.อัคริภา	เสียมใจ	มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
อ.อลงกต	ไชยอุปละ	มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
อ.ศิริพงษ์	ตรีรัตน์	วิทยาลัยชัยวราย
คุณรัชชัย	จันทรรัชชกุล	การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย
คุณพรรณรงค์	เลื่อนเพชร	การทางพิเศษแห่งประเทศไทย
คุณชนะ	พงษ์ไพเราะกุล	การประปานครหลวง
คุณชาติ	เรีอวณันต์รักษ์	การประปาส่วนภูมิภาค

ตารางเวลานำเสนอบทความ

วันศุกร์ที่ 17 กรกฎาคม 2563

ห้องประชุม 3 - แผลมอบี

เวลา 13:00 - 14:30 น.

สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง (STR)

ประธานห้องประชุม : รศ.ดร.ทวีชัย สำราญวานิช

ลำดับ	เวลา	รหัสบทความ	หัวข้อบทความ	ผู้นำเสนอ / ผู้แต่ง
1	13:00 - 13:15 น.	STR26-INV6	ผลตอบสนองไม่เป็นเชิงเส้นทางสถิติศาสตร์และการสั่นอิสระของโครงสร้างเปลือกบางครึ่งใบ รูปกรวยห่อหุ้มยาวรับแรงดัด	พศ.ดร.วีรพันธ์ เจริญมี ปรีชา
2	13:15 - 13:30 น.	STR09	ผลตอบสนองทางพลศาสตร์สำหรับเคเบิลยึดโยงแนวโซ่ล่าเซลล์ลอยน้ำเมื่อรับการกระตุ้นที่ปลายด้านบน	รณิษพรรณ ศรีมนตรี กัทดี, การ์นต์ คล้ายงั่ว, ชัยณรงค์ อธิสกุล, สมชาย ชูชีพสกุล, ชัยยุทธ ชินณะ ราศรี
3	13:30 - 13:45 น.	STR18	Post-Buckling Behavior of Variable-Arc-Length Pipe due to Internal Fluid Motion	Wichawat Nathabumrung, Panithan Padthomfang, Tanakorn Tima, Karun Klaycham
4	13:45 - 14:00 น.	STR28	การประเมินเสถียรภาพอีลาสติคาคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้แบบปลายยึดแน่นโดยอาศัยแรงภายนอก: พลเชิงทฤษฎีและการทดลอง	ทีรยุทธ สมสุข, บุญชัย พึ่งไผ่งาม
5	14:00 - 14:15 น.	STR42	คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของประตูระบายน้ำล้น	ราชนิย์ ชันทกสิกรรม, พุทธรักษ์ จรัสพันธ์กุล, ชยานนท์ หรรษภิญโญ
6	14:15 - 14:30 น.	STR48	แรงอัดวิกฤติของโครงสร้างคาน-เสาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้	ธนภัทร วัฒนบุญศิริ, อินทชัย ด่านปาน, รณนพ เหมือนเหล่า, การ์นต์ คล้ายงั่ว

รหัสบทความ	ชื่อหัวข้อบทความ	ผู้แต่ง	หน้า
STR27	พฤติกรรมโครงสร้างจุดต่อพื้น-เสาเสริมหมุดเหล็กภายใต้แรงดัดชันแบบบวิจจักร	สนกร ขุนฤทธิ์, พิสนท์ อุดมวรรดิ, ณัฐวุฒิ สนศรีสถิตย์, อดิศร โอวาศศิริวงศ์, อำนาจ คำพาณิช	1130 - 1135
STR28	การประเมินเสถียรภาพอัลสตักคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้แบบปลายยึดแน่นโดยอาศัยแรงภายนอก: ผลเชิงทฤษฎีและการทดลอง	ทศยุกร สมสุข, บุญชัย ฟ้าโพธิ์งาม	1136 - 1144
STR29	การหาความเหมาะสมของการออกแบบโครงสร้างเหล็กรูปพรรณด้วยวิธีความน่าเชื่อถือ สำหรับอาคารโครงการศูนย์บริการอินเทอร์เน็ตสาธารณะ (USO Net)	พินกฤษ โยธินระริชต์, สหรัษฎ์ พุทธรอดณะ	1145 - 1151
STR30	กรณีศึกษาการปฏิบัติตามมาตรฐานการตรวจสอบ การประเมิน การซ่อมแซม และการเสริมความมั่นคงแข็งแรงโครงสร้างอาคารเก่า และโครงสร้างอาคารที่เสียหาย	สุวัฒน์ งามจันทร์, วงศกร พงษ์ภักดี, ทยากร จันทราภุ	1152 - 1161
STR31	ประสิทธิภาพการรับแรงบิดของคานคอนกรีตกำลังอัดต่ำเสริมแรงด้วย แผ่นเหล็กเหนียวอัดแรงรัดรอบภายหลัง	ณัฐพร คันทะประดิษฐ์, อุดมวิทย์ ไชยสกุลเกียรติ, ทนศักดิ์ อัมใจ	1162 - 1167
STR32	ศึกษาค่าตัวประกอบปรับผลการตอบสนองที่เหมาะสมสำหรับหอกดึง ที่รองรับด้วยผนังคอนกรีตเสริมเหล็กแบบทรงกระบอกกลวงในประเทศไทย	ธนกร ใจปิติ, ณัฐวุฒิ สนศรีสถิตย์, พิสนท์ อุดมวรรดิ	1168 - 1176

การประเมินเสถียรภาพอีลาสติกที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้แบบปลายยึดแน่นโดยอาศัยแรงภายนอก:

ผลเชิงทฤษฎีและการทดลอง

Stability Evaluation of Clamped – Clamped Variable-Arc-Length Elastica using External

Force: Theory and Experiment

ทีรยุทธ สมสุข^{1*} และ บุญชัย ฝั่งไผ่งาม²

^{1,2} ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี จ.ปทุมธานี

*Corresponding author; Email address: teerayut_s@mail.rmutt.ac.th

Email address: boonchai.p@rmutt.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการศึกษาเสถียรภาพของอีลาสติกภายใต้สนามของแรงโน้มถ่วงของโลก โดยอาศัยแรงในแนวราบกระทำที่กึ่งกลางของอีลาสติก ปลายด้านหนึ่งเป็นแบบยึดแน่นในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของอีลาสติกสามารถเพิ่มความยาวได้ผ่านจุดรองรับแบบสลีฟ (sleeve support) ที่กึ่งกลางของอีลาสติก มีแรงในแนวราบกระทำเพื่อทดสอบเสถียรภาพของอีลาสติกโดยการสังเกตเครื่องหมายของสติเฟนสของอีลาสติกต่อแรงในแนวราบ สมการอนุพันธ์รอบคลุมปัญหาประกอบไปด้วย สมการสมดุลของชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติก ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้ง และความสัมพันธ์ทางด้านเรขาคณิตของอีลาสติก ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้า โดยการอินทิเกรตสมการอนุพันธ์รอบคลุมปัญหาโดยวิธีเชิงตัวเลขแบบรุ่งเง-คุตตาให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนด ผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง จากการศึกษาพบว่าแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งอยู่ในรูปน้ำหนักของอีลาสติกสามารถทำให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพได้เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดเพิ่มขึ้นจนถึงค่าวิกฤติ และจากการทดลองโดยใช้วัสดุแผ่นโพลีคาร์บอเนตที่มีความยืดหยุ่นสูงให้ค่าสอดคล้องและเป็นไปตามผลการคำนวณเชิงทฤษฎี

คำสำคัญ: อีลาสติก, วิธียิงเป้า, เสถียรภาพ, แรงในแนวราบ

Abstract

This paper presents the study of the stability of an elastica under the gravitational field using the horizontal force at mid-length of the elastica. One end of the elastica is initially fixed while the other end can increase the length through the sleeve support. At the mid-length of the elastica, there is a horizontal force served as a tool for investigating the stability of the elastica. The stability of the elastica can be observed

from the signs of the stiffness of the elastica against the horizontal force. The governing differential equations consist of equilibrium equations of the elastica segment, moment-curvature relationship, and geometric relations of the elastica. Solutions of the problem can be calculated by employing the shooting method. The governing differential equations are integrated numerically (i.e., Runge-Kutta method) to satisfy boundary conditions. The results from the computation would be compared to the experimental results. From the study, the gravitational field in terms of self-weight of the elastica causes the instability when the total arc-length is increased beyond a critical value. Moreover, the results from the experiment using the high flexibility specimens (i.e., polycarbonate sheets) exhibit the good agreement with those from the theoretical results.

