

การออกแบบระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมดเพื่อใช้ในการควบคุมแขนกล  
CRS A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด

SLIDING MODE CONTROL DESIGN FOR TRAJECTORY  
TRACKING OF 3-AXIS CRS A255 ROBOT MANIPULATOR ARM

บรรจง กะการดี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

การออกแบบระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดเพื่อใช้ในการควบคุมแขนกล  
CRS A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด

บรรจง กะการดี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบระบบควบคุมแบบสไลด์คังโหมคเพื่อใช้ในการควบคุม แขนกล CRS A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด
ชื่อ - นามสกุล	นายบรรจง กะการดี
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ปรัชญา เปรมปราณีรัชต์, Ph.D.
ปีการศึกษา	2555

## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีการควบคุมหุ่นยนต์ด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์คังโหมค ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ 3 แกน สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์นั้น เป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้น อีกทั้งค่าพารามิเตอร์บางตัวของหุ่นยนต์นั้นไม่ทราบค่าที่แน่นอนจนทำให้เกิดการแกว่งหรือค่าความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ การควบคุมแบบสไลด์คังโหมค จะสามารถแก้ช่วยปัญหาเหล่านี้ได้ และสามารถควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้อย่างแม่นยำอีกด้วย

ส่วนแรกของงานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบควบคุมแบบพีดี และแบบสไลด์คังโหมคกับแบบจำลองทางพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ CRS A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดแบบฟังก์ชันไซน์ จากผลการจำลองระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink แสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมแบบสไลด์คังโหมคมีประสิทธิภาพในการควบคุมได้ดีกว่าระบบควบคุมแบบพีดี

ส่วนที่สองทำการทดลองกับแขนหุ่นยนต์จริง ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบควบคุมแบบพีไอดีและแบบสไลด์คังโหมคในการควบคุมให้แขนหุ่นยนต์ CRS A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดแบบฟังก์ชันไซน์ ด้วยโปรแกรม LabVIEW ผลการทดลองได้แสดงให้เห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ของแต่ละแกนเมื่อใช้การระบบการควบคุมแบบสไลด์คังโหมค จะเข้าสู่เส้นทางที่กำหนดได้อย่างรวดเร็วและแรงบิดในแต่ละข้อต่อจะมีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการใช้การควบคุมแบบพีไอดีและระบบควบคุมทั้งสองแบบให้ค่าความคลาดเคลื่อนในตอนท้ายใกล้เคียงกัน

**คำสำคัญ:** การควบคุมแบบสไลด์คังโหมค พลศาสตร์แขนหุ่นยนต์ การเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด

<b>Thesis Title</b>	Sliding Mode Control Design for Trajectory Tracking of 3-Axis CRS A255 Robot Manipulator Arm
<b>Name - Surname</b>	Mr. Banjong Kakandee
<b>Program</b>	Mechanical Engineering
<b>Thesis Advisor</b>	Mr. Pradya Prempraneerach, Ph.D.
<b>Academic Year</b>	2012

## ABSTRACT

This research studies a control technique using the Sliding Mode Control (SMC) to control the motion of 3-axis robot arms. Robot arm dynamics is nonlinear equations and some robot parameters cannot be measured exactly, as a result the robot motion can be oscillatory or there exist large trajectory error. Nevertheless, the sliding mode control would help to eliminate these problems and perform a trajectory tracking with a good precision.

The first part, a performance comparison between PID controller and Sliding Mode Controller is tested with a dynamic simulation of 3-axis A255 CRS robot arm for sinusoidal trajectory tracking, which is implemented in Matlab/Simulink. Simulation results show that the SMC provides a faster convergence to the desired trajectory within 1 second and a smaller position error than the PD control.

The second part, the sinusoidal trajectory tracking experiments are performed with the 3-axis A225 CRS robot arm using both PID and sliding mode controllers, implemented in LabVIEW. The experimental results with the SMC show smaller tracking error as well as less oscillation in joint torque than that with PID control. However, both controllers exhibit similar tracking error in a steady-state condition.

**Keywords:** sliding mode control, robot dynamic, trajectory tracking

## กิตติกรรมประกาศ

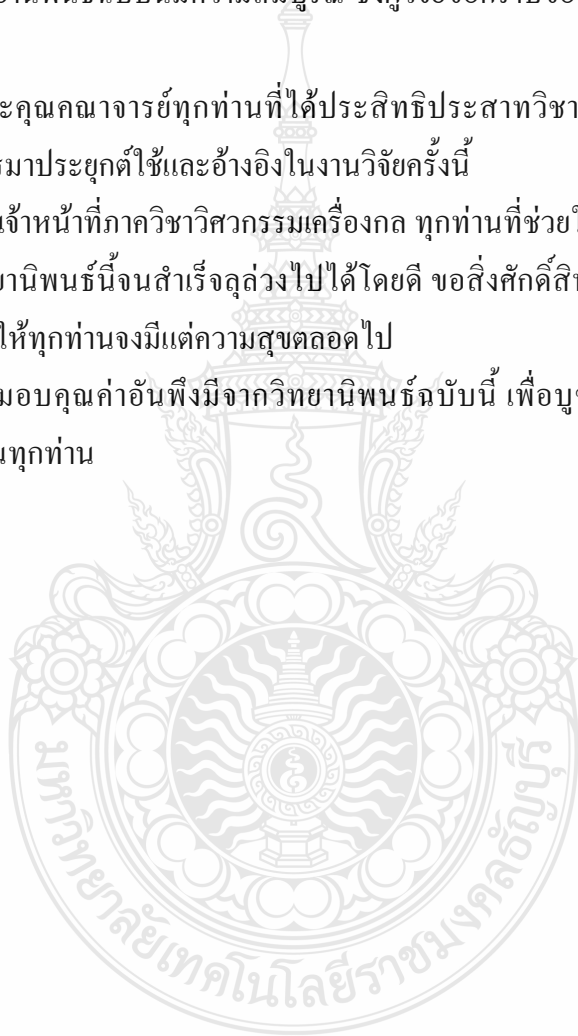
วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงจาก ดร.ปรัชญา เปรมปราชญ์รัชต์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ดร.พิพัฒน์ ปราโมทย์ ดร.มนุศักดิ์ จานทอง กรรมการสอบ และ ดร.ปชาณ กุลวนิช ผู้ทรงคุณวุฒิ ที่กรุณาให้คำแนะนำและให้คำปรึกษาตลอดจนให้ความช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชา บ่มเพาะจนผู้วิจัยสามารถนำเอาหลักทางวิชาการมาประยุกต์ใช้และอ้างอิงในงานวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล ทุกท่านที่ช่วยให้คำปรึกษาแนะนำและให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์นี้จนสำเร็จลุล่วงไปได้โดยดี ขอสิ่งศักดิ์สิทธิ์ทั้งหลายและคุณพระศรีรัตนตรัยจงดลบันดาลให้ทุกท่านจงมีแต่ความสุขตลอดไป

สุดท้ายขอมอบคุณค่าอันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เพื่อบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

บรรจง กะการดี



# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาในการทำวิจัย.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์.....	2
1.3 ระเบียบการวิจัย.....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.5 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย.....	4
1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	4
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
2 ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง.....	6
2.1 ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการสนับสนุนในการวิจัย.....	6
2.2 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของแขนกล.....	7
2.3 พารามิเตอร์ของเดนาวิท-ฮาร์เทนเบิร์ก (Denavit – Hartenberg Parameters).....	13
2.4 ทรานสฟอร์มเมชันโอเปอเรเตอร์ (Transformation Operators).....	14
2.5 จาโคเบียน (Jacobian).....	14
2.6 พลศาสตร์ (Dynamics).....	15
2.7 การวางแผนเส้นทางการเคลื่อนที่.....	16
2.8 การออกแบบระบบควบคุมของแขนหุ่นยนต์ (Robotics as A Prototype).....	18
2.9 การควบคุมตำแหน่ง (Position control) ด้วย PD Control.....	19

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2.10 การควบคุมตำแหน่ง (Position Control) ด้วยระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) .....	21
2.11 แขนกล CRS Robotic รุ่น A255.....	27
2.12 อุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุมแขนกล CRS Robotic รุ่น A255.....	30
3 วิธีการดำเนินการวิจัย .....	32
3.1 การหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกล CRS รุ่น A255.....	32
3.2 การคำนวณหาค่าจลน์ศาสตร์ของแขนกล .....	34
3.3 การหาสมการการเคลื่อนที่.....	37
3.4 วิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID).....	39
3.5 วิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) .....	43
3.6 การออกแบบอุปกรณ์ควบคุมแขนกล .....	47
4 ผลการทดลอง .....	48
4.1 ผลการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วยระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) .....	48
4.2 ผลการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วยระบบพีดี (PD Control) และแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) โดยการเปลี่ยนมวลของแต่ละแกน ...	51
4.3 ผลการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) เมื่อใช้ฟังก์ชัน Sign และฟังก์ชัน Saturation .....	54
4.4 การเปรียบเทียบผลการทดสอบการเคลื่อนที่ของแขนกลระหว่างระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) และแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ในแกนที่ 1 2 และ 3 .....	56
4.5 การเปรียบเทียบเสถียรภาพของระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลระหว่างระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) และแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) โดยใช้ Phase Portraits .....	60

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผลการวิจัย การอภิปรายผลและข้อเสนอแนะ .....	62
5.1 สรุปผลการทดลอง.....	62
5.2 ข้อเสนอแนะ .....	63
รายการอ้างอิง.....	65
ภาคผนวก.....	66
ภาคผนวก ก โปรแกรมควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล โดยใช้ Matlab/Simulink .....	67
ภาคผนวก ข ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่ .....	80
ประวัติผู้เขียน .....	90





## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1	แผนงานการดำเนินงานวิจัย ..... 4
2.1	มุมมองของการเคลื่อนที่ของแต่ละแกนของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 ..... 28
2.2	ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนหุ่นยนต์แต่ละแกน ..... 29
3.1	ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกล CRS รุ่น A255 ที่จะใช้ในการวิจัยนี้..... 33
3.2	D-H Parameters ของตัวแปรของแขนกล CRS รุ่น A255 ..... 37
3.3	ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมแบบพีไอดี ..... 42
3.4	ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมด ..... 45
4.1	ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกล CRS แบบ 3 แกนและระบบควบคุมแบบพีไอดี ..... 48
4.2	ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกล CRS แบบ 3 แกนระบบควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมด .. 49
4.3	ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลองเปลี่ยนมวลของแขนกลในแต่ละแกน โดยการลด- เพิ่ม มวลครั้งละ 10% ..... 51
4.4	ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนของแขนกลแต่ละแกนเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวล ..... 52
4.5	ค่าพารามิเตอร์ใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดีของแขนกลทั้ง 3 แกน ..... 57
4.6	ค่าพารามิเตอร์ใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS รุ่น A255 ด้วยระบบควบคุม แบบสไลด์ดิง โหมด (Sliding Mode Control)..... 57

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 ตำแหน่งปลายแขนหุ่นยนต์ .....	7
2.2 การหมุนรอบแกน Z .....	8
2.3 มุมออยเลอร์ .....	11
2.4 D-H Notation สำหรับข้อต่อแบบหมุน .....	14
2.5 แขนกลแบบมีส่วนเชื่อมต่อ แบบข้อต่อ 2 ส่วน .....	19
2.6 ระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด .....	22
2.7 การเกิดสไลด์ดิ้งโหมดในระหว่างการควบคุม .....	24
2.8 จุดหมุนของแต่ละแกนของแขนกล CRS รุ่น A255 .....	28
2.9 พื้นที่การทำงานของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 .....	29
2.10 โครงสร้างของแขนกล CRS Robotic .....	30
2.11 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัยควบคุมแขนกล CRS Robotic .....	31
3.1 ลำดับขั้นตอนของการเดินเนื้องานการวิจัย .....	32
3.2 ความยาวระหว่างแต่ละแกนองศาการหมุนของแต่ละแกน .....	33
3.3 การตั้งแกนของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 .....	34
3.4 การทำงานของระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) .....	41
3.5 แบบจำลองการควบคุมด้วย PD Control ของแขนกลแบบ 3 แกน โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink .....	42
3.6 การควบคุมด้วย PID Control ของแขนกล 3 แกนด้วยโปรแกรม LabVIEW .....	43
3.7 การทำงานของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) .....	43
3.8 การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ของแขนกล 3 แกนด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink .....	45
3.9 การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ของแขนกล 3 แกนด้วยโปรแกรม LabVIEW .....	46
3.10 การออกแบบหน้าจอแสดงผลการทดลองโดยใช้โปรแกรม LabView .....	46
3.11 โครงสร้างการทำงานของอุปกรณ์ควบคุมแขนกล .....	47
4.1 การเปรียบเทียบการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลแกนที่ 1 2 และ 3 ระหว่างด้วยระบบ ควบคุมแบบพีดี (ซ้าย) และแบบสไลด์ดิ้งโหมด (ขวา) .....	49