Keywords: Elastica, Shooting Method, Stability, Horizontal Force

1. บทนำ

การสูญเสียเสถียรภาพของอีลาสติกอันเนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงของโลกในรูปแบบน้ำหนักบรรทุกของตัวเองเป็นปัญหาที่น่าสนใจปัญหาหนึ่งของการศึกษาพฤติกรรมของอีลาสติก ซึ่งอาจพบปัญหาในลักษณะดังกล่าวได้โดยทั่วไป อาทิเช่นในกรณีของเสาเอ็น (Cantilever column) ซึ่งพบว่าเมื่อทำการเพิ่มความยาวของเสาจนกระทั่งมากกว่าความยาววิกฤติ (หรือน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ) แล้ว (เช่นเดียวกับกรณีเพิ่มน้ำหนักบรรทุกตัวเอง) เสาจะไม่สามารถรักษารูปร่างในแนวตั้งตรงได้อันเนื่องมาจากน้ำหนักบรรทุกของตัวเองทำให้เสาสูญเสียเสถียรภาพ ซึ่งงานวิจัยที่ศึกษาปัญหาในลักษณะดังกล่าวได้แก่ Duan และ Wang [1] ซึ่งได้ศึกษาหาค่าตอบแบบแม่นยำตรงของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติซึ่งจะทำให้เสาคิดการสูญเสียเสถียรภาพ โดยมีจุดรองรับในรูปแบบต่างๆ และปัญหาที่คล้ายกัน

แต่ลักษณะของเสาที่เป็นแบบปลายเรียว (Tapered column) ศึกษาโดย Wang [2] ซึ่งพบว่าเสถียรภาพของเสาปลายเรียวขึ้นอยู่กับสนามของแรงโน้มถ่วงของโลก (น้ำหนักบรรทุกตัวเอง) และองศาความเรียวของเสา และในกรณีที่ว่าวัสดุของเสาอื่นที่มีความไร้เชิงเส้นที่มีความอ่อนตัว (softening behavior) เสถียรภาพของเสาอื่นในกรณีดังกล่าวได้ศึกษาโดย Virgin และ Plaut [3] นอกเหนือไปจากการศึกษาเสถียรภาพของเสาอื่นภายใต้น้ำหนักบรรทุกตัวเองแล้ว มีงานวิจัยอื่นที่ศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติกคาในรูปแบบอื่นเช่น การศึกษาเสถียรภาพของอิลาสติกคาที่มีปลายยึดแน่น (fixed ends) ทั้งสองด้านเช่น Domokos และคณะ [4] กรณีอิลาสติกคาในสามมิติเสถียรภาพของอิลาสติกคาที่มีปลายยึดแน่นทั้งสองด้านสามารถสูญเสียเสถียรภาพในรูปแบบการบิดตัวออกนอกระนาบได้ (out-of-plane buckling) คืองานวิจัยของ Phungpaingam และคณะ [5]

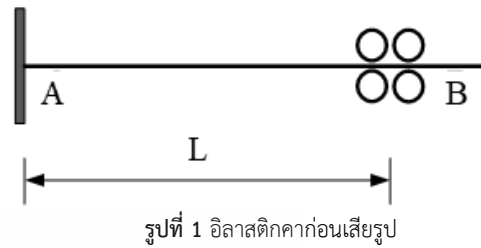
การทดสอบเสถียรภาพของอิลาสติกคาสามารถทำได้โดยวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายคือ 1) สังเกตค่าสตีเฟเนส [5-7] 2) ตรวจสอบการแปรผันของอันดับสองของฟังก์ชันพลังงานศักย์รวม [8] และ 3) วิธีการทางพลศาสตร์โดยสังเกตค่าของความถี่ธรรมชาติ [3,9-10] ซึ่งในแต่ละวิธีการจะเหมาะสมกับลักษณะของปัญหาที่แตกต่างกันไป ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีการตรวจสอบค่าสตีเฟเนสของอิลาสติกคาต่อแรงกระทำในแนวราบเพื่อศึกษาตำแหน่งวิกฤติที่ทำให้อิลาสติกคาเกิดการสูญเสียเสถียรภาพในแนวตั้งตรง (Upright position) โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำในแนวราบกับระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการสร้างสมการครอบคลุมปัญหาที่มีความไร้เชิงเส้นจากสมการสมดุลของชิ้นส่วนย่อยอิลาสติกคา ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง และความสัมพันธ์ของรูปร่างทางเรขาคณิตของอิลาสติกคา ผลกระทบของแรงที่กึ่งกลางได้ถูกรวมเข้าไปโดยพิจารณาชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกคาที่กึ่งกลาง ซึ่งได้นำเสนอใน [11] หลังจากนั้นได้ใช้วิธีการยิงเป้าเพื่อหาผลเฉลยเชิงตัวเลข ผลลัพธ์ของความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กึ่งกลางและระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบที่จุดกึ่งกลาง สามารถทำนายพฤติกรรมของเสถียรภาพของอิลาสติกคาได้โดยการสังเกตเครื่องหมายของเส้นโค้งความสัมพันธ์ของแรงกระทำในแนวราบและระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ หากความชันของเส้นโค้ง (สตีเฟเนส) มีค่าเป็นบวกแสดงถึงการมีเสถียรภาพ ในขณะที่ความชันของเส้นโค้งที่เป็นลบหมายถึงการสูญเสียเสถียรภาพ นอกเหนือไปจากการคำนวณเชิงตัวเลขแล้วยังได้ทำการทดลองเปรียบเทียบอย่างง่ายขึ้นมา โดยใช้แผ่นโพลีคาร์บอเนตซึ่งมีความยืดหยุ่นสูง เหมาะสำหรับการนำมาทดลองปัญหาที่เกี่ยวข้องกับอิลาสติกคา ซึ่งจากผลเปรียบเทียบอย่างง่ายแสดงถึงความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

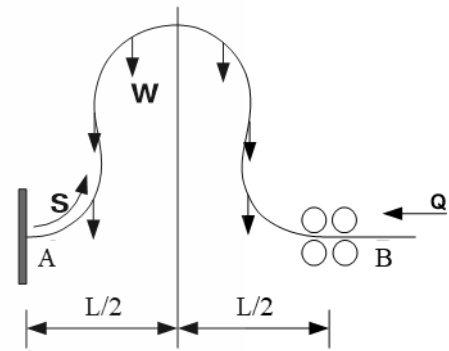
2. ลักษณะของปัญหา

ลักษณะของโครงสร้างที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้จะมีลักษณะเป็นคานอย่างง่าย หน้าตัดสม่ำเสมอ ความยาวช่วงพาด (Span Length) คงที่ L โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติกคาเป็นแบบยึดแน่น (จุด A) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบ Sleeve (จุด B) แล้วให้แรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้าน B ทำให้ความยาวของ อิลาสติกคาเพิ่มขึ้น โดยกำหนดความยาวตั้งแต่ 1.0 ถึง 10.0 ที่น้ำหนักของอิลาสติกคาตั้งแต่

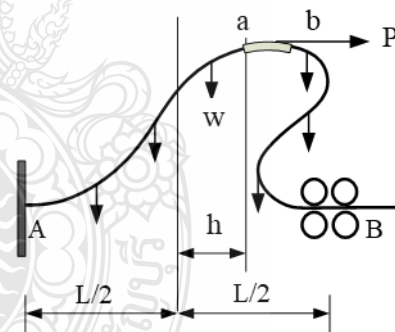
0.0 ถึง 2.5 ตามลำดับ และทำการทดสอบการมีเสถียรภาพของอิลาสติกคา โดยการเพิ่มแรงในแนวราบที่กึ่งกลางคานของอิลาสติกคา ที่ค่าของน้ำหนัก W และความยาว s ต่างๆ



รูปที่ 1 อิลาสติกคา ก่อนเสียรูป



รูปที่ 2 อิลาสติกคา หลังเสียรูป



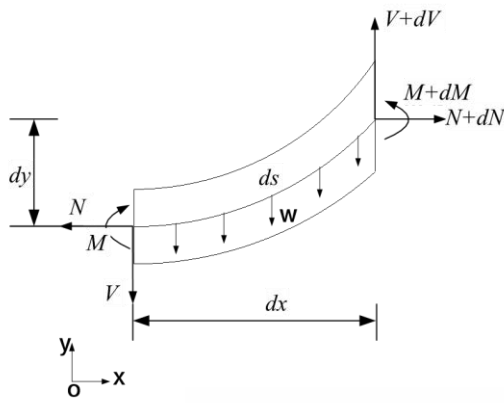
รูปที่ 3 อิลาสติกคา ขณะทดสอบเสถียรภาพ

3. ระบบสมการและการคำนวณอิลาสติกคา

3.1 อิลาสติกคา ก่อนและขณะที่ถูกกระทำด้วยแรงในแนวราบ \bar{P} เพื่อทดสอบเสถียรภาพ

จากการพิจารณาชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกคาภายใต้มีน้ำหนักบรรทุกตัวเองดังแสดงในรูปที่ 4 สามารถเขียนสมการสมดุลได้ดังนี้

$$\frac{dN}{ds} = 0 ; \frac{dV}{ds} = W ; \frac{dM}{ds} = -V \frac{dx}{ds} + N \frac{dy}{ds} \quad (1a-c)$$



รูปที่ 4 ผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกคา

โดยที่ค่า N, V และ M คือ ค่าแรงในแนวราบ, ค่าแรงในแนวตั้ง และโมเมนต์ตัด ตามลำดับ ds คือความยาวส่วนโค้งของชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกคา ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดและความโค้ง (Moment – Curvature Relationship) สามารถแสดงได้ ดังสมการที่ 2

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI} \quad (2)$$

และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta; \frac{dy}{ds} = \sin\theta \quad (3a-b)$$

x และ y คือระยะตามแนวราบและระยะตามแนวตั้งที่วัดจากจุดอ้างอิง A

สำหรับการศึกษาในครั้งนี้ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณ จะทำการแปลงให้เป็นแบบไร้มิติ เพื่อความสะดวกในการคำนวณและเปรียบเทียบผลค่าที่ทำการแปลงให้เป็นแบบไร้มิติแสดงดังนี้

$$\bar{x} = \frac{x}{L}; \bar{y} = \frac{y}{L}; \bar{s} = \frac{s}{L} \quad (4a-c)$$

$$\bar{N} = \frac{NL^2}{EI}; \bar{V} = \frac{VL^2}{EI}; \bar{M} = \frac{ML}{EI}; \bar{P} = \frac{PL^2}{EI}; \bar{W} = \frac{WL^3}{EI} \quad (5a-e)$$

จากสมการที่ (1 – 3) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบไร้มิติได้ดังนี้

$$\frac{d\bar{N}}{d\bar{s}} = 0; \frac{d\bar{V}}{d\bar{s}} = \bar{W}; \frac{d\bar{M}}{d\bar{s}} = -\bar{V} \cos\theta + \bar{N} \sin\theta \quad (6a-c)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\bar{s}} = \bar{M} \quad (7)$$

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{s}} = \cos\theta; \frac{d\bar{y}}{d\bar{s}} = \sin\theta \quad (8a-b)$$

เงื่อนไขขอบเขตที่ปลายทั้งสองด้านของอิลาสติกคาแสดงได้ดังนี้ ที่ $\bar{s} = 0$

$$\bar{x}(0) = 0; \bar{y}(0) = 0; \theta(0) = 0 \quad (9a-c)$$

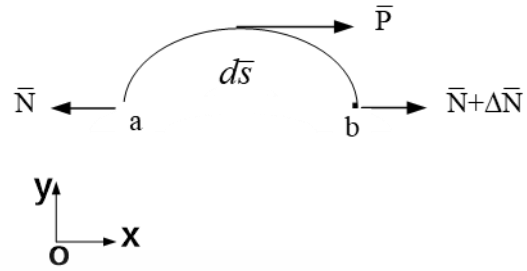
ที่ $\bar{s} = \bar{s}_t$

$$\bar{x}(\bar{s}_t) = 1; \bar{y}(\bar{s}_t) = 0; \theta(\bar{s}_t) = 0 \quad (10a-c)$$

จากการพิจารณาอิลาสติกคาในสภาพแบบมีน้ำหนักตัวเองและมีแรงกระทำในแนวราบ โดยกำหนดระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0 - 0.5$ เพื่อคำนวณหาแรงในแนวราบ \bar{P} ในรูปที่ 5 สามารถเขียนสมการสมดุล ตำแหน่งที่มีแรงในแนวราบกระทำได้ดังนี้

$$\bar{N} + \Delta\bar{N} - \bar{N} + \bar{P} = 0 \quad (11)$$

$$\therefore \Delta\bar{N} = -\bar{P} \quad (12)$$



รูปที่ 5 ผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกคาที่ถูกกระทำ โดยแรงในแนวราบ \bar{P}

ซึ่งในกรณีนี้มีความไม่ต่อเนื่องของแรงในแนวราบ \bar{N} ที่ตำแหน่ง $\frac{\bar{s}_t}{2}$

จึงไม่สามารถทำการอินทิเกรตแบบต่อเนื่องจาก $\bar{s} = 0$ ถึง $\bar{s} = \bar{s}_t$ ได้

จำเป็นต้องแบ่งช่วงของการอินทิเกรตเป็น 2 ช่วงได้แก่ $0 \leq \bar{s} \leq \frac{\bar{s}_t}{2}$

และ $\frac{\bar{s}_t}{2} \leq \bar{s} \leq \bar{s}_t$ โดยในช่วง $\frac{\bar{s}_t}{2} \leq \bar{s} \leq \bar{s}_t$ มีแรงในแนวราบเกิดการเปลี่ยนแปลงตามสมการที่ 13

$$\bar{N} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \bar{N} - \bar{P} \quad (13)$$