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.2	การเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ (ซ้าย) และแรงบิดของมอเตอร์ (ขวา) โดยจำลองการควบคุม ระหว่างระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control)..... 50
4.3	การเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งของการเคลื่อนที่เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงน้ำหนัก โดยจำลองการควบคุม ระหว่างระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) (ซ้าย) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) (ขวา)..... 53
4.4	การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของแขนกลแกนที่ 1 2 และ 3 การควบคุมสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) โดยใช้ฟังก์ชัน Sign (ซ้าย) และใช้ฟังก์ชัน Saturation (ขวา) ... 54
4.5	การเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด (ซ้าย) และแรงบิดของมอเตอร์ (ขวา) โดยจำลองการควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) เมื่อใช้ฟังก์ชัน Sign และใช้ฟังก์ชัน Saturation ..... 55
4.6	การทดลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 โดยใช้โปรแกรม LabVIEW ..... 56
4.7	การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS แกนที่ 1 2 และ 3 ระหว่างการใช้ระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID) (ซ้าย) กับระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) (ขวา) ..... 58
4.8	การเปรียบเทียบความผิดพลาดของการเคลื่อนที่เข้าหาพิกัด (ซ้าย) และการแรงบิดที่กระทำในแต่ละข้อต่อของแขนกล (ขวา) ระหว่างการใช้ระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID) กับระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ทั้ง 3 แกน ..... 59
4.9	Phase Plane ของระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดี (PID) ของแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกน..... 60
4.10	Phase Plane ของระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ของแขนกล CRS รุ่น A255แบบ 3 แกน..... 61
5.1	การติดตั้งแขนกลบนพื้นที่ไม่แข็งแรง ซึ่งจะทำให้เกิดความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ .. 63
5.2	ชิ้นส่วนระบบส่งกำลังภายในของแขนกล CRS รุ่น A255 ..... 64

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

ANN	Artificial Neural Networks
CPU	Central Processing Units
DMR	Digital Mobile Radio
DOF	Degree of Freedom
DSP	Digital Signal Processing
FFT	Fast Fourier Transform
FS1016	Federal Standard 1016
IP	Internet Protocol
ITU-T	International Telecommunications Union-Telecommunications
KBPS	Kilo Bits Per Second
KSOFM	Kohonen Self Organizing Feature Maps
PID	The Proportional, The Integral And Derivative Values
R&D	Research and Development
SMC	Sliding Mode Control



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาในการทำวิจัย

ในปัจจุบันเทคโนโลยีมีความเจริญก้าวหน้าไปมากในทุกๆด้าน โดยเฉพาะในด้านงานอุตสาหกรรม มีการนำเอาเครื่องจักรอัตโนมัติมาใช้งานแทนแรงงานคนมากยิ่งขึ้น ไม่ว่าจะเป็นด้านการบริการ การผลิต การบรรจุสินค้า ไปจนถึงการจัดเก็บเข้าโกดัง เป็นต้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งโรงงานอุตสาหกรรมที่มีความต้องการความแม่นยำสูง เช่น โรงงานผลิตชิ้นส่วนและอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ ได้มีการนำเอาแขนกลมาใช้ในการผลิตเป็นลำดับต้นๆ ด้านผู้ผลิตเครื่องจักรก็ได้ให้ความสำคัญในจุดนี้มากขึ้น โดยมีการจัดตั้งแผนออกแบบและวิจัยพัฒนาเทคโนโลยีใหม่ๆ (Research and Development หรือ R&D) หลายบริษัทได้นำเอาผลงานการวิจัยทางวิชาการ ไปประยุกต์ใช้กับสินค้าของตน เนื่องจากระบบควบคุมเครื่องจักรเปรียบเสมือนสมองของเครื่องจักร ที่จะคอยสั่งการและควบคุมการทำงานของเครื่องจักรให้สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความแม่นยำ ให้สามารถตอบสนองความต้องการของลูกค้าและสามารถแข่งขันทางการตลาดในปัจจุบันได้ โดยได้มีการนำเอาทฤษฎีการควบคุมต่างๆมาพัฒนา เพื่อใช้ควบคุมเครื่องจักรให้สามารถทำงานที่มีความซับซ้อน ทฤษฎีสไลดิงโหมดก็เป็นทฤษฎีหนึ่งที่น่าสนใจในการทำงานที่ไม่เป็นเชิงเส้นและมีการวิจัย และประยุกต์ใช้กับระบบควบคุม เช่น M. Belhocine และคณะ [1] ได้ศึกษาการทดลองใช้ทฤษฎีสไลดิงโหมดในการควบคุมหุ่นยนต์เชิงเปรียบเทียบของชุดคำสั่งควบคุมแรงปรับตัวพื้นฐานแบบใหม่สำหรับแขนหุ่นยนต์ โดยระบบควบคุมนี้จัดให้มีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางของแรงและตำแหน่งในเวลาเดียวกันเพื่อให้ที่ปลายแขนหุ่นยนต์ให้อยู่ในจุดที่ติดต่อกับผิวหน้าเรียบแข็ง ระบบควบคุมที่ใช้สมการพลวัตไม่เชิงเส้นที่ยอมรับทั่วไปและพิสูจน์ได้สำหรับแขนหุ่นยนต์ จากการทดลองเชิงเปรียบเทียบแสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมพื้นฐานตัวแบบปรับตัวได้แบบใหม่จัดให้มีสมรรถภาพของทั้งระบบควบคุมพื้นฐานการไม่มีตัวแบบและแบบปรับตัวไม่ได้ที่เหนือกว่าพิสัยกว้างของสภาพการปฏิบัติงาน V.I. Utkin และคณะ [2] ได้ศึกษาการควบคุมโดยใช้ทฤษฎีแบบลืออาปูนอปกับพลังงานศักย์ดัดแปลง มาวิเคราะห์ความคงที่แบบเลขชี้กำลัง เมื่อมีแรงเสียดทานแบบหนืดและแบบคูลอมบ์ และความผิดพลาดของพารามิเตอร์ของระบบเกิดขึ้น การดัดแปลงแบบเลื่อนของกฎควบคุมจึงถูกนำเสนอเพื่อเพิ่มสภาพทนทานและใช้การป้อนกลับแบบลืออาปูนอป การควบคุมการปรับตัวมีตำแหน่งอยู่ภายในโครงสร้างเดียวกันเช่นกัน นายธีรยุทธ ชาติชนะยืนยง [3] ได้นำเสนอการวิจัยใช้ทฤษฎีสไลดิงโหมดในการควบคุมหุ่นยนต์ได้นำชนิด 6 ทิศทาง ใช้ระบบควบคุมแบบไม่เชิงเส้น นำเสนอเป็นการแก้ปัญหาต่อ

ปัญหาการควบคุม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เพื่อจัดการกับความไม่แน่นอนจากภายในและภายนอกระบบที่มีอยู่ การปรับตัวได้ของระบบควบคุมแบบไม่เชิงเส้นนี้จึงถูกนำเสนอ จากนั้นการพิสูจน์ความคงที่ของระบบป้อนกลับแบบปิดโดยรวมจึงถูกวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีแบบลิวาปูนอฟ และยังมีการจัดให้มีผลการทดลอง เพื่อสาธิตประสิทธิภาพของระบบควบคุมนี้ด้วย

ในการศึกษานี้ได้ให้ความสนใจไปที่หุ่นยนต์แบบที่ติดตั้งอยู่กับที่ (Fixed Robot) ซึ่งมีการเคลื่อนที่ของข้อต่อ สำหรับการหยิบจับชิ้นงาน เนื่องจากหุ่นยนต์ในลักษณะนี้ได้มีการนำมาใช้งานเป็นจำนวนมาก ได้แก่ แขนกลของหุ่นยนต์ที่ใช้ในอุตสาหกรรมต่างๆ เช่น อุตสาหกรรมผลิตรถยนต์ แขนกลจัดเรียงสินค้าลงพาเลต ตลอดถึงแขนกลที่ใช้งานทางการแพทย์ เป็นต้น โดยปกติแล้วแขนกลแบบข้อหมุนได้มีการพัฒนาโครงสร้างและความสามารถทางกลมาเป็นระยะเวลานาน แต่การพัฒนาทางด้านระบบการควบคุมหรืออาจจะเปรียบได้กับสมองของหุ่นยนต์ยังต้องมีการพัฒนาต่อไปอีกมาก จึงจำเป็นที่จะต้องมีการศึกษาและพัฒนาการทำงานของหุ่นยนต์ให้มีความสามารถ และให้มีประสิทธิภาพที่สูงขึ้น การควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด (Sliding Mode Control) เป็นการควบคุมที่สามารถนำมาใช้กับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Systems) เป็นระบบควบคุมที่อาศัยการคิดหรือแนวทางการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อชดเชยการทำงานผิดพลาดของของหุ่นยนต์จาก 2 ปัจจัยใหญ่ๆ ได้แก่ ความไม่แน่นอนของโครงสร้างของหุ่นยนต์ (Structured Uncertainties) และความไม่แน่นอนที่เกิดจากปัจจัยภายนอก (Unstructured Uncertainties)

วิธีการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด (Sliding Mode Control) ถูกนำมาใช้ทำงานร่วมกับแขนกลเพื่อควบคุมวิถี (Path) ของการเคลื่อนที่ได้ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ของแขนกลลงสาอัสระให้น้อยลง และสามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้เที่ยงตรงมากขึ้น ส่งผลให้ของเสียที่เกิดจากการทำงานคลาดเคลื่อนในกระบวนการผลิตด้วยหุ่นยนต์ลดลงด้วย ซึ่งการได้ศึกษาการทำงานและการออกแบบระบบควบคุมของแขนกล เพื่อใช้เป็นพื้นฐานให้สามารถต่อยอดความรู้ให้สามารถผลิตแขนกลภายในประเทศเพื่อใช้ในงานอุตสาหกรรมทั้งในและต่างประเทศต่อไป

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อศึกษาและคำนวณหาสมการทางพลวัตที่จะนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกล CRS แบบ 3 แกน

1.2.2 เพื่อศึกษาและประยุกต์ใช้ทฤษฎีการควบคุมแบบระบบไม่เชิงเส้นและวิเคราะห์การควบคุมปลายของแขนกลโดยใช้ระบบควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด (Sliding Mode Control) ในการควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด

1.2.3 เพื่อประยุกต์ทดลองการใช้ตัวควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) กับแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกนในการทดลองจริงเพื่อใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของแต่ละลิงค์ตามเส้นทางที่กำหนด

1.2.4 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

### 1.3 ระเบียบการวิจัย

1.3.1 ศึกษาโครงสร้างและหาสมการทางพลวัตของแขนกล CRS แบบ 3 แกนในแต่ละลิงค์เพื่อที่จะใช้ทดลองจริง

1.3.2 จำลองการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS แบบ 3 แกน โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink

1.3.3 ศึกษาและออกแบบระบบควบคุมแขนกล โดยใช้การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

1.3.4 วิเคราะห์การทำงานและการควบคุมการเคลื่อนที่ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกล โดยใช้ระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ในการควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด

1.3.5 ทดลองการทำงานของระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) และแบบพีไอดีกับแขนกล CRS รุ่น A255 โดยใช้โปรแกรม LabVIEW

1.3.6 ปรับปรุงและแก้ไขการเคลื่อนที่ของแขนกลให้ได้ตามเส้นทางที่กำหนดไว้อย่างถูกต้องแม่นยำ

1.3.7 วิเคราะห์และสรุปผลการควบคุมโดยใช้ระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้ง

### 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 ศึกษาแบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) และทำการออกแบบและจำลองวิธีการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดและพีไอดีกับแบบจำลองพลวัตของแขนกล โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink

1.4.2 ศึกษาแบบจำลองทางพลวัต (Dynamics Model) ของแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกน

1.4.3 เพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS ซึ่งให้แต่ละลิงค์สามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดโดยให้มีค่าความผิดพลาดได้ไม่เกิน 5 องศา โดยใช้โปรแกรม LabVIEW

1.4.4 ความเร็วเชิงมุมในการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS ในแต่ละแกนจะไม่เกิน 0.78 rad/sec





## 1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 ได้เรียนรู้หลักการคำนวณหาสมการทางพลวัตและการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์  
แขนงกล ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรม

1.7.2 ได้เรียนรู้การใช้งานอุปกรณ์ฮาร์ดแวร์ที่ประยุกต์ใช้กับแขนงกล ที่สามารถนำไปใช้เป็น  
แนวทางในการพัฒนาทางด้านการศึกษาและการวิจัยระบบควบคุมหุ่นยนต์ต่อไป

1.7.3 ได้องค์ความรู้ในการออกแบบและวิเคราะห์ระบบควบคุมแบบสไลด์ดิง โหมด (Sliding  
Mode Control) ที่สามารถนำไปใช้ในกระบวนการควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด



## บทที่ 2

### ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการสนับสนุนในการวิจัย

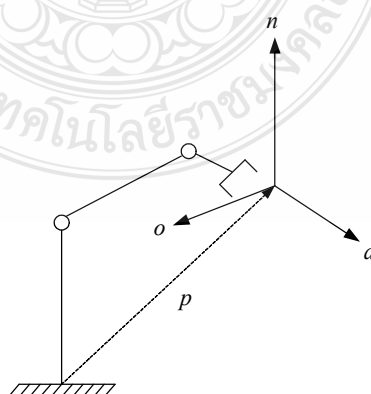
ทฤษฎีการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งเป็นระบบควบคุมแบบไม่เชิงเส้นประเภทหนึ่ง que เริ่มเข้ามาใช้ร่วมกับเครื่องจักร โดยจุดเด่นของทฤษฎีการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดนี้มีหลายอย่าง เช่น ชดเชยความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ ความรวดเร็วในการทำงานและความทนต่อสิ่งรบกวนภายนอก เป็นต้น มีนักวิจัยหลายคนได้นำเอาทฤษฎีนี้มาศึกษาวิจัย โดยนำมาประยุกต์ใช้งานอื่นๆ เช่น คุณธีรยุทธชาติชนะยีนยง [3] ใช้ระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดในการควบคุมหุ่นยนต์ได้นำอัตโนมัติเพื่อลดความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ เป็นต้น จากผลการวิจัยพบว่า การนำเอาทฤษฎีระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้ง จะทำให้ระบบทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพดีขึ้น ซึ่งหลักการของวิธีการควบคุมแบบสไลด์ดิ้ง (Sliding Mode Control; SMC) คือ การควบคุมตัวสถานะของค่าผิดพลาดให้เคลื่อนที่เข้าสู่ระนาบสไลด์ดิ้ง (Sliding Plane) เมื่อตัวสถานะเข้าสู่ระนาบสไลด์ดิ้งและควบคุมให้เคลื่อนที่อยู่บนระนาบสไลด์ดิ้งในทิศทางการลู่เข้าสู่ศูนย์อย่างมีประสิทธิภาพ นายทศพร แจ่มใสและคณะ [4] ได้ศึกษาการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของคอกยสปริงด้วยดีซีเซอร์โวมอเตอร์โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้และชดเชยความไม่แน่นอนผ่านการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด

เนื่องจากในระบบควบคุมในโรงงานอุตสาหกรรมโดยส่วนมากแล้วจะใช้ PID Controller มาทำการควบคุมซึ่งมันก็ทำงานได้ดีในช่วงที่เรา Linearization รอบๆจุดทำงานแต่เมื่อใดก็ตามถ้าจุดทำงานของเราเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงหรือว่าพารามิเตอร์บางตัวมีการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก เช่น มวลของระบบ, ความยาวที่เปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิและอื่นๆ หรืออาจมีพารามิเตอร์บางตัวที่เราไม่ได้นำมาคิด ซึ่งจะส่งผลให้ระบบควบคุมที่เราออกแบบไว้เริ่มทำงานได้อย่างไม่มีประสิทธิภาพหรือไม่สามารถทำงานได้เลยดังนั้นระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) จึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่นำมาใช้แก้ปัญหาในความเป็นจริงแล้วระบบทางกลล้วนแล้วแต่เป็นระบบไม่เชิงเส้น ยกตัวอย่างเช่น แรงเสียดทานซึ่งจะมีความไม่เป็นเชิงเส้นสูงเมื่อมีแรงเสียดทานแห้ง (Dry Friction) รวมอยู่ด้วยความไม่เป็นเชิงเส้นเนื่องจากแรงโน้มถ่วงและการเปลี่ยนแปลงของความถี่หรือภาระโหลดทำให้ตัวควบคุมพิดีให้ผลการควบคุมไม่เป็นที่น่าพอใจ โดยเฉพาะการควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด ระบบควบคุมแบบพิดีนี้ไม่สามารถควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพทำให้ค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ตามเส้นทาง (Tracking Error) ลู่เข้าสู่ศูนย์ได้ช้าหรือไม่ได้เลย

วิธีการที่ถูกลำเอามาใช้ในการออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่อย่างได้ผลสำหรับแขนหุ่นยนต์คือวิธีการที่เรียกว่าการควบคุมแรงบิด (Computed Torque) [5] วิธีการนี้สัญญาณควบคุมจะประกอบด้วยสองส่วนคือส่วนป้อนกลับเพื่อแปลงระบบให้เป็นแบบเชิงเส้น (Feedback Linearization Part) สำหรับส่วนป้อนกลับเพื่อแปลงระบบให้เป็นเชิงเส้นจะคำนวณสัญญาณควบคุมบนพื้นฐานของการป้อนกลับด้วยสมการทางพลวัตเพื่อทำให้ระบบปิดเป็นเชิงเส้นหรือกำจัดพลวัตของระบบแบบไม่เชิงเส้นออกไปทำให้ระบบปิดอยู่ในรูปสมการทางพีชคณิตที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตสัญญาณ แล้วตำแหน่งอ้างอิงจึงสามารถนำมาใช้เป็นสัญญาณอินพุตได้โดยตรง โดยที่ระบบจะสามารถเคลื่อนที่ติดตามเส้นทางที่กำหนดได้อย่างสมบูรณ์

## 2.2 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของแขนกล

จลนศาสตร์ (Kinematics) คือเป็นการศึกษาถึงตำแหน่ง (Position) ความเร็ว (Velocity) และความเร่ง (Acceleration) ของจุดๆ ใดจุดหนึ่งรวมถึงความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity) และความเร่งเชิงมุม (Angular Acceleration) ของวัตถุ ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้จำเป็นที่จะใช้อธิบายถึงลักษณะของวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) ตำแหน่งของวัตถุสามารถบอกได้จากตำแหน่งของจุดที่อยู่บนวัตถุ ประกอบกับตำแหน่งเชิงมุม (Angular Position) ของวัตถุนั้นหุ่นยนต์หรือแขนกลในทางจลนศาสตร์นั้นประกอบขึ้นมาจากการประกอบหรือการต่อกันของก้าน โยง ซึ่งประมาณว่าก้าน โยงนั้นมีคุณสมบัติเป็นวัตถุแข็งเกร็ง คือ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเมื่อมีสิ่งใดมากระทำ การต่อกันของแต่ละก้าน โยงนั้นมีหลายวิธีซึ่งในการนำมาต่อกันนั้นเรียกได้ว่าเป็นจลนศาสตร์ลูกโซ่ ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ ก้าน โยง และข้อต่อการบอกตำแหน่ง และการหมุนของปลายแขนกล (End Effector) สามารถแสดงอยู่ในรูปของการบอกตำแหน่งด้วยเวกเตอร์  $p$  และการหมุนด้วย  $(n, o, a)$



ภาพที่ 2.1 ตำแหน่งปลายแขนหุ่นยนต์ [5]

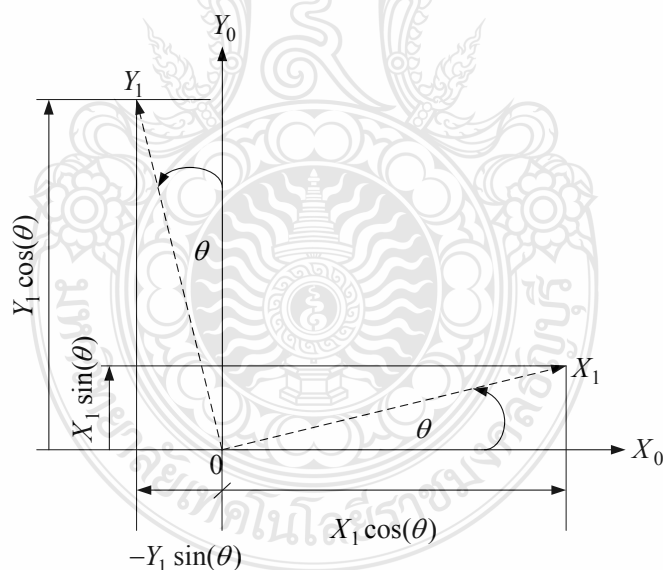
ส่วนประกอบทั้งสามกำหนดขึ้นในระบบพิกัดตามแกนคาร์ทีเซียนที่ยึดติดอยู่กับฐาน (Fixed Cartesian Frame at The Base) ของหุ่นยนต์ โดยที่เวกเตอร์  $a$  คือเวกเตอร์มีขนาดหนึ่งหน่วย มีทิศทางเคลื่อนที่พุ่งเข้าไปหาวัตถุ ส่วนเวกเตอร์  $o$  มีทิศทางตามนิ้วจับชิ้นงานสองนิ้ว ในที่นี้คือ มีทิศทางตามจุดปลายทั้งสองของนิ้วสองนิ้ว และเวกเตอร์  $n$  คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉาก โดยเวกเตอร์ทั้งหมดนี้เป็นไปตามกฎมือขวา คือ

$$n = o \times a \quad (2.1)$$

การหมุนสามารถใช้วิธีการแบบอื่นได้ ดังเช่นวิธีการต่อไปนี้คือ

### 2.2.1 เมตริกซ์การหมุน

เมตริกซ์การหมุน (Rotation Matrix) ให้สัญลักษณ์  $R$  เป็นตัวแปรที่ระบุว่าวัตถุนั้นมีการหมุนเปลี่ยนไปจากแกนอ้างอิง จากรูปจะหาเมตริกซ์การหมุนตามรอบแกน  $Z$  แกนอ้างอิงที่ 1 หมุนไปจากแกนอ้างอิงที่ 0 รอบแกน  $Z$  เป็นมุม  $\theta$



ภาพที่ 2.2 การหมุนรอบแกน  $Z$  [5]

จากความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตสามารถแสดงเวกเตอร์ในแกนอ้างอิงที่ 1 นำเสนอในแกนอ้างอิงที่ 0 ได้ว่า

$$x_0 = \cos(\theta)x_1 - \sin(\theta)y_1 \quad (2.2)$$

$$y_0 = \sin(\theta)x_1 + \cos(\theta)y_1 \quad (2.3)$$

$$z_0 = z_1 \quad (2.4)$$

สมการข้างบนเขียนอยู่ในรูปของเวกเตอร์ได้

$$X_0 = R_z(\theta)X_1 \quad (2.5)$$

สามารถเขียนเมตริกซ์การหมุนในแกน  $Z$  ได้ตามสมการ

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad (2.6)$$

ทำนองเดียวกันสามารถหาเมตริกซ์การหมุนรอบแกน  $X$  และ  $Y$  ได้เช่นเดียวกัน

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad (2.7)$$

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad (2.8)$$

สามารถนำเมตริกซ์การหมุนมาคูณเรียงกัน (Cascade) ซึ่งเมื่อมีการหมุนรอบหลายแกน เช่น มีการหมุนครั้งแรกเป็น  $R_0$  จากนั้นหมุนรอบแกน  $X$  ด้วยมุม  $\alpha$  จะได้การหมุนใหม่

$$R' = R_x(\alpha)R_0 \quad (2.9)$$

ขนาดของเมตริกซ์จะมีขนาด  $3 \times 3$  เสมอ จากนั้นมีการหมุนรอบแกน  $Y$  เป็นมุม  $\beta$  โดยจะมีแกน  $Y$  อยู่สองแกน คือ แกนที่ติดตัว (Body Fixed Frame) และแกนอ้างอิง (World Coordinate Frame) ในการวิเคราะห์จะใช้แกนที่ติดตัวเป็นแกนหมุน สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$R'' = R_y(\beta)R_x(\alpha)R_0 \quad (2.10)$$

และเพิ่มการหมุนลำดับที่ 3 รอบแกน  $Z$  แสดงได้ดังสมการ

$$R''' = R_z(\theta)R_y(\beta)[R_x(\alpha)R_0] \quad (2.11)$$

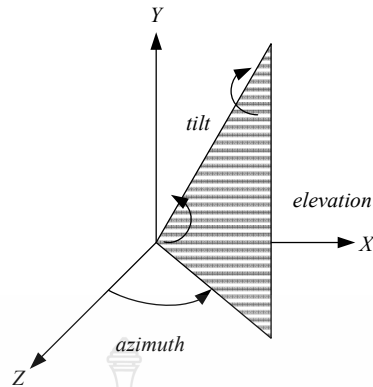
สามารถจัดรูปสมการได้ใหม่ เนื่องจากเมตริกซ์มีคุณสมบัติในการคูณคู่ใดคู่หนึ่งก่อน (Associatively) คือ  $A(BC) = (AB)C$  เรียกว่า  $R_{zyx}$

$$R_{zyx} = R_z(\theta)R_y(\beta)R_x(\alpha) \quad (2.12)$$

จากสมการบรรยายถึงการหมุน 3 แบบ คือ โรลล์ (Roll) พิตช์ (Pitch) และยอร์ (Yaw) โดยโรลล์ คือการหมุนรอบแกน  $X$  ส่วนพิตช์ คือ การหมุนรอบแกน  $Y$  และยอร์ คือ การหมุนรอบแกน  $Z$  การวิเคราะห์การหมุนสามารถกำหนดการหมุนโดยการอ้างอิงถึงลำดับการหมุน โดยเริ่มจากการเริ่มแรก ประวัติการหมุนนั้นอาจเป็นการหมุนหลายขั้นตอน แต่สามารถอธิบายได้โดยใช้เมตริกซ์การหมุนเดียว ซึ่งมาจากการคูณเป็นลำดับ และบ่งบอกถึงการหมุนใดๆ ก็ตามในรูปแบบของโรลล์ พิตช์ และยอร์

### 2.2.2 การหมุนแบบมุมออยเลอร์ (Euler Angles)

ในการทำงานของหุ่นยนต์หรือแขนกลโดยทั่วไปนั้นมักจะต้องระบุถึงลำดับการหมุนของวัตถุ ลำดับชั้นในการหมุนมีส่วนสำคัญมากการใช้มุมออยเลอร์เป็นวิธีหนึ่งที่สามารถระบุลักษณะการหมุนของวัตถุในระนาบสามมิติดังภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 มุมออยเลอร์ [5]

ถ้าจะเปรียบเทียบให้เห็นชัดเจน เช่น ในการยิงปืนให้ตรงเป้าต้องมีการปรับปลายกระบอกปืนให้ทำมุมยกขึ้นหรือลง (Elevation) หรือการส่ายปลายกระบอกปืนโดยการกวาดมุมซ้าย - ขวา (Azimuth) หรือทำการหมุนที่ตัวปืน (Tilt) หรือศัพท์ที่ใช้ทางการบินและอวกาศ เรียกว่า โรลล์ พิตช์ และยอร์