ดังนั้นเมื่อทำการอินทิเกรตมาถึงตำแหน่ง $\frac{\bar{s}_t}{2}$ แรงที่ตำแหน่ง $\frac{\bar{s}_t}{2}^+$ จะมีค่าเป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$\bar{N} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \bar{N} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^- - \bar{P} \quad (14)$$

$$\bar{V} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \bar{V} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^- \quad (15)$$

$$\bar{M} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \bar{M} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^- \quad (16)$$

$$\bar{x} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \bar{x} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^- \quad (17)$$

$$\bar{y} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \bar{y} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^- \quad (18)$$

$$\theta \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^+ = \theta \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right)^- \quad (19)$$

ซึ่งค่าดังกล่าวจะเป็นค่าเริ่มต้นของการอินทิเกรตจาก $\bar{s} = \frac{\bar{s}_t}{2}$ ไป

จนถึง $\bar{s} = \bar{s}_t$ เพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา คือ

$$\bar{x}(\bar{s}_t) = 1; \bar{y}(\bar{s}_t) = 0; \theta(\bar{s}_t) = 0; \bar{x} \left(\frac{\bar{s}_t}{2} \right) - 0.5 = \bar{h} \quad (20a-d)$$

เนื่องจากมีการใส่แรงจากภายนอก \bar{P} เข้าไปในระบบจึงทำให้ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าเพิ่มขึ้น 2 ตัวแปรคือ \bar{P} และ \bar{h} แต่ในปัญหานี้ จะทำการกำหนดให้ \bar{h} เป็นตัวแปรอิสระ ดังนั้นหากค่า \bar{s}_i และ \bar{h} เป็นตัวแปรที่กำหนดให้จะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมด 4 ตัวแปร คือ $\bar{M}, \bar{V}, \bar{N}$ และ \bar{P} ซึ่งสอดคล้องกับ 4 เงื่อนไขในสมการที่ (20)

โดยที่

\bar{x} = ระยะเคลื่อนตัวในแนวราบ

\bar{y} = ระยะเคลื่อนตัวในแนวดิ่ง

\bar{s}_i = ความยาวส่วนโค้งทั้งหมด

\bar{s} = ความยาวส่วนโค้ง

\bar{L} = ความยาวช่วงของอิลาสติคคา

\bar{V} = แรงในแนวดิ่ง

\bar{N} = แรงในแนวราบ

\bar{M} = โมเมนต์ดัด

EI = ความแข็งแกร่งต่อการดัด

\bar{P} = แรงในแนวราบที่กึ่งกลางอิลาสติคคา

\bar{h} = ระยะที่เคลื่อนที่ในแนวราบที่ตำแหน่งกึ่งกลางอิลาสติคคา

$\left(\frac{\bar{s}_i}{2}\right)^+$ = ความยาวส่วนโค้งที่มากกว่า $\frac{\bar{s}_i}{2}$ เพียงเล็กน้อย

$\left(\frac{\bar{s}_i}{2}\right)^-$ = ความยาวส่วนโค้งที่น้อยกว่า $\frac{\bar{s}_i}{2}$ เพียงเล็กน้อย

3.2 กระบวนการคำนวณ

จากระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของปัญหาค่าขอบเขต (6) - (8) ซึ่งเป็นปัญหาแบบ Two - Point Boundary Values Problem แก้ปัญหาโดยการกำหนดค่า \bar{s}_i และ \bar{W} แล้วสมมติค่าเริ่มต้น $\bar{M}, \bar{V}, \bar{N}$ และ \bar{P} เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณด้วยวิธี Shooting Optimization ร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ Runge-Kutta โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการ ได้แก่ $\bar{M}, \bar{V}, \bar{N}$ และ \bar{P} ในที่นี้ใช้เงื่อนไขดังระบุในสมการที่ 21

$$\text{Min} \cdot \phi = \left| \theta(\bar{s}_i) + |(\bar{s}_i) - 1| + |\bar{y}(\bar{s}_i)| + \left| \bar{h} - \bar{x} \left(\frac{\bar{s}_i}{2} \right) + 0.5 \right| \quad (21)$$

หากมีการตรวจสอบพบว่าค่าของฟังก์ชันทางขวาของสมการที่ 21 ยังมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้คือ $\epsilon = 10^{-9}$ จะเกิดการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าว

4. การทดสอบตัวอย่าง

ทำการทดสอบตัวอย่างด้วยแบบจำลองคานอย่างง่าย ตามรูปที่ 3 หน้าตัดสม่ำเสมอ ความยาวช่วงพาด(Span Length) คงที่ L โดยที่ปลายด้านหนึ่งของอิลาสติคคาเป็นแบบยึดแน่น(จุด A) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบ sleeve (จุด B) แล้วให้แรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้าน B ทำให้ความยาวของอิลาสติคคาเพิ่มขึ้น โดยกำหนด

ความยาวตั้งแต่ 1.0 – 3.0 m ที่น้ำหนักของอิลาสติคคาแตกต่างกัน 2 ค่า ซึ่งแปรผันตามความกว้างของชิ้นตัวอย่าง 25 , 50 mm ตามลำดับ และทำการทดสอบการมีเสถียรภาพของอิลาสติคคาโดยการเพิ่มแรงในแนวราบที่กึ่งกลางคานของอิลาสติคคา ที่ค่าของน้ำหนัก \bar{W} และความยาว \bar{s} ต่าง ๆ

4.1 เครื่องมือและอุปกรณ์

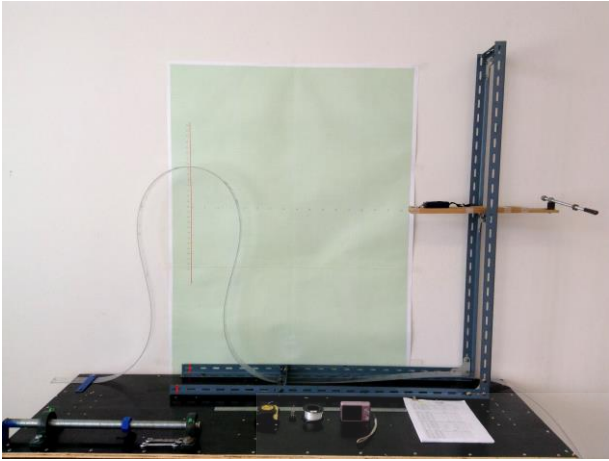
1. แผ่นโพลีคาร์บอเนต ที่มีขนาดแตกต่างกัน 2 ขนาด และคุณสมบัติอื่นๆ ดังรายละเอียด

ขนาด (mm)	I (cm ⁴)	E (kg/cm ²)	W (kg/cm)
2 x 25 x 3000	0.001667	21588.186	0.0006
2 x 50 x 3000	0.003333	21588.186	0.0012

- โต๊ะสำหรับการจับยึดอุปกรณ์ทดสอบ
- ไม้บรรทัดเหล็ก
- เครื่องชั่งแบบแขวน ค่าความละเอียด 10 กรัม
- กล้องถ่ายรูปพร้อมขาตั้ง
- เครื่องคอมพิวเตอร์
- กระดาษกราฟ
- ตลับเมตร