การหมุนแบบมุมออยเลอร์สามารถอธิบายได้ด้วยการหมุนรอบแกน 3 แกน โดยเริ่มจากการหมุนรอบแกน Z ด้วยมุม  $\varphi$  จากนั้นหมุนรอบแกน Y ด้วยมุม  $\theta$  และหมุนรอบแกน X ด้วยมุม  $\psi$  หรือ เรียกการหมุนนี้ว่า 3-2-3

$$Euler(\varphi, \theta, \psi) = R_z(\varphi)R_y(\theta)R_x(\psi) \quad (2.13)$$

การคำนวณเริ่มจากการหมุนด้วยมุม  $\psi$  รอบแกน X ตามด้วยหมุนเป็นมุม  $\theta$  รอบแกน Y และสุดท้ายหมุนด้วยมุม  $\varphi$  รอบแกน Z แสดงวิธีการคำนวณได้คือ

$$Euler(\varphi, \theta, \psi) = R_z(\varphi) \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$= \begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta C\psi & -C\theta S\psi & S\theta \\ S\psi & C\psi & 0 \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$= \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi C\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\theta C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

ดังนั้นการหมุนของเวกเตอร์  $(n, o, a)$  ณ จุดปลายของแกนกลเขียนให้อยู่ในรูปของพิกัดออยเลอร์ (Euler Coordinates) ได้คือ

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi C\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\theta C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

### 2.2.3 การหมุนแบบ RPY (Roll-Pitch-Yaw)

ลักษณะการหมุนแบบ RPY นี้ใช้มากในการบินและอวกาศ การหมุนนี้เป็นการหมุน 3 แบบ คือ หมุนรอบแกน  $(n, o, a)$  ตามลำดับ โดยมีข้อจำกัดว่าแกนปัจจุบันจะขนานไปกับแกนอ้างอิง ดังนั้นการหมุนจึงเหมือนกับการหมุนแกนอ้างอิง ก่อนการหมุน RPY ถ้ากรณีแกนปัจจุบันไม่ขนานกับแกนอ้างอิง ดังนั้นการหมุนจึงเหมือนกับการหมุนแกนอ้างอิงก่อนการหมุน RPY ถ้ากรณีแกนปัจจุบันไม่ขนานกับแกนอ้างอิง การหมุนขั้นสุดท้ายจะเป็นการรวมกันกับการหมุนก่อนหน้าและ Post Multiply ด้วย RPY ลำดับของการหมุนประกอบไปด้วย

โรลล์ เป็นการหมุนรอบแกน  $z$  ที่เคลื่อนที่ หรือแกน  $a$   
 พิตช์ เป็นการหมุนรอบแกน  $y$  ที่เคลื่อนที่ หรือแกน  $o$   
 ยอร์ เป็นการหมุนรอบแกน  $x$  ที่เคลื่อนที่ หรือแกน  $n$   
 เมตริกซ์การหมุนแบบ โรลล์ พิตช์ ยอร์ สามารถพิจารณาจาก

$$RPY(\gamma, \beta, \alpha) = R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha) \quad (2.18)$$

แสดงวิธีคำนวณทางเมตริกซ์

$$RPY = R_z(\gamma) \begin{bmatrix} C\beta & 0 & S\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\beta & 0 & C\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} \quad (2.19)$$



$$= \begin{bmatrix} C\gamma & -S\lambda & 0 \\ S\gamma & C\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\beta & S\alpha S\beta & S\beta C\alpha \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ -S\beta & C\beta S\alpha & C\beta C\alpha \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$= \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & S\alpha S\beta C\gamma - C\alpha S\gamma & C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma \\ C\beta S\gamma & S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & C\alpha S\beta S\gamma - S\alpha C\gamma \\ -S\beta & S\alpha C\beta & C\alpha C\beta \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

คำตอบของการหมุนของเวกเตอร์  $(n, o, a)$  สามารถหาได้จาก

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & S\alpha S\beta C\gamma - C\alpha S\gamma & C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma \\ C\beta S\gamma & S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & C\alpha S\beta S\gamma - S\alpha C\gamma \\ -S\beta & S\alpha C\beta & C\alpha C\beta \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

### 2.3 พารามิเตอร์ของเดนาวิท-ฮาร์เทินเบิร์ก (Denavit – Hartenberg Parameters)

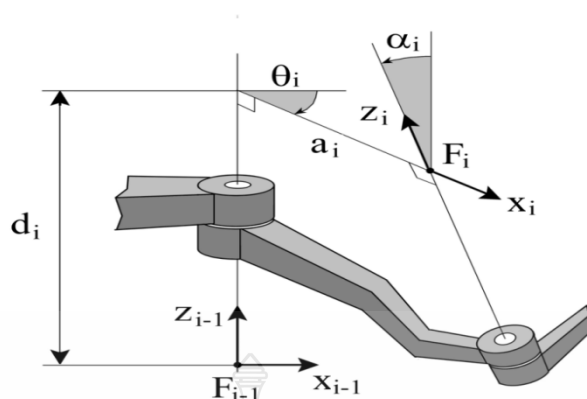
การสร้างแขนกลทั่วไปนั้นมักประกอบไปด้วยก้านโยงที่ต่อกันแบบอนุกรมด้วยข้อต่อ จากนั้นจะกำหนดแกนอ้างอิง (Frame) ที่ติดกับวัตถุในแต่ละก้านโยง เพื่อคำนวณการเปลี่ยนแกนอ้างอิงจากแต่ละก้านโยงไปยังปลายสุด หรือจุดปลายของแขนกล จากการคำนวณนี้สามารถบอกได้ว่า ตำแหน่งของปลายแขนกลอยู่ในตำแหน่งใดในระนาบสามมิติ และวิธีหนึ่งที่สามารถนำตัวแปรต่างๆ มาใช้กับแขนกลคือ Denavit - Hartenberg หรือ D-H Parameters [6] โดยในภาพที่ 2.4 จะบอกถึง พารามิเตอร์ต่างๆ ใน D-H Parameter ในกรณีของข้อต่อแบบหมุน (Revolute Joint) ตัวแปรที่เปลี่ยนแปลง คือ มุม  $\theta$  โดยระยะ  $d$  คงที่ตามนิยามของตัวแปรนี้ดังต่อไปนี้

$a_i$  = ระยะจากแกน  $Z_{i-1}$  ถึงแกน  $Z_i$  วัดตามแนวแกน  $X_i$

$d_i$  = ระยะจากแกน  $X_{i-1}$  ถึงแกน  $X_i$  วัดตามแนวแกน  $Z_{i-1}$

$\alpha_i$  = มุมบิด (Twist Angle) ระหว่าง  $Z_{i-1}$  กับ  $Z_i$  รอบแกน  $X_i$

$\theta_i$  = มุมระหว่างแกน  $X_{i-1}$  ถึงแกน  $X_i$  หมุนรอบแกน  $Z_{i-1}$



ภาพที่ 2.4 D-H Notation สำหรับข้อต่อแบบหมุน [6]

## 2.4 ทราנסฟอร์มเมชันโอเปอเรเตอร์ (Transformation Operators)

จุดสนใจจุดหนึ่งเกี่ยวกับแขนกล คือ ตำแหน่งของวัตถุในระบบแกนสามมิติ และจากเมตริกซ์การหมุน ซึ่งบอกการหมุนของวัตถุในสามมิติ และเพิ่มการบอกตำแหน่งพิกัดเข้าไปหนึ่งคอลัมน์ จะได้เมตริกซ์ใหม่ที่เราเรียกว่า Transformation Operations ดังสมการที่ 2.23

$$T_{NA} = \begin{bmatrix} \text{Rotation } (3 \times 3) & \text{Translation } (3 \times 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.23)$$

เมื่อ  $N$  คือ แกนอ้างอิงเริ่มต้น.

$A$  คือ แกนอ้างอิงสุดท้าย

## 2.5 จาโคเบียน (Jacobian)

ทางคณิตศาสตร์จาโคเบียนคือ การหาอนุพันธ์ของเมตริกซ์ตำแหน่งของปลายแขนเทียบกับองศาการหมุนของแต่ละข้อต่อ ซึ่งสามารถเขียนได้โดยสัญลักษณ์ดังต่อไปนี้ [6]

$$\delta Y = \frac{\partial F}{\partial X} \delta X \quad (2.24)$$

โดยที่

$$Y = F(X),$$

$$X = (x_1, x_2, x_3)$$

$$Y = (f_1(X), f_2(X), f_3(x))$$

และ

$$J(X) = \frac{\partial F}{\partial X} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ซึ่งการศึกษาความเร็วและแรงทางสถิติศาสตร์นำมาซึ่งเมตริกซ์จาโคเบียน และในการศึกษาเกี่ยวกับแขนกลจะใช้จาโคเบียนในรูปตัวเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงเส้น  $V$  กับความเร็วเชิงมุม  $\dot{\theta}$

$$V = J\dot{\theta} \quad (2.26)$$

## 2.6 พลศาสตร์ (Dynamics)

พลศาสตร์เป็นการศึกษาถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็ง ซึ่งต้องทราบค่าคุณสมบัติของวัตถุนั้น เช่น มวล (Mass) และ โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia) เพื่อนำมาใช้คำนวณหาแรงแรงบิดหรือโมเมนต์ โดยการคำนวณเกี่ยวกับสมการพลวัตของแขนกลมี 2 วิธี คือ

### 2.6.1 วิธีแบบนิวตัน-ออยเลอร์

การที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ด้วยความเร่งต้องมีแรงภายนอกมากระทำจากกฎข้อ 2 ของนิวตันตามสมการที่ 2.27 และ 2.28 [5-6]

$$\sum F = m.a \quad (2.27)$$

$$\sum \tau = I.a \quad (2.28)$$

โดย  $F$  คือแรง (Force) และ  $\tau$  คือแรงบิด (Torque) แขนกลเคลื่อนที่ได้ต้องมีตัวขับที่ส่งแรงขับ หรือแรงบิดที่เพียงพอที่จะทำให้ข้อต่อหรือแขนกลนั้นเคลื่อนที่ไปยังที่ต้องการได้ด้วยความเร็วและความเร่งที่ต้องการ มิฉะนั้นแขนกลอาจไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการ ทำให้สูญเสีย

ความแม่นยำ แต่วิธีการหาสมการการเคลื่อนที่โดยใช้หลักการนี้ ต้องพิจารณาถึงความสัมพันธ์ พลศาสตร์ที่ควบคุมการทำงานของแขนกล ภายใต้ความสัมพันธ์นี้ มีความยุ่งยากและซับซ้อน จึงไม่ค่อยนิยมนำมาใช้

### 2.6.2 วิธีแบบลากรางจ์ (Lagrangian Method)

วิธีนี้เป็นวิธีที่มีพื้นฐานจากอนุพันธ์ของพลังงานเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนไป [5]

$$L(q_n, \dot{q}_n) = K - P \quad (2.29)$$

โดยที่  $q_n, \dot{q}_n$  เป็นพิกัดทั่วไปของแต่ละแกน  $n$  (Generalized Coordinates) และความเร็วทั่วไปของแต่ละแกน  $n$  (Generalized Velocity) ตามลำดับ ส่วน  $K$  คือ พลังงานจลน์โดยรวม (Total Kinetic Energy) และ  $P$  คือ พลังงานศักย์โดยรวม (Total Potential Energy) สมการลากรางจ์แสดงได้ดังสมการที่ 2.30

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_n} = Q_n \quad (2.30)$$

$Q_n$  คือ แรงทั่วไปของแต่ละแกน  $n$  (Generalized Force) ซึ่งอาจจะเป็นแรงหรือ แรงบิด ขึ้นอยู่กับพิกัดทั่วไป ว่าเป็นเชิงเส้นหรือเชิงมุม ตัวอย่างของแขนกล 2 ข้อหมุนในระบบจะได้สมการพลวัตอยู่ในรูป

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = \tau \quad (2.31)$$

โดยที่  $M(\theta)$  เป็นเมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia Matrix;  $C(\theta, \dot{\theta})$ ) เป็นเมตริกซ์เนื่องจากแรงสู่ศูนย์กลาง (Centrifugal Force) หรือแรงแบบคอริโอลิส (Coriolis Force) และ  $G(\theta)$  เป็นเมตริกซ์ที่มีผลมาจากแรงโน้มถ่วง

## 2.7 การวางแผนเส้นทางการเคลื่อนที่

การวางแผนการเส้นทางการเคลื่อนที่ (Trajectory Planning) คือการวางแผนให้แขนกลเคลื่อนจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้าย โดยทำการควบคุมผ่านผู้ควบคุมหรือ โปรแกรม และในระหว่างการเคลื่อนที่ แขนกลต้องหลบเลี่ยงสิ่งกีดขวาง และเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่วางแผนไว้

### 2.7.1 เส้นทางและทราเจกทอรี (Trajectory)

เส้นทาง (Path) หมายถึง ลำดับการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ให้เป็นไปตามลำดับขั้นของจุดพิกัดที่กำหนด โดยไม่คำนึงถึงระยะเวลา ส่วนเส้นทางเคลื่อนที่ (Trajectory) มักจะคำนึงถึงระยะเวลาในแต่ละเส้นทางที่เคลื่อนที่ รวมถึงความเร็ว และความเร่ง