4.2 วิธีการทดลองขณะทำการทดสอบเสถียรภาพ

- จับยึดแผ่นโพลีคาร์บอเนตกับชุดอุปกรณ์สำหรับทดสอบโดยมีความยาวช่วงพาด(Span Length) คงที่ $L = 0.669$ m ($\bar{W} = 5.00$) และ $L = 0.766$ m ($\bar{W} = 7.50$) โดยกำหนดค่า $\bar{W} = 5.00, 7.50$ แล้วคำนวณค่า L จากสมการ 5e โดยทำการยึดปลายด้านหนึ่งของแผ่นโพลีคาร์บอเนตกับหัวแบบยึดแน่น(จุด A) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนจุดรองรับแบบ sleeve (จุด B) ให้แรงอัดในแนวแกนกระทำที่ปลายด้าน B ทำให้ความยาวของอิลาสติคคาเพิ่มขึ้น
- แปรผันขนาดแผ่นโพลีคาร์บอเนตที่ ขนาด 2 x 25 x 3000 mm และ 2 x 50 x 3000 mm ตามลำดับ
- ที่แต่ละขนาดของแผ่นโพลีคาร์บอเนตให้แรงกระทำที่กึ่งกลางของความยาว ทำการทดสอบโดยจับยึดกับเครื่องชั่งแบบแขวนแล้วดึงให้แรงในแนวราบ กำหนดระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบที่ระยะ $\bar{h} = 0-0.5$ แล้วอ่านค่าแรงที่เครื่องชั่ง
- ทำในขั้นตอนที่ 1 – 3 อีกครั้งโดยทำการเปลี่ยนแปลงขนาดของแผ่นโพลีคาร์บอเนต
- จดบันทึกค่าความยาวส่วนโค้ง และแรงที่กระทำ
- นำค่าตัวแปรต่างๆ ที่ได้จากการทดลองไปสรุปผลและเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข



รูปที่ 6 ชุดอุปกรณ์สำหรับการทดลองเพื่อทดสอบเสถียรภาพ

5. ผลเชิงทฤษฎีและการทดลอง

5.1 ผลการคำนวณความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่ยังทำให้มีเสถียรภาพ

ในการทดสอบเสถียรภาพของอีลาสติคภายใต้สนามของแรงโน้มถ่วงของโลก อีลาสติคจะถูกบังคับด้วยความยาวส่วนโค้งทั้งหมด (\bar{s}_l) ให้มีค่าคงที่ และทำการทดสอบเสถียรภาพโดยอาศัยแรงกระทำในแนวราบที่กึ่งกลาง \bar{P}

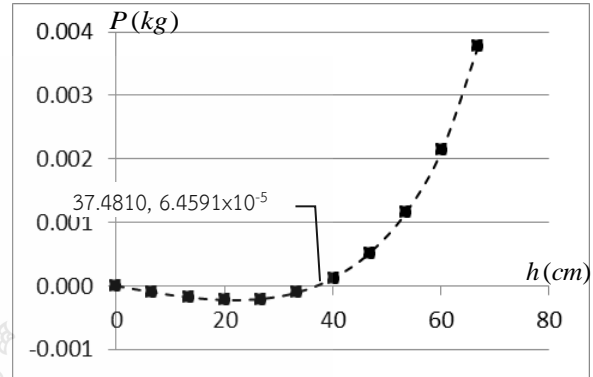
ตารางที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของอีลาสติค (\bar{W}) กับความยาวส่วนโค้งทั้งหมดที่เริ่มสูญเสียเสถียรภาพ ($\bar{s}_{l(crit)}$)

\bar{W}	$\bar{s}_{l(crit)}$
0.50	6.10
1.00	5.20
2.00	4.40
2.50	4.20
5.00	3.49
7.50	3.18

ตารางที่ 1 แสดงความยาวส่วนโค้งวิกฤติที่น้ำหนักของอีลาสติค \bar{W} แปรผันตั้งแต่ 0.5 ถึง 7.5 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อน้ำหนักบรรทุกเพิ่มมากขึ้น ความยาวส่วนโค้งที่ทำให้อีลาสติคเริ่มไร้เสถียรภาพจะยิ่งลดลง อันเนื่องมาจากผลของแรงโน้มถ่วงที่เพิ่มมากขึ้นนั่นเอง

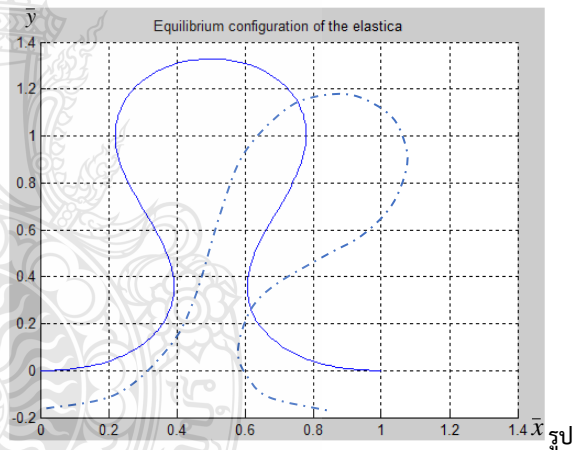
จากข้อมูลตามตารางที่ 1 ที่ $\bar{W} = 5.00$ และ 7.50 นำผลที่ได้ไปใช้เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการทดลองอย่างง่าย ทั้งนี้เพราะจากคุณสมบัติของวัสดุที่เลือกใช้เป็นแผ่นโพลีคาร์บอเนต การเลือกใช้ \bar{W} ในช่วงดังกล่าวมีความสะดวกและเหมาะสมในการวัดและการอ่านค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ (\bar{h}) และแรงในแนวราบ (\bar{P}) การทดสอบเสถียรภาพของอีลาสติคทำได้โดยการสังเกตเครื่องหมายของสตีเฟนส์ที่ด้านการเคลื่อนที่ในแนวราบภายใต้แรงกระทำ \bar{P} หากมีค่าเป็นบวกแสดงถึงการมีเสถียรภาพ แต่หากเป็นลบแสดงว่าไร้เสถียรภาพ ซึ่งแสดงให้เห็นดังรูปที่ 7

เมื่อ $\bar{W} = 5.00$ และ $\bar{s}_l = 3.50$ โดยรูปร่างของอีลาสติคที่ตั้งตรงมีความไร้เสถียรภาพ ดังนั้นอีลาสติคจึงไม่สามารถตั้งตรงได้เช่นเดียวกับรูปที่ 6 อีลาสติคจะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเพื่อหาจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพใหม่ที่ระยะ $h = 37.4810$ cm ซึ่งในกรณีนี้แสดงได้ในรูปที่ 8 ที่ 9 และในทำนองเดียวกันในรูปที่ 10 ถึง 12 ซึ่ง $\bar{W} = 7.50$ และ $\bar{s}_l = 3.20$ ซึ่งรูปร่างในแนวตั้งตรงของอีลาสติค มีความไร้เสถียรภาพ แต่จะมีจุดสมดุลที่มีเสถียรภาพใหม่คือที่ระยะ $h = 54.3979$ cm



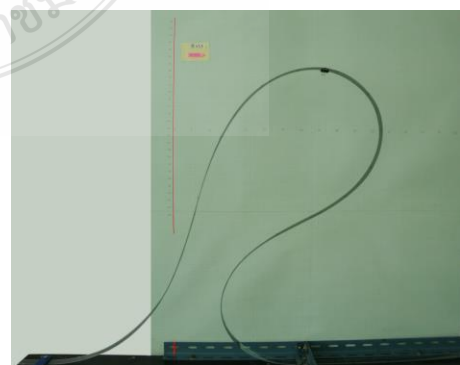
รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P

ที่ $\bar{W} = 5.00$, $\bar{s}_l = 3.50$



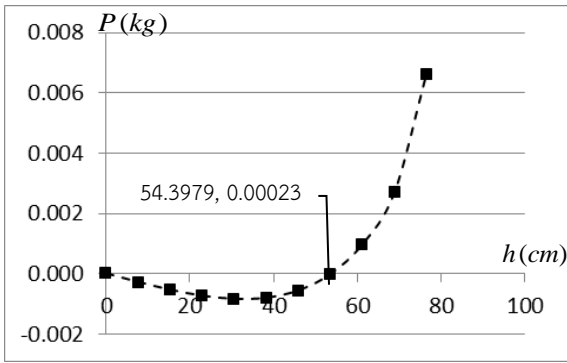
ที่ 8 รูปร่างการเสถียรจากการคำนวณ

ที่ $\bar{W} = 5.00$, $\bar{s}_l = 3.50$, $\bar{h} = 0, 0.56$ ($h = 0, 37.4810$ cm)