### 2.7.2 พื้นที่ของข้อต่อและพื้นที่ๆเข้าถึงได้แบบคาร์ทีเซียน

การพิจารณาส่วนปลายของแขนกลอยู่ ณ ตำแหน่ง A ในระนาบสามมิติ ถูกสั่งให้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง B สามารถคำนวณโดยใช้จลนศาสตร์แบบผกผัน (Inverse Kinematics) เพื่อหาค่าองศาการเคลื่อนที่ของมุม ( $\Theta$ ) ของแต่ละข้อต่อเพื่อให้ปลายแขนเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการ ซึ่งการเคลื่อนที่โดยการใช้ค่าองศาการเคลื่อนที่ของมุมในแต่ละข้อต่อเรียกว่า พื้นที่ของข้อต่อ (Joint - Space) ถึงแม้จะรู้เส้นทางเคลื่อนที่ๆ ต้องการ แต่การเคลื่อนที่ระหว่างจุดต้นและจุดปลายจะยังไม่สามารถพิจารณาได้ [7]

ส่วนการลากเส้นจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดปลาย บังคับให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปตามเส้นตรงระหว่าง 2 จุด โดยแบ่งเส้นทางเคลื่อนที่นั้นเป็นส่วนย่อยๆ และใช้จลนศาสตร์แบบผกผันช่วยในการคำนวณหาองศาการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อให้การเคลื่อนที่ไปยังแต่ละจุด วิธีนี้จะสามารถคำนวณสถานะของแขนหุ่นยนต์ในขณะที่เคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดปลายได้ตลอดเวลาในพื้นที่ๆ เข้าถึงได้ แบบคาร์ทีเซียน (Cartesian Space) โดยใช้ในการคำนวณพื้นที่ของข้อต่อประกอบในการเคลื่อนที่ไปในแต่ละเส้นทางย่อย แม้ว่าวิธีนี้อาจจะเข้าใจง่ายแต่ใช้การคำนวณมากและต้องการการประมวลผลที่รวดเร็ว นอกจากนี้ยังยากที่จะควบคุมไม่ให้เกิดเอกพันธ์ (Singularities) ในเส้นทางเคลื่อนที่นั้นคือแขนหุ่นยนต์จะไม่สามารถเคลื่อนที่ไปได้หรือเส้นทางเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์จะเกินขอบเขตที่สามารถไปถึงหรืออาจเกิดการเปลี่ยนแปลงของมุมมององศาของแต่ละข้อต่ออย่างกะทันหันในการเคลื่อนที่อีกด้วย

### 2.7.3 ทราเจกทอรีของพื้นที่ของข้อต่อ

ในการคำนวณทราเจกทอรีแบบของพื้นที่ของข้อต่อ (Joint Space Trajectory) นี้พิจารณาแผนการเคลื่อนที่ในรูปแบบฟังก์ชันของมุมในแต่ละข้อต่อ (Function of Joint Angle) ซึ่งรูปแบบของฟังก์ชันของเส้นทางเคลื่อนที่จะมีหลายรูปแบบ เช่น ฟังก์ชันโพลิโนเมียล (Polynomials) ฟังก์ชันเส้นตรงผสมพาราโบลา (Linear Functions with Parabolic Blends) เป็นต้น ซึ่งการเคลื่อนที่ของมุมในแต่ละข้อต่อของแต่ละจุดของเส้นทาง และองศาการหมุนที่ต้องการของที่ปลายแขนกลจะต้องสัมพันธ์กับแกนที่ฐาน (Stationary Frame) ในแต่ละจุดถูกเปลี่ยนเป็นเซตของมุมที่ต้องการ โดยจะใช้วิธีจลนศาสตร์แบบผกผัน [7]

#### 2.7.4 ทราเจกทอรีของพื้นที่แบบคาร์ทีเซียน (Cartesian Space Trajectory)

ในการศึกษาการเคลื่อนที่ของแขนกลในพิกัดคาร์ทีเซียน จะต้องระบุด้วยตำแหน่งและองศาการหมุนของแขนหุ่นยนต์ โดยวิธีการวางแผนการเคลื่อนที่ของพื้นที่ของข้อต่อ (Joint space Trajectory) ที่จะนำมาใช้ในระบบคาร์ทีเซียน แต่มีข้อแตกต่าง คือจะต้องคำนวณระยะเคลื่อนที่ของข้อต่อซ้ำๆ กันโดยวิธีคำนวณทางจลนศาสตร์ผกผัน โดยในวิธีการเคลื่อนที่แบบข้อต่อสามารถนำค่าที่คำนวณมาใช้ได้ทันที [7]

#### 2.8 การออกแบบระบบควบคุมของแขนหุ่นยนต์ (Robotics as A Prototype)

ถ้าพิจารณาแขนกลในระนาบที่มีการเชื่อมต่อกันของ 2 ข้อต่อและดังแสดงในภาพที่ 2.5 ซึ่งตำแหน่งของแขนกลนั้นสามารถอธิบายได้ด้วยเวกเตอร์  $q$  ของ 2 มุมร่วม และมีอินพุตจากตัวขับเคลื่อนที่ประกอบไปด้วย 2 เวกเตอร์  $\tau$  ของ 2 แรงบิด (Torque) ที่ประยุกต์ใช้ในข้อต่อของแขนกล พลวัตของแขนกลแบบพื้นฐานนั้นเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้น และสามารถเขียนในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

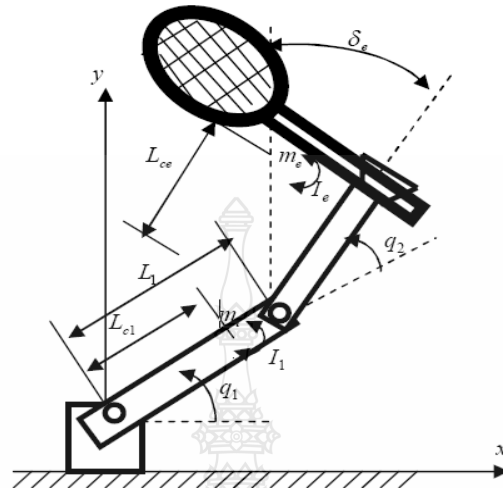
$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (2.32)$$

เมื่อ  $H(q)$  เป็นเมทริกซ์ความเฉื่อยของแขนหุ่นที่มีขนาด  $2 \times 2$  (ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่เป็นบวกและสมมาตร)  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  เป็น 2 เวกเตอร์ของแรงบิด (Torque) ที่มาจากแรงบิดมีขนาด  $2 \times 1$  ที่เคลื่อนเข้าหาศูนย์กลางและแรงบิดแบบคอริโอลิส (Coriolis) (โดยที่  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  เป็นเมทริกซ์แบบ  $2 \times 2$  และ  $g(q)$  เป็น 2 เวกเตอร์ของแรงบิดที่มาจากแรงดึงดูดของโลก

ปัญหาการควบคุมแบบป้อนกลับสำหรับระบบนั้นคือการคำนวณหาอินพุตของตัวขับเคลื่อนเพื่อทำภารกิจที่ต้องการ เช่น การเคลื่อนที่ตามวิถีโคจรที่ต้องการ โดยให้สถานะระบบที่วัดได้นั้นคือเวกเตอร์  $q$  ของมุมร่วม และเวกเตอร์  $\dot{q}$  ของความเร็วร่วม

เมทริกซ์ของแรงเฉื่อย  $H$  นั้นจะมีค่าที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งร่วม  $q$  ซึ่งสามารถอธิบายให้สอดคล้องกับความเข้าใจทางกายภาพ ตัวอย่างเช่น เมื่อมองจากส่วนบ่าของมัน แขนที่ยื่นออกไปมีจะแรงเฉื่อยที่มากกว่าแขนที่พับอยู่ แรงบิดที่มุ่งเข้าหาศูนย์กลางนั้นจะมีค่าขึ้นกับกำลังสองของความเร็วร่วมของแต่ละแกน ในขณะที่แรงบิดแบบคอริโอลิส (Coriolis) นั้นเปลี่ยนแปลงไปตามผลคูณของความเร็วที่จุดร่วมที่แตกต่างกัน 2 จุดเราสามารถสังเกตได้ว่าพลังงานจลศาสตร์ของแขนหุ่นนั้นมีรูปสมการคล้ายๆ กับ  $1/2 mv^2$  หรือพลังงานจลน์ของระบบองศาอิสระในการเคลื่อนที่ (One Degree of Freedom)

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} \quad (2.33)$$



ภาพที่ 2.5 แขนกลแบบมีส่วนเชื่อมต่อ แบบข้อต่อ 2 ส่วน [8]

จากสูตรนอร์มัลเมทริกซ์ความเฉื่อย  $H(q)$  ค่าที่เป็นบวกแน่นอนพลังงานจลนศาสตร์นั้น จะต้องเป็นบวกสำหรับตำแหน่งข้อต่อ  $q$  ใดๆ และความเร็วจข้อต่อที่ไม่เป็นศูนย์  $\dot{q}$  ในการหาระบบควบคุมนั้นเราจะใช้ความจริงที่ว่า  $H(q)$  นั้นเป็นค่าบวกแน่นอน นั่นคือว่ามีค่าคงที่  $\alpha > 0$  สำหรับตำแหน่ง  $q$  ทั้งหมดในพื้นที่ทำงานของหุ่นยนต์ที่จะทำให้  $H(q) \geq \alpha I$  เมื่อ  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ คุณสมบัตินี้สามารถเห็นได้โดยการสังเกตว่า ถ้าไม่มีค่า  $\alpha > 0$  ดังนั้นจะมีตำแหน่ง  $q$  ในพื้นที่ทำงานซึ่งเมทริกซ์แรงเฉื่อยมีค่าคุณลักษณะ (Eigenvalue) เป็นศูนย์ เนื่องจากพื้นที่ทำงานนั้นเป็นเซตที่ใกล้เคียง ให้  $v_0$  เป็นเวกเตอร์ลักษณะ (Eigenvector) สัมพันธ์กับค่าคุณลักษณะที่เป็นศูนย์ แขนหุ่นยนต์สามารถเคลื่อนไหวด้วยความเร็วที่เป็น  $(v_0 / \|v_0\|)$  แต่ด้วยพลังงานจลนศาสตร์ที่ศูนย์ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ ดังนั้น  $H(q)$  เป็นบวกแน่นอน

## 2.9 การควบคุมตำแหน่ง (Position control) ด้วย PD Control

ให้เราสมมุติว่าแขนกลในภาพที่ 2.5 อยู่ในระนาบแนวนอน ( $g(q) = 0$ ) และจุดประสงค์คือต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งสุดท้ายที่กำหนดไว้ ดังเช่นที่ระบุไว้โดยเวกเตอร์ค่าคงที่  $q_d$  ของมุมร่วมที่ต้องการ ระบบควบคุมแบบแปรผันและอนุพันธ์ (Proportional Derivative, P.D.) หรือนั่นคือกฎการควบคุมแบบป้อนกลับที่ใช้อินพุตของตัวขับเคลื่อนแต่ละตัวอย่างอิสระโดยขึ้นอยู่กับ

กับความคลาดเคลื่อนตำแหน่งของแต่ละข้อต่อแต่ละช่วงเวลา  $\tilde{q}_j = q_j - q_{dj}$  และความเร็วของแต่ละข้อต่อ  $\dot{\tilde{q}}_j$  ( $j=1, 2$ ) ของแขนกล และ  $\tilde{q}_j = q_j - q_{dj}$

$$\tau_j \tau_{j_j} = -k_{pj} \tilde{q}_j - k_{Dj} \dot{\tilde{q}}_j \quad (2.34)$$

จะได้รับการควบคุมตำแหน่งที่ต้องการ กฎการควบคุมสมการที่ 2.34 ซึ่ง  $k_{pj}$  และ  $k_{Dj}$  เป็นค่าคงที่ที่เป็นบวกเท่านั้นผลของการจัดให้แต่ละข้อต่อของแขนด้วยอุปกรณ์ทางกลแบบหยุดนิ่งซึ่งให้สปริงขดลวด (Coil Spring) และตัวหน่วง (Damper) และมี  $q_{dj}$  ที่ต้องการเหมือนกับตำแหน่งอื่นๆ ที่เหลือ ระบบทางกายภาพทางอ้อม (Passive Physical System) จะแสดงการแกว่งไปมาต่อตำแหน่ง  $q_d$  ที่เหลือ

การเขียนพลวัตของระบบในสูตร  $f = ma$  หรือสมการ Newtonian เพื่อที่จะทำให้การอธิบายข้างต้นเป็นรูปเป็นร่าง วิธีการที่น่ายินดียิ่งกว่านั้นคือการเขียนพลวัตของระบบใหม่ในรูปของการถ่ายโอนพลังงาน นั่นคือในรูป Hamiltonian เราสามารถเขียนการสวอนพลังงานในรูป

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} [\dot{q}^T H \dot{q}] = \dot{q}^T \cdot \tau \quad (2.35)$$

ซึ่งด้านซ้ายมือเป็นอนุพันธ์ของพลังงานจลนศาสตร์ของแขน และส่วนด้านขวามือแสดงอินพุตของกำลังจากตัวขับเคลื่อนสมการที่ 2.34 ไม่ได้หมายความว่าพจน์คอริโอลิส (Coriolis) และพจน์ที่มุ่งไปที่ศูนย์กลางของสมการที่ 2.33 ได้หายไป แต่เพียงแค่ว่าตอนนี้พจน์เหล่านั้นได้รับการอธิบายอย่างเป็นนัย เนื่องจากพจน์เหล่านี้มาจากความแปรปรวนทางเวลาของเมทริกซ์แรงเฉื่อย  $H$  ความเสถียรและข้อพิสูจน์การเบนเข้าหากันสำหรับตัวควบคุมแบบอนุพันธ์ตามสัดส่วนข้างต้นนั้นสามารถที่จะได้มาอย่างง่ายๆ ให้เราใช้อินพุตของการควบคุมในรูปทั่วไปยิ่งกว่าสมการที่ 2.35 นั่นคือ

$$\tau = -K_p \tilde{q} - K_D \dot{\tilde{q}} \quad (2.36)$$

เมื่อ  $K_p$  และ  $K_D$  เป็นเมทริกซ์คงที่สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน ตัวควบคุมอนุพันธ์แบบสัดส่วนของสมการที่ 2.34 ที่ตอบสนองต่อการมีเส้นทแยงมุม  $K_p$  และ  $K_D$  และให้เราพิจารณาพลังงานกล  $V$  ทั้งหมดที่จะเกี่ยวข้องกับระบบถ้ากฎการควบคุมในสมการที่ 2.35 นั้นถูกประยุกต์ใช้โดยสปริงและ Damper นั่นคือ



$$V = \frac{1}{2} [\dot{q}^T H \dot{q} + \tilde{q}^T K_p \tilde{q}] \quad (2.37)$$

เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมแบบปิด (Closed Loop Behavior) ของระบบควบคุม เราจะใช้พลังงานกล  $V$  เสมือนนี้เป็นฟังก์ชันลียาปูนอฟ (Lyapunov) ของเรากล้ายก้นมากกับอะไรที่เราเลือกสำหรับระบบ Mass Spring Damper ที่ไม่เป็นเชิงเส้นอนุพันธ์ที่แปรตามเวลาของ  $V$  นั้นสามารถเขียนกำหนดไว้ในสมการที่ 2.37 เป็นสมการที่ 2.38 [8]

$$\dot{V} = \dot{q}^T (\tau + K_p \tilde{q}) \quad (2.38)$$

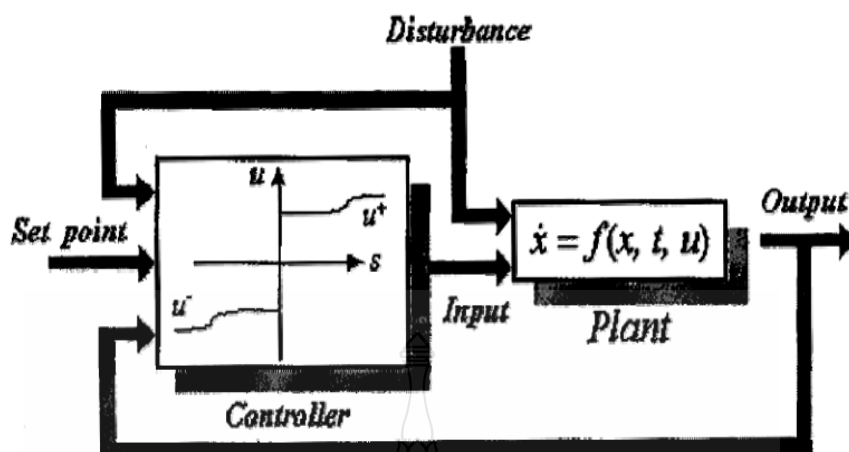
ซึ่งใช้กฎการควบคุมแทนลงในสมการที่ 2.38 เป็น

$$\dot{V} = -\dot{q}^T K_D \dot{q} \leq 0 \quad (2.39)$$

ไม่น่าประหลาดใจเลย  $\dot{V}$  เป็นค่าที่ติดลบซึ่งจะถูกทำให้ค่อยๆ ลดลงด้วย Damper เสมือนตอนนี้เราต้องการเพียงแค่ตรวจสอบว่าระบบไม่สามารถที่จะค้างอยู่ที่ชั้นหนึ่งที่  $\dot{V}$  เท่ากับ 0 ในขณะที่  $q$  ไม่เท่ากับ  $q_d$  หรือเพื่อทำให้มันเป็นเชิงเทคนิคยิ่งกว่า อ้างอิงทฤษฎีเซตของความแปรปรวนเนื่องจาก  $\dot{V} = 0$  บ่งชี้ว่า  $\dot{q} = 0$  ซึ่งในทางกลับกันบ่งชี้ว่า  $\ddot{q} = H^{-1} K_p \tilde{q}$  อาจจะมีว่า  $\dot{V}$  เป็น 0 เฉพาะถ้า  $\tilde{q} = 0$  ดังนั้นระบบเข้าสู่สถานะที่ต้องการ

## 2.10 การควบคุมตำแหน่ง (Position Control) ด้วยระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

หลักการพื้นฐานของระบบควบคุมที่มีโครงสร้างผันแปรและความแตกต่างของระบบควบคุมที่มีโครงสร้างคงที่กับระบบควบคุมแบบโครงสร้างผันแปรในที่นี้จะกล่าวถึงนิยามของการทำงาน of ระบบควบคุมแบบโครงสร้างผันแปรและการทำงานแบบสไลด์ดิ้งโหมดโดยแนวความคิดของระบบควบคุมแบบโครงสร้างผันแปรจะแตกต่างกับระบบควบคุมชนิดอื่น โดยที่โครงสร้างระบบจะมีการผันแปรไปในระหว่างการควบคุมซึ่งการผันแปรของโครงสร้างนี้จะกระทำเพื่อให้ตัวแปรสถานะของระบบควบคุมวิ่งไปตามเส้นสวิตซ์ซึ่งฟังก์ชันที่กำหนดบนระนาบเฟส (Phase Plane) การกระทำเช่นนี้เรียกว่าการทำงานแบบสไลด์ดิ้งโหมดเมื่อพิจารณารูปแบบของการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด แสดงในรูปที่ 2.6



ภาพที่ 2.6 ระบบควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด [9]

จากโครงสร้างของระบบในภาพที่ 2.6 จะสามารถระบบควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดมาช่วยควบคุมระบบหรือกระบวนการ ถ้าพิจารณาการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดกับระบบพลวัตที่ไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขที่ไม่แน่นอนจะสามารถแสดงได้ด้วยสมการระบบพลวัตอินพุตเดียว ดังนี้

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + b(x)u \quad (2.40)$$

โดยที่  $x^{(n)}$  คือเอาต์พุตทางอุดมคติที่ได้จากขบวนการ หรือ ตำแหน่งของแกนกล ส่วน  $n$  คืออินพุตของระบบควบคุม ส่วนฟังก์ชัน  $f(x)$  และ  $b(x)$  จะเป็นฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นที่ไม่ทราบค่าที่แน่นอนแต่จะทราบเครื่องหมายและขอบเขตที่แน่นอน แต่ด้วยคุณสมบัติที่โดดเด่นของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด การออกแบบระบบควบคุมแขนหุ่นยนต์จะสามารถกระทำได้โดยไม่ต้องจำเป็นต้องคำนึงถึงความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ต่างในระบบ และการนำเอาฟังก์ชันอิ่มตัว (Saturation Function) มาใช้ในสมการการควบคุม เพื่อช่วยชดเชยค่าความไม่แน่นอนร่วมกับเทคนิคจำกัดชั้นขอบเขต (Boundary Layer) โดยแสดงถึงลักษณะของฟังก์ชันสไลด์คิงที่ประกอบด้วยสัญญาณอินพุตเทียบเท่า ( $u_{eq}$  คือ Equivalent Control Input) ร่วมกับพจน์ของอัตราขยายคูณกับฟังก์ชันอิ่มตัวเพื่อช่วยลดการสั่น โดยการใส่ฟังก์ชันการอิ่มตัวที่เป็นฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง ซึ่งทำให้สัญญาณควบคุมไม่เกินช่วงการทำงาน จากสมการที่ 2.40 ถ้าสมมุติให้ระบบเป็นอันดับที่สอง ได้ดังนี้

$$\ddot{x} = f + u \quad (2.41)$$

รูปแบบของพื้นผิวสไลด์คั้งฟังก์ชันที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาจะได้อดังนี้

$$s(x;t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (2.42)$$

โดยที่  $\lambda$  เป็นค่าคงที่ที่เป็นบวกซึ่งเป็นความลาดเอียง (Slope) ของผิวพื้นสวิตช์ (Switching Surface) และถ้ากำหนดให้ระบบอันดับที่สองหรือ  $n = 2$  ดังนั้นสมการที่ 2.42 จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (2.43)$$

เมื่อ  $\tilde{x} = x - x_d$  โดยที่  $\tilde{x}$  คือค่าความผิดพลาดในการเคลื่อนที่ตามเส้นทาง (Tracking Errors) และ  $x_d$  คือเอาต์พุตที่เราต้องการจากระบบ ดังนั้นเมื่อแทนสมการที่ 2.41 เข้าไปในอนุพันธ์ของสมการที่ 2.43 จะเขียนได้เป็น

$$\dot{s} = \dot{f} + u - \dot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (2.44)$$

ดังนั้นสัญญาณอินพุตเทียบเท่า ( $u_{eq}$  คือ Equivalent Control Input) ที่จะทำให้การเคลื่อนที่บนระนาบหยุดนิ่ง หรือ  $s=0$  สามารถแสดงได้เป็น  $\hat{u} = \dot{f} + \dot{x}_d - \lambda \tilde{x}$  ซึ่งจะเป็นส่วนหนึ่งของสัญญาณการควบคุมแบบสไลด์คั้งโหมคที่นำมาใช้ควบคุมแขนหุ่นยนต์ โดยจะนำมาพร้อมกับฟังก์ชันแบบไม่ต่อเนื่องซึ่งเป็นเทอมที่จะทำให้เป็นการทำงานฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องบนพื้นผิวที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Surface)  $S(x) = 0$  ในปริภูมิตัวแปรสถานะ (State Space) สัญญาณควบคุมรวมจะเขียนได้เป็น

$$u = \hat{u} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (2.45)$$

โดยที่  $k$  คือ อัตราขยายสัญญาณแบบสไลด์คั้งโหมค (Sliding Gain)

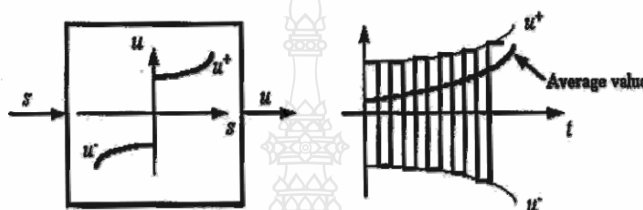
$\operatorname{sgn}(\cdot)$  คือ ซิกนัม (Signum) หรือ ฟังก์ชันเครื่องหมาย (Sign Function) โดยเป็นไปตามเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}(s) &= +1 && \text{เมื่อ} && s > 0 \\ \operatorname{sgn}(s) &= -1 && \text{เมื่อ} && s < 0 \end{aligned}$$

และ

$$\begin{cases} \hat{u} - k & ; s > 0 \\ \hat{u} + k & ; s < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ 2.46 จะเห็นว่าการทำงานแบบสไลด์ดิ้งโหมดจะเกิดขึ้นบนพื้นผิว  $S = 0$  และอันดับของสมการการเคลื่อนที่จะน้อยกว่าอันดับของระบบหรือกระบวนการที่ควบคุมเสมอ ส่วนประกอบของฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องในสัญญาณควบคุม  $u(x)$  จะมีอินทิกรัลเป็น  $S(x)$  ที่มีค่าเป็นศูนย์ในระหว่างการเกิดสไลด์ดิ้งโหมดซึ่งแสดงดังภาพที่ 2.11



ภาพที่ 2.7 การเกิดสไลด์ดิ้งโหมดในระหว่างการควบคุม [8-9]

ถ้าพิจารณาฟังก์ชันกำลังสองของพื้นที่ผิวสไลด์ดิ้ง ( $s^2$ ) แล้วหาค่าอนุพันธ์จากความสัมพันธ์นี้จะแสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = \dot{s} \cdot s = [f - \tilde{f} - k \operatorname{sgn}(s)] s = (f - \tilde{f}) s - k |s| \quad (2.47)$$

อนุพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสองของพื้นที่ผิวจะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (2.48)$$

เมื่อ  $k$  มีค่ามากกว่า  $(f - \tilde{f})$  หรือผลต่างของฟังก์ชันของระบบลบ ฟังก์ชันเสมือนของระบบ ซึ่งทำให้  $\eta$  ต้องมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้นสมการที่ 2.48 จะมีค่าลดลงตามเวลา ซึ่งจะสอดคล้องกับการมีเสถียรภาพตามทฤษฎีลียาปูนอฟ (Lyapunov)

พฤติกรรมของการเกิดสไลด์ดิ้งโหมดในระหว่างการควบคุมนี้จะทำให้ระบบควบคุมไม่ไวต่อการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการและสิ่งรบกวนภายนอกในขณะเกิดสไลด์ดิ้งโหมด