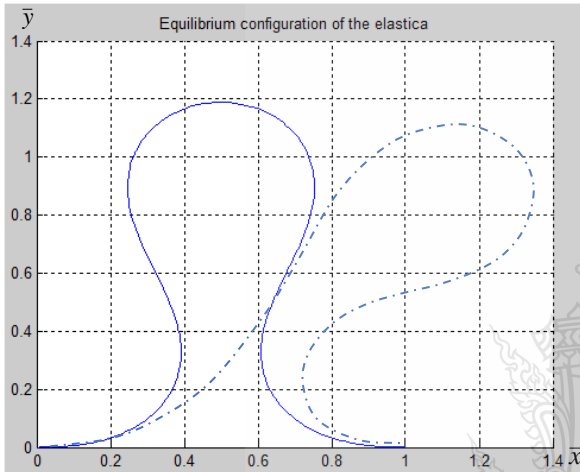


รูปที่ 9 รูปร่างการเสถียรจากการทดลอง

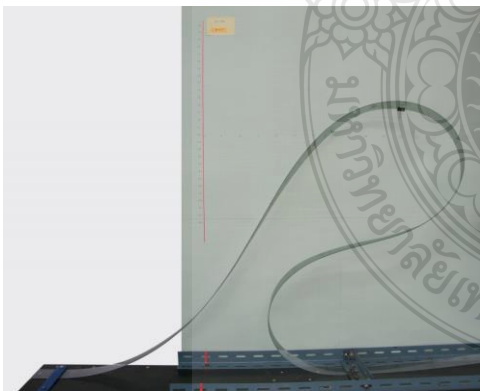
ที่ $\bar{W} = 5.00$, $\bar{s}_l = 3.50$, $\bar{h} = 0.56$ ($h = 37.4810$ cm)



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ \bar{P}
ที่ $\bar{W} = 7.50$, $\bar{s}_t = 3.20$



รูปที่ 11 รูปร่างการเสียรูปจากการคำนวณ
ที่ $\bar{W} = 7.50$, $\bar{s}_t = 3.20$, $\bar{h} = 0.71$ ($h = 0.54.3979cm$)



รูปที่ 12 รูปร่างการเสียรูปจากการทดลอง
ที่ $\bar{W} = 7.50$, $\bar{s}_t = 3.20$, $\bar{h} = 0.71$ ($h = 54.3979cm$)

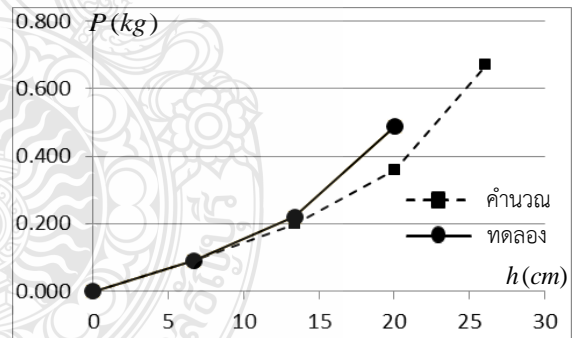
เพื่อแสดงให้เห็นความสอดคล้องของผลในเชิงทฤษฎีและผลในเชิงการทดลอง จะแสดงผลการเปรียบเทียบแรงในแนวราบที่ $\bar{W} = 5.00$ และ 7.50 ที่ \bar{s}_t ต่าง ๆ กัน ดังแสดงในหัวข้อ 5.2

5.2 ผลเชิงทฤษฎีและการทดลองจำแนกรายกรณี

จากความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของอีลาสติคคา (\bar{W}) และความยาวส่วนโค้งวิกฤติ ($\bar{s}_t(cri)$) แสดงในตารางที่ 1 นำผลการคำนวณที่น้ำหนักของอีลาสติคคา (\bar{W}) เท่ากับ 5.00 และ 7.50 ไปทำการทดสอบเสถียรภาพด้วยการทดลอง เพื่อเปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลจากการทดลองโดยทำการทดสอบกับอีลาสติคคาที่มีความกว้าง 2 ขนาด คือ 2.50 cm และ 5.00 cm ผลเป็นดังนี้

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลองกับอีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm, $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$

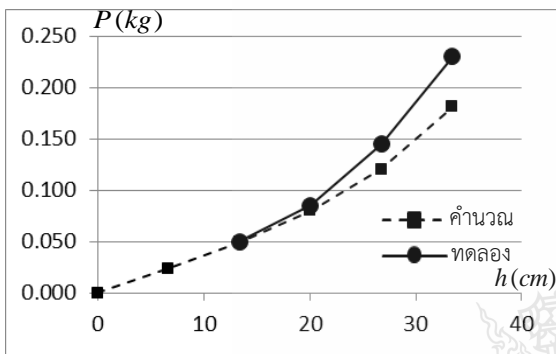
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	11.34	0.0911	0.09
0.2	13.386	24.73	0.1987	0.22
0.3	20.079	44.88	0.3605	0.49
0.39	26.103	83.44	0.6702	NA



รูปที่ 13 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อีลาสติคคา ขนาด 2.50 cm $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

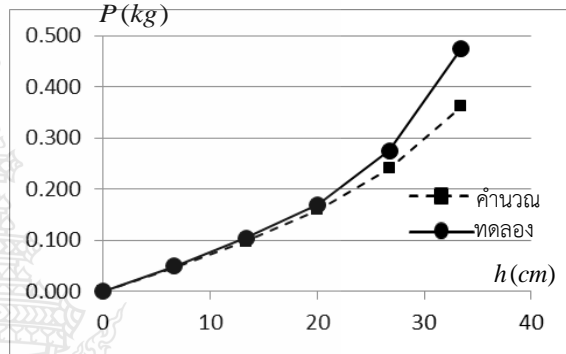
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	2.93	0.0235	NA
0.2	13.386	6.12	0.0491	0.05
0.3	20.079	9.93	0.0797	0.09
0.4	26.772	14.96	0.1201	0.15
0.5	33.466	22.54	0.1810	0.23



รูปที่ 14 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

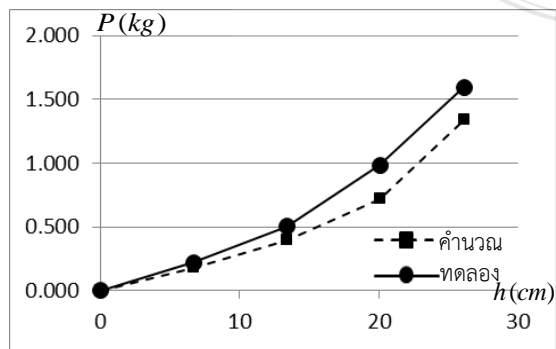
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	2.93	0.0470	0.05
0.2	13.386	6.12	0.0983	0.11
0.3	20.079	9.93	0.1594	0.17
0.4	26.772	14.96	0.2403	0.28
0.5	33.460	22.54	0.3620	0.48



รูปที่ 16 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.5$

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	6.693	11.34	0.1821	0.22
0.2	13.386	24.73	0.3973	0.51
0.3	20.079	44.88	0.7210	0.99
0.39	26.103	83.44	1.3404	1.60