(Sliding Mode Control) จากโครงสร้างสมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ ในสมการที่ 2.49 สัญญาณป้อนกลับของแรงบิดแบบไม่เชิงเส้นสามารถหาค่า  $\tau$  ได้จากสมการดังนี้

$$\tau = H(q)v + C[q, \dot{q}] \dot{q} + G(q) \quad (2.49)$$

โดยที่  $v$  เป็นสัญญาณควบคุมตัวใหม่ ซึ่งมาจาก  $\dot{q} = v$  จากสมการที่ 2.49 ซึ่งเป็นสัญญาณป้อนกลับของแรงบิดของแขนกลที่ได้จากการคำนวณทางคอมพิวเตอร์ โดยที่  $\tilde{q} = q - q_d$  คือค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ (Tracking Error) ในแต่ละข้อต่อ ฉะนั้นถ้าให้

$$v = \ddot{q}_d - 2\lambda\dot{\tilde{q}} - \lambda^2\tilde{q} \quad (2.50)$$

โดยที่  $\lambda > 0$  เสมอ

จากทฤษฎีของลียาปูนอฟ (Lyapunov Function) พลังงานทั้งหมดในระบบจะเท่ากับพลังงานจลน์บวกพลังงานศักย์และค่าที่ได้จะต้องมากกว่าศูนย์ หรือเป็นบวกเสมอจึงได้สมการเป็น

$$V(t) = \frac{1}{2} [s^T H s] \quad (2.51)$$

หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 (Difference Equation) ของสมการที่ 2.51 ดังนี้

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{2} [s^T \dot{H} s] + \frac{1}{2} [\dot{s}^T H s] + \frac{1}{2} [s^T \dot{H} s] \quad (2.52)$$

เมื่อ  $s^T \dot{H} s = [s^T \dot{H} s]$  โดยที่  $\dot{s} = \ddot{q} - \ddot{q}_d$  จะสามารถลดรูปสมการที่ 2.52 ได้เป็น

$$\dot{V}(t) = s^T (H\ddot{q} - H\ddot{q}_d) + \frac{1}{2} [s^T \dot{H} s] \quad (2.53)$$

โดย  $H\ddot{q}$  จากระบบพลวัตเป็น  $H\ddot{q} = \tau - C\dot{q} \approx \tau - (s + \dot{q}_d) - g$  แทนที่เข้าในสมการที่ 2.53 ได้

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{2} s^T \dot{H} s - s^T C s + s^T (\tau - C\dot{q}_d - g - H\ddot{q}_d) \quad (2.54)$$

เมื่อ  $s^T \left( \frac{H}{2} - C \right) s = 0$  จะสามารถลดรูปสมการที่ 2.53 ได้เป็น

$$\dot{V}(t) = s^T (\tau - C\dot{q}_r - g - H\ddot{q}_r) \quad (2.55)$$

$$\frac{dv}{dt} = \dot{V}(t) = s^T (-k \operatorname{sgn}(s)) \quad (2.56)$$

เมื่อแทนค่า  $\tau = \hat{\tau} - k \operatorname{sgn}(s)$  และค่า  $\hat{\tau} = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{g}$

$$\hat{\tau} = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{g} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (2.57)$$

ในกรณีของแขนกลเป็นระบบแบบที่มีอินพุตหลายตัว (Multi Input) สามารถเขียนสมการของพื้นที่สไลด์ดิ่งในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$s = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} \quad (2.58)$$

เมื่อ  $\Lambda$  เป็นเมทริกซ์ที่เป็นบวกเสมอแบบสมการ (Symmetric Positive Definite Matrix) และเมื่อใช้ฟังก์ชันแซตเตอร์เรชัน (Saturation Function) แทนฟังก์ชันซายด์ (Sign Function) ในแรงบิดควบคุม เพื่อช่วยลดการสั่นจะได้เป็น

$$\tau = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{g} - k \operatorname{sat} \left( \frac{s}{\phi} \right) \quad (2.59)$$

ซึ่ง  $\phi$  คือขนาดความกว้างของเส้นขอบเขตพิกัด โดยเขียนเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ตามเงื่อนไขนี้

$$\operatorname{sat}(s) = s \quad \text{ถ้า} \quad |s| \leq 1 \quad (2.60)$$

$$\operatorname{sat}(s) = \operatorname{sgn}(s) \quad \text{เป็นอย่างอื่น}$$

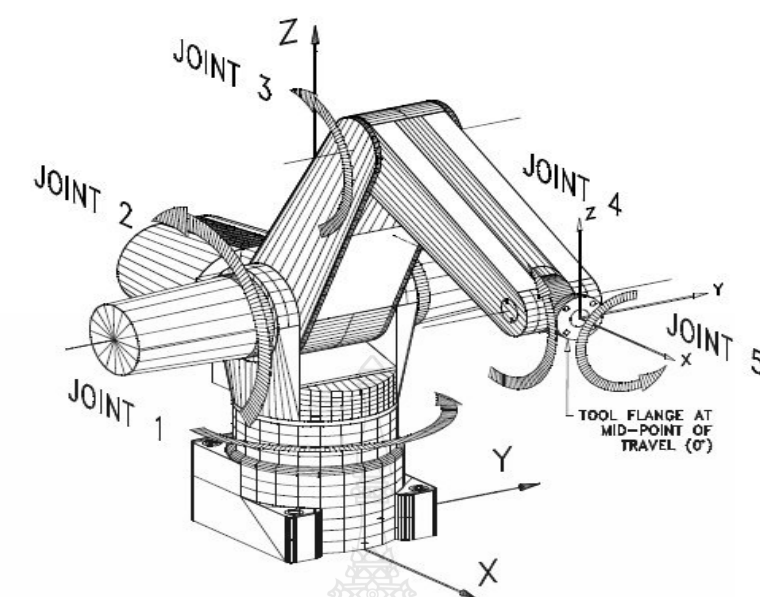
พฤติกรรมของการเกิดสไลด์ดิ่ง โหมด เมื่อใช้ฟังก์ชันแซตเตอร์เรชัน (Saturation Function) ในการควบคุมนี้จะทำให้ระบบควบคุมไม่ไวต่อการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการและสิ่งรบกวนภายนอกปัจจัยที่จะต้องพิจารณาถึงการเคลื่อนที่ของระบบในขณะที่เกิดสไลด์ดิ่ง โหมดคือ

1) เมื่อเกิดสไลด์ดิ่ง โหมดอันดับของระบบจะลดลงกว่าอันดับของกระบวนการเริ่มต้นไปหนึ่งอันดับเสมอโดยที่พลวัตของการทำงานแบบสไลด์ดิ่ง โหมดจะไม่ขึ้นอยู่กับารควบคุมแต่จะขึ้นอยู่กับสมการพื้นผิวการสวิตช์ (Switching Surface Equation)

2) เมื่อเกิดสไลด์ดิ่ง โหมดระบบควบคุมจะมีความคงทนต่อการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการและสิ่งรบกวนภายนอกโดยที่สมการของการสวิตช์จะต้องเลือกให้สอดคล้องกับกระบวนการที่ต้องการควบคุมเพื่อให้การควบคุมกระบวนการนั้นมีเสถียรภาพเงื่อนไขของการเกิดสไลด์ดิ่ง โหมดเงื่อนไขในการสไลด์ดิ่ง โหมดได้มีการนำเสนออยู่หลายวิธีด้วยการวิธีการหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้ในการออกแบบเพื่อการควบคุมกระบวนการคือการใช้สวิตช์ซึ่งฟังก์ชันโดยตรง (Direct Switching Function Approach) โดยเงื่อนไขของการเกิดสไลด์ดิ่ง โหมดที่เกิดขึ้นได้เสมอแต่จะไม่รับประกันเวลาในการเข้าถึงของการเกิดสไลด์ดิ่ง โหมด

## 2.11 แขนกล CRS Robotic รุ่น A255

โครงสร้างของแขนหุ่นยนต์แบบ CRS รุ่น A255 P/A RSA-14-103 ได้ถูกสร้างและพัฒนาขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 1995 โดยบริษัท CRS Robotics Corporation ประเทศแคนาดา ซึ่งแขนหุ่นยนต์ตัวนี้เป็นแขนกลแบบก้านโยง (Articulated Manipulator) ซึ่งประกอบด้วย จุดหมุน 5 จุดต่อหรือมี 5 องศาอิสระ (Degrees of Freedom, DOF) และมีมือจับ (End Effector) เป็นชิ้นส่วนสุดท้ายที่ต่อเข้ากับข้อต่อที่ 5 ของแขนกล



The A255 arm has five axes of motion (joints): 1 (waist), 2 (shoulder), 3 (elbow), 4 (wrist pitch), and 5 (tool roll).

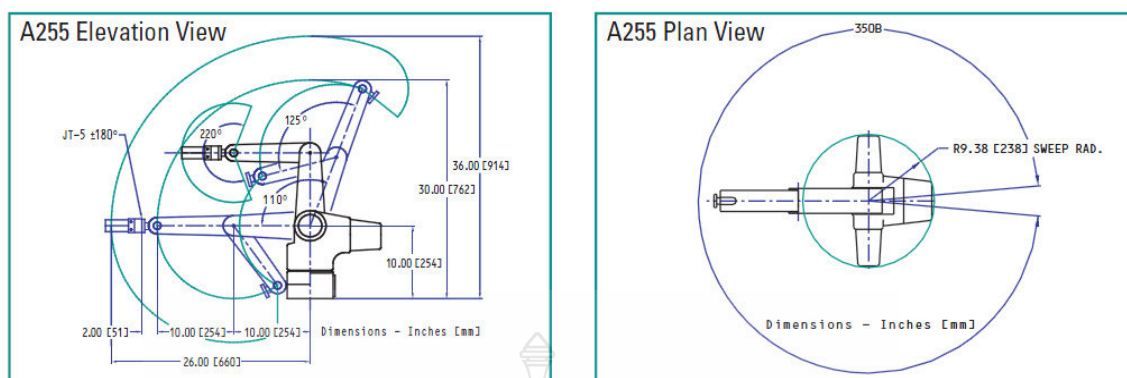
ภาพที่ 2.8 จุดหมุนของแต่ละแกนของแขนกล CRS รุ่น A255 [10]

ตารางที่ 2.1 มุมของการเคลื่อนที่ของแต่ละแกนของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 [10]

ข้อต่อ (Joint)	แกนที่ (Axis)	ช่วงองศาการเคลื่อนที่
ช่วงเอว (Waist)	1	+ 175 องศาถึง -175 องศา
ช่วงไหล่ (Shoulder)	2	+ 110 องศาถึง 0 องศา
ช่วงข้อศอก (Elbow)	3	0 องศาถึง -125 องศา
ข้อมือ (Wrist Pitch)	4	+ 110 องศาถึง -110 องศา
ข้อมือหมุน (Tool roll)	5	+ 180 องศาถึง -180 องศา

แขนหุ่นยนต์ CRS นี้มีน้ำหนักสุทธิ 17 กิโลกรัม ช่วงแขนการเคลื่อนไหวขึ้นอยู่กับขนาดความยาวของส่วนแขนและมุมของการยึดหดตัวของแขนในแต่ละแกน ซึ่งรูปร่างของพื้นที่การทำงานของแขนหุ่นยนต์มีช่วงของการเคลื่อนที่ดังในภาพที่ 2.9





ภาพที่ 2.9 พื้นที่การทำงานของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 [10]

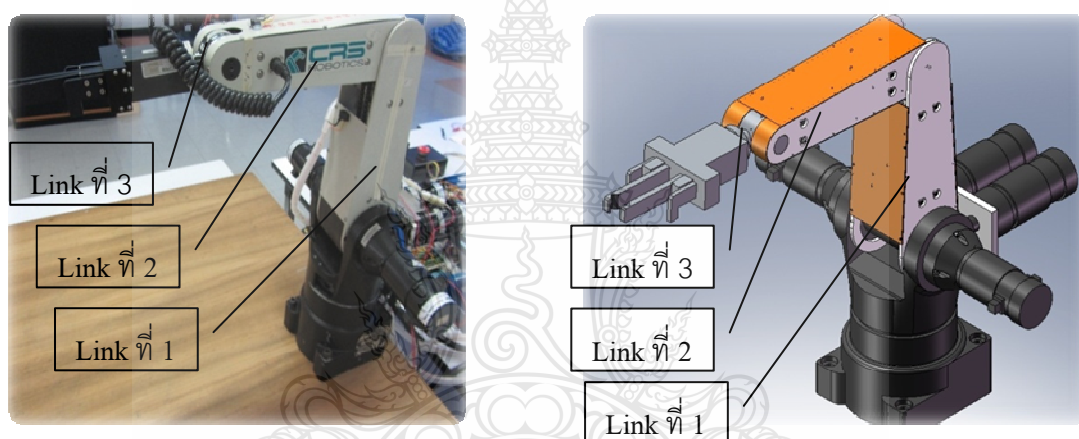
โดยทั่วไปการออกแบบแขนกลจะต้องคำนึงถึงพื้นที่ในการทำงาน (Workspace) ของแขนกลเป็นอันดับแรก ซึ่งการออกแบบที่ดีจะต้องลดจุดบอดที่ปลายแขนเข้าไม่ถึงให้น้อยที่สุด และให้มีเขตพื้นที่ในการทำงานมากที่สุดแขนกลถูกออกแบบมาเพื่อใช้ในการลำเลียงและเคลื่อนย้ายสิ่งของ

ตารางที่ 2.2 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนหุ่นยนต์แต่ละแกน [10]

ข้อต่อ (Joint)	แกนที่ Axis	จำนวน Pulse/ms	อัตรา ทดเกียร์	แรงบิดสูงสุด (Torque)		ความเร็ว สูงสุด	
				In-lb	N-m	Rad/s	Deg/s
ช่วงเอว (Waist)	1	42	72:1	57.0	6.4	3.67	210
ช่วงไหล่ (Shoulder)	2	42	72:1	57.0	6.4	3.67	210
ช่วงข้อศอก (Elbow)	3	42	72:1	57.0	6.4	3.67	210
ข้อมือ (Wrist Pitch)	4	30	72:1	13.0	1.4	11.8	675
ข้อมือหมุน (Tool roll)	5	30	72:1	6.3	0.71	23.6	1350