รูปที่ 15 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$

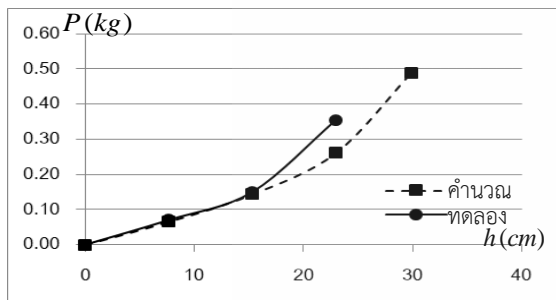
จากผลในตารางที่ 2 และรูปที่ 13 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
พบว่า ที่ $b = 2.50$ cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ ที่ระยะการเคลื่อนที่ใน
แนวราบ $\bar{h} = 0 - 0.2$ ผลการคำนวณเชิงตัวเลขและผลเชิงทดลองให้
ค่า P ใกล้เคียงกัน โดยที่เมื่อ \bar{h} เพิ่มขึ้นค่า P มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเช่นกัน
การทดลองให้ผลไปในแนวทางเดียวกัน แต่ในบางกรณีไม่สามารถหาค่า P
ได้เนื่องจากเกิดการยึดรั้งที่จุดรองรับ

เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดเพิ่มขึ้นเป็น $\bar{s}_r = 2.5$ (ตารางที่ 3 และ
รูปที่ 14) พบว่าที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบที่มีค่าน้อย ($\bar{h} = 0.1$)
ผลการทดลองไม่สามารถอ่านค่า P ได้ เนื่องจากข้อจำกัดของเครื่องมือวัด
ที่ไม่สามารถอ่านค่าแรงที่ค่าแรงน้อยมากได้ เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณ
เชิงตัวเลขกับผลเชิงการทดลองจะมีความสอดคล้องกัน

จากผลตารางที่ 4-5 และรูปที่ 15-16 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
พบว่า ที่ $b = 5.00$ cm , $\bar{W} = 5.00$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ และ $\bar{s}_r = 2.5$ ผลเชิง
ทดลองให้ค่า P เป็น 2 เท่า ของแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm ที่ระยะ
การเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.1$ ผลเชิงการทดลองสามารถอ่านค่า P ได้
0.05 kg โดยแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm นั้น อ่านค่าไม่ได้ ซึ่งเป็
นการยืนยันได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขมีความสอดคล้องกันกับผลการ
ทดลอง

ตารางที่ 6 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$

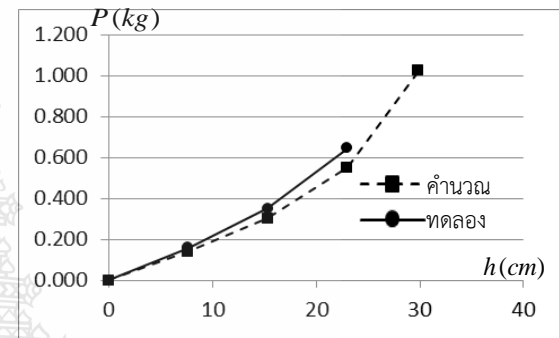
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	10.70	0.0656	0.07
0.2	15.323	23.37	0.1432	0.15
0.3	22.985	42.55	0.2608	0.35
0.39	29.881	79.56	0.4877	NA



รูปที่ 17 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$

ตารางที่ 8 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$

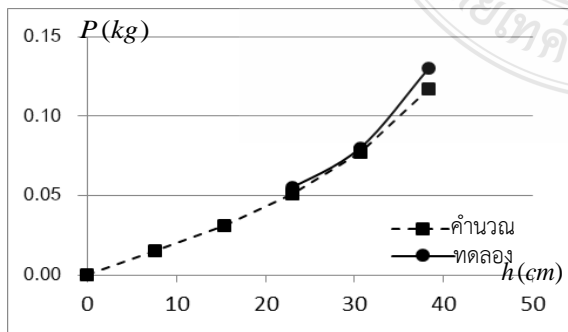
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	11.34	0.1390	0.16
0.2	15.323	24.73	0.3032	0.48
0.3	22.985	44.88	0.5502	0.64
0.39	29.881	83.44	1.0229	NA



รูปที่ 19 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.0$

ตารางที่ 7 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

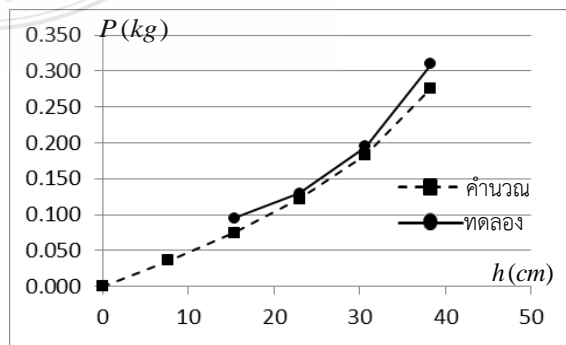
\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	2.44	0.0149	NA
0.2	15.323	5.10	0.0313	NA
0.3	22.985	8.31	0.0509	0.06
0.4	30.647	12.59	0.0772	0.08
0.5	38.308	19.11	0.1172	0.13



รูปที่ 18 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 2.50 cm $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

ตารางที่ 9 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดลอง
กับอิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm , $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

\bar{h} (ไร้หน่วย)	h (cm) (มีหน่วย)	\bar{P} (ไร้หน่วย)	P (kg)	
			คำนวณ	ทดลอง
0	0	0	0	0
0.1	7.662	2.93	0.0359	NA
0.2	15.323	6.12	0.0750	0.09
0.3	22.985	9.93	0.1217	0.13
0.4	30.647	14.96	0.1833	0.19
0.5	38.308	22.54	0.2763	0.31



รูปที่ 20 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P
ที่อิลาสติกคา ขนาด 5.00 cm $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_t = 2.5$

จากผลในตารางที่ 6 และรูปที่ 17 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P พบว่า ที่ $b = 2.50$ cm, $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0 - 0.2$ แสดงให้เห็นถึงผลการคำนวณเชิงตัวเลขและผลเชิงทดลองให้ค่าแรง P ใกล้เคียงกัน โดยที่เมื่อ \bar{h} เพิ่มขึ้น P จะเพิ่มขึ้นเช่นกัน โดยในบางกรณีการทดลองไม่สามารถวัดค่าแรงดึงได้เนื่องจากเกิดการยัดรีงที่จุดรองรับ

เมื่อความยาวส่วนโค้งทั้งหมดเพิ่มขึ้นเป็น $\bar{s}_r = 2.5$ (ตารางที่ 7 และรูปที่ 18) พบว่าที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบที่มีค่าน้อย $\bar{h} = 0 - 0.2$ ผลการทดลองไม่สามารถอ่านค่า P ได้ เนื่องจากข้อจำกัดของเครื่องมือวัดที่ไม่สามารถอ่านค่าแรงที่ค่าแรงน้อยมากได้ เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลเชิงการทดลองจะมีค่าใกล้เคียงกันที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.3 - 0.5$

จากผลตารางที่ 8-9 และรูปที่ 19-20 ความสัมพันธ์ระหว่าง h กับ P พบว่า ที่ $b = 5.00$ cm, $\bar{W} = 7.50$ ที่ $\bar{s}_r = 2.0$ และ $\bar{s}_r = 2.5$ ผลเชิงทดลองให้ P เป็น 2 เท่า ของแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm ที่ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{h} = 0.2$ ผลเชิงการทดลองสามารถอ่านค่า P ได้ 0.09 kg โดยแผ่นที่มีความกว้าง $b = 2.50$ cm นั้น อ่านค่าไม่ได้เนื่องจากค่าน้อยมาก

จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า ผลการคำนวณเชิงทฤษฎีและผลการทดลองในภาพรวมสามารถแสดงให้เห็นถึงความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีซึ่งแสดงให้เห็นถึงความน่าเชื่อถือของแบบจำลองดังกล่าว

6. บทสรุป

การศึกษาพฤติกรรมการมีเสถียรภาพของอีลาสติคภายใต้แรงอัดในแนวแกน สนามของแรงโน้มถ่วงของโลก และการให้แรงในแนวราบกระทำที่กึ่งกลางของอีลาสติค เพื่อทดสอบความมีเสถียรภาพ ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธีอิงเป้าร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบรุง-คุตดา ผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง เสถียรภาพของอีลาสติคประเมินได้โดยการสังเกตเครื่องหมายของเส้นความสัมพันธ์ระหว่าง h และ P ความชันที่เป็นบวกสอดคล้องกับค่าสตีเฟนส์ที่เป็นบวกซึ่งหมายถึงการมีเสถียรภาพ ในทางกลับกันหากมีค่าเป็นลบจะแสดงถึงความไร้เสถียรภาพ ความยาวส่วนโค้งของอีลาสติคที่ทำให้อีลาสติคในสภาพตั้งตรงเกิดความไร้เสถียรภาพ (ความยาวส่วนโค้งวิกฤติ) จะถูกสังเกตจากเครื่องหมายของความสัมพันธ์นี้ ซึ่งพบว่าเมื่อน้ำหนักของอีลาสติคเพิ่มมากขึ้น ค่าความยาวส่วนโค้งวิกฤติจะมีค่าลดลง ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี นอกจากนี้ การคำนวณยังแสดงถึงรูปร่างใหม่ที่มีความสมดุลในแบบที่มีเสถียรภาพซึ่งได้ทำการเปรียบเทียบกับการทดลองซึ่งให้ผลที่สอดคล้องเช่นเดียวกัน

เอกสารอ้างอิง

[1] W.H. Duan and C.M. Wang. (2008). Exact Solution for Buckling of Columns Including Self-weight, J. Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 134(1), pp.116-119.

[2] C.Y. Wang. (2012). Large Post-buckling of Heavy Tapered Elastica Cantilevers and Its Asymptotic Analysis, Arch. Mech. Vol. 64(2), pp.207-220.

[3] L.N. Virgin and R.H. Plaut. (2004). Postbuckling and Vibration of Linearly Elastic and Softening Columns under Self-Weight. Int J. Solids and Structures. Vol.41(18-19). pp.4989-5001.

[4] G. Domokos, W.B. Fraser and I. Szeberenyi. (2003). Symmetry-Breaking Bifurcations of the Uplifted Elastic Strip. Physica D. Vol.185(2). pp. 67-77.

[5] B.Phungpaingam, L.N.Virgin and S.Chucheepsakul. (2012). Stability of Spatial Elastica in a Gravitational Field. Int J. Structural Stability and Dynamics. Vol.12(2). pp. 403-421.

[6] M. Brojan, M.Sitar and F. Kosel. (2012). On Static Stability of Nonlinearly Elastic Euler's Obeying the Modified Ludwick's Law. Int. J. Structural Stability and Dynamics. Vol.12(6), 1250077 (19 pages).

[7] B. Phungpaingam and S. Chucheepsakul. (2005). Post-buckling of an Elastic Column with Various Rotational End Restraints. Int J. Structural Stability and Dynamics. Vol. 5(1), pp. 113-123.

[8] V.V. Kuznetsov and S.V. Levyakov. (2002). Complete Solution of the Stability Problem for Elastica of Euler's Column. Int. Nonlinear Mechanics, Vol.37, pp.1003-1009.

[9] L.N. Virgin, S.T. Santillan and D.B. Holland. (2007). Effect of Gravity on Vibration of Vertical Cantilever. Mechanics Research Communications. Vol.34(3). pp. 312-317.

[10] B. Phungpaingam and Chucheepsakul. (2018). Postbuckling behavior of Variable-Arc-Length Elastica Connected with a Rotational Spring Joint Including the Effect of Configurational Force. Meccanica. Vol.53(10), pp. 2619-2636.

[11] ทิรยุทธ สมสุข และบุญชัย ผึ้งไผ่งาม, (2555) , การศึกษาเสถียรภาพของอีลาสติคโดยอาศัยแรงภายนอก , การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 17



ที่ อว. ๘๑๑๖.๕/๒๗๒

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง
จังหวัดชลบุรี ๒๐๑๓๑

หนังสือฉบับนี้ให้ไว้เพื่อรับรองว่า ทิรยุทธ สมสุข ได้เข้าร่วมการประชุมและนำเสนอบทความวิจัย เรื่อง การประเมินเสถียรภาพอิลาสติกคาที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้แบบปลายยึดแน่นโดยอาศัยแรงภายนอก: ผลเชิงทฤษฎีและการทดลอง เมื่อ วันศุกร์ที่ ๑๗ กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ ในการประชุมวิชาการ วิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ ๒๕ ซึ่งจัดการประชุมโดย คณะกรรมการสาขาวิศวกรรมโยธา วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ร่วมกับ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ศรีราชา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา และ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี ระหว่างวันที่ ๑๕ - ๑๗ กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ ในรูปแบบการประชุมออนไลน์

ออกให้ไว้ ณ วันที่ ๒๒ กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๖๓

(ดร.ชาญยุทธ กาฬกาญจน์)
หัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมโยธา
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ประธานคณะกรรมการจัดการประชุมวิชาการ
วิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ ๒๕

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 25

วิศวกรรมโยธากับโครงการเขตพัฒนาพิเศษภาคตะวันออกเพื่อการพัฒนาอย่างยั่งยืน

ขอมอบเกียรติบัตรนี้เพื่อแสดงว่า

เกียรติคุณ สมสุข

ได้เข้าร่วมการประชุมและนำเสนอบทความวิจัยเรื่อง

การประเมินเสถียรภาพอแลสติกคาที่มีความยาวส่วนโค้งเปลี่ยนได้แบบปลายยึดแน่นโดยอาศัยแรงภายนอก: ผล

เชิงทฤษฎีและการทดลอง

ณ วันศุกร์ที่ 17 กรกฎาคม พ.ศ. 2563



(ดร.ชาญยุทธ กาฬกาญจน์)

ประธานคณะกรรมการจัดการประชุม

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ - สกุล	นายทีรยุทธ สมสุข
วัน เดือน ปีเกิด	3 มิถุนายน 2523
ที่อยู่	351 หมู่ 9 ตำบลโพธิ์ อำเภอเมืองศรีสะเกษ จังหวัดศรีสะเกษ 33000
การศึกษา	ปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมโยธา สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตภาคตะวันออกเฉียงเหนือ นครราชสีมา
ประสบการณ์ทำงาน	ตำแหน่งวิศวกรโยธาปฏิบัติการ กลุ่มงานออกแบบทาง สำนักสำรวจและออกแบบ กรมทางหลวง กระทรวงคมนาคม พ.ศ. 2552 – 2555 ตำแหน่งวิศวกรโยธาชำนาญการพิเศษ ส่วนออกแบบและตรวจสอบผิวทาง แอสฟัลต์ สำนักวิเคราะห์และตรวจสอบ กรมทางหลวง กระทรวงคมนาคม พ.ศ. 2555 – ปัจจุบัน
เบอร์โทรศัพท์	086-6506889
อีเมลล์	teerayut_s@mail.rmutt.ac.th