ซึ่งมีความสามารถในการยกน้ำหนักนี้จะแปรผันตามระยะห่างระหว่างกึ่งกลางของหน้าแปลนปลายแขนกับกึ่งกลางของน้ำหนักวัตถุที่จะยก รวมถึงความเร็วของการเคลื่อนที่ทำงานย้ายสิ่งของด้วย แขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 นี้ออกแบบมาให้สามารถยกของหนักได้ 1 กิโลกรัม แต่สามารถยกน้ำหนักสูงสุดถึง 2 กิโลกรัม แต่ความเร็วจะลดลงเหลือ 80 %

เนื่องจากแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 นี้ได้รับการผลิตสู่ท้องตลาดตั้งแต่ปี ค.ศ. 1995 ปัจจุบันผู้ผลิตได้มีการพัฒนาปรับปรุงรุ่นใหม่ๆ ออกอีกหลายรุ่น และมีการยกเลิกการใช้ชิ้นส่วนเดิมๆ หลายชิ้น จึงทำให้ชิ้นส่วนบางตัวที่ได้รับความเสียหายจากการใช้งานมาเป็นระยะเวลาอันยาวนาน ไม่สามารถหาชิ้นส่วนมาเปลี่ยนทดแทนได้เช่น Servo Motor, Drive และชุดควบคุมแขนกล เป็นต้น ดังนั้นเราจึงต้องใช้การวิจัยทดลองเป็นแบบ 3 แกนเท่านั้น โดยที่แกนที่ 1 ซึ่งเป็นแกนที่อยู่ด้านล่างสุด ติดกับฐานนั้นใช้งานไม่ได้ จึงเลื่อนลำดับการนับแกนของแขนกลตัวนี้ดังต่อไปนี้ เปลี่ยนการนับแกนที่ 2 ให้เป็นแกนที่ 1 เปลี่ยนแกนที่ 3 ก็เป็นแกนที่ 2 และให้แกนที่ยึดกับมือจับเป็นแกนที่ 3 ตามลำดับ ดังแสดงในภาพที่ 2.10



ภาพที่ 2.10 โครงสร้างของแขนกล CRS Robotic

## 2.12 อุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุมแขนกล CRS Robotic รุ่น A255

เนื่องจากชุดควบคุมแขนกล (Robot Controller) นี้ได้รับความเสียหายทั้งหมดและไม่สามารถนำมาใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้ทำการหาอุปกรณ์อื่นมาทดแทนซึ่งมีดังต่อไปนี้



ภาพที่ 2.11 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัยควบคุมแขนกล CRS Robotic

2.12.1 คอมพิวเตอร์ CPU Intel(R) Core (TM) 2 Duo E7400@ 2.8 GHz, 2.80 GHz, 2.00GB DDR of RAM. ระบบปฏิบัติการ Microsoft Window XP Service Pack 3 Version 2002.

2.12.2 ชุดขับเคลื่อนมอเตอร์ Accelus Panel รุ่น ASP-090-36 จำนวน 4 ชุด

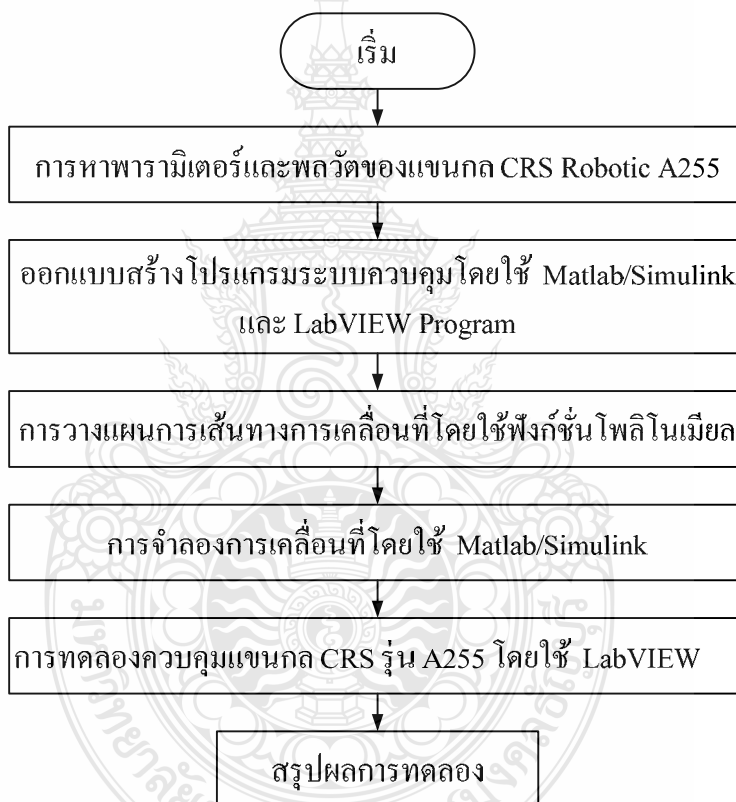
2.12.3 การ์ดรับข้อมูล (Data Acquisition Card) รุ่น PCI/PXI-6221 ของ National Instruments 68 Pin จำนวน 1 ชุด

2.12.4 ไมโครคอนโทรเลอร์ ARM 7 จำนวน 2 ชุด

## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ เป็นการศึกษาวิจัยเรื่อง การออกแบบระบบควบคุมแบบสไลด์คิง โหมด เพื่อใช้ในการควบคุมแขนกล CRS A255 แบบ 3 แกนให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด ซึ่งเป็นวิธีออกแบบระบบควบคุมเพื่อลดล้างความไม่เป็นเชิงเส้น บทนี้จะกล่าวถึงวิธีการดำเนินการวิจัย ซึ่งจะบอกรายละเอียดของการดำเนินการต่างๆตามลำดับดังต่อไปนี้

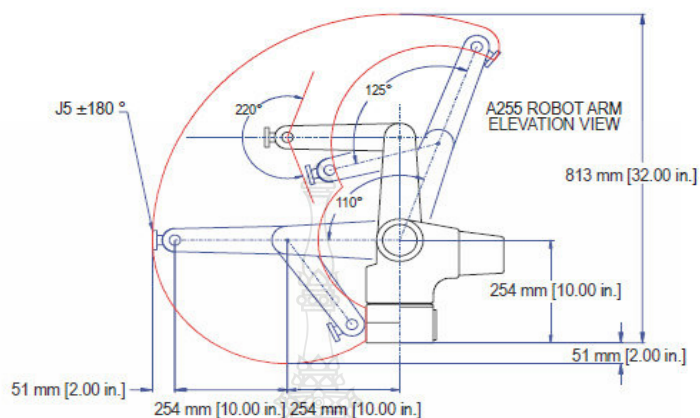


ภาพที่ 3.1 ลำดับขั้นตอนของการดำเนินงานการวิจัย

#### 3.1 การหาค่าพารามิเตอร์ของแขนกล CRS รุ่น A255

ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกลในแต่ละแกนเพื่อมาใช้ในการทำงานวิจัยนั้นมีความสำคัญอย่างมาก ต่อความสำเร็จและความถูกต้องของการศึกษาวิจัย ค่าพารามิเตอร์บางอย่างสามารถหาได้ โดยการวัดขนาด การชั่งน้ำหนัก และจากคู่มือแขนกล แต่พารามิเตอร์บางอย่างมีความซับซ้อนซึ่งต้อง

ใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์เท่านั้น เช่น พลวัตของแขนหุ่นยนต์ โมเมนต์ความเฉื่อยของแต่ละแกน และจacobian เมตริกซ์ เป็นต้น



ภาพที่ 3.2 ความยาวระหว่างแต่ละแกนของศาการหมุนของแต่ละแกน [10]

ค่าพารามิเตอร์ส่วนแรกๆที่ทราบ เช่น ขนาดความยาวของแต่ละแกน ความเร็วสูงสุด ความเร่งสูงสุด แรงบิดสูงสุด อัตราทดเกียร์ และองศาการหมุนของแต่ละแกนที่สามารถเคลื่อนที่ไปได้ เป็นต้น ซึ่งแสดงในภาพที่ 3.2 และตารางที่ 3.1 โดยได้มาจากคู่มือการใช้งานแขนกล CRS รุ่น A255 โดยองศาการหมุนจะบอกความสามารถในการเข้าถึงพื้นที่ทำงานแขนกลนี้ได้

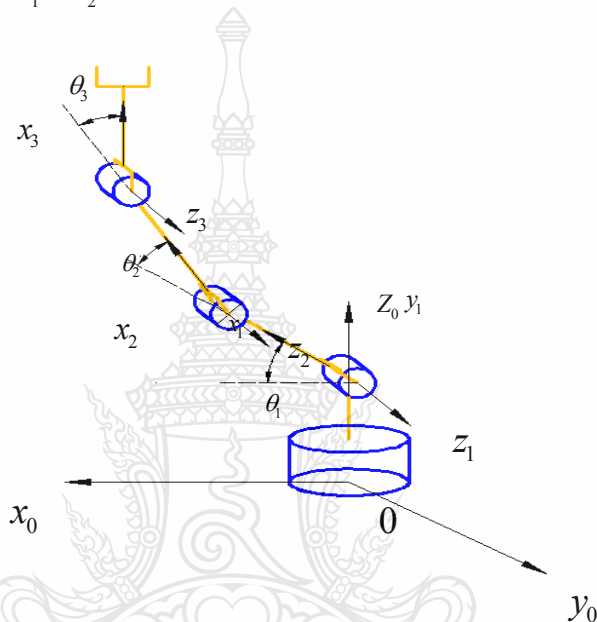
ตารางที่ 3.1 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกล CRS รุ่น A255 ที่จะใช้ในการวิจัยนี้ [10]

แกนที่ (Axis)	ช่วงองศาการหมุน (Range of Motion)	ความเร็ว สูงสุด	ความเร่ง สูงสุด	อัตราทดเกียร์ (Gear Ratio)	แรงบิดสูงสุด (Max. Torque)
1	0° ถึง +110°	210°/s	498°/s <sup>2</sup>	72:1	9.6 N-m [85 in.-lb]
2	-125° ถึง 0°	210°/s	498°/s <sup>2</sup>	72:1	9.6 N-m [85 in.-lb]
3	± 110°	675°/s	2240°/s <sup>2</sup>	72:1	2.7 N-m [24.3 in.-lb]

ส่วนพารามิเตอร์อื่นๆ เช่น น้ำหนักสุทธิ โมเมนต์ความเฉื่อยของแต่ละแกน และพารามิเตอร์ทางพลวัตต่างๆ มาจากการคำนวณ เนื่องจากไม่สามารถถอดเพื่อทำการชั่งน้ำหนักได้

### 3.2 การคำนวณหาตำแหน่งศาสตร์ของแขนกล

ข้อสังเกตของแขนกล CRS รุ่น A255 นั้นจะมีความสัมพันธ์ในการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อคือเมื่อมีคำสั่งให้แกนที่ 1, 2 และ 3 เคลื่อนเป็นมุมองศา  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  ตามลำดับ แต่แกนที่ 2 จะเป็นมุม  $\theta_1 + \theta_2$  ส่วนแกนที่ 3 จะหมุนไปเป็นมุม  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$  ดังนั้นเพื่อให้แขนในแกนที่ 2 และ 3 เคลื่อนหรือหมุนไปตามองศาที่กำหนด จะต้องมีการชดเชยของสาการหมุนด้วยมุม  $\theta_1$  สำหรับแกนที่ 2 และชดเชยของสาการหมุนด้วยมุม  $\theta_1 + \theta_2$  สำหรับแกนที่ 3



ภาพที่ 3.3 การตั้งแกนของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255

การคำนวณหาตำแหน่งศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์นี้เป็นการคำนวณเพื่อออกแบบระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ จากภาพที่ 3.3 ทำการหาพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinate) แต่ละแกน ในรูปของเวกเตอร์เพื่อใช้ในการหาพลวัตของแขนกล CRS รุ่น A255 ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 & \text{Link 1} \\
 & \quad x_1 = L_1 \cos(\theta_1) \\
 & \quad y_1 = L_1 \sin(\theta_1) \\
 & \text{Link 2} \\
 & \quad x_2 = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
 & \quad y_2 = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 & \text{Link 3} \\
 & \quad x_3 = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\
 & \quad y_3 = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

จากสมการที่ 3.1 ทำการหาค่าพลวัตของแขนกล โดยทฤษฎีลากรางจ์ (Lagrange Equation) จากการหาอนุพันธ์ของพลังงานเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนไป ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม Matlab เพื่อช่วยในการคำนวณ และผลลัพธ์ของสัมประสิทธิ์พลวัตของแขนกลที่ได้มีส่วนประกอบดังนี้

$$H_{11} = I_1 + I_2 + I_3 + \left(\frac{L_1^2 m_1}{4}\right) + L_1^2 m_2 + L_1^2 m_3 + \left(\frac{L_2^2 m_2}{4}\right) + L_2^2 m_3 + \left(\frac{L_3^2 m_3}{4}\right)$$

$$+ L_1 L_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + L_1 L_2 m_2 \cos(\theta_2) + 2L_1 L_2 m_3 \cos(\theta_2) + L_2 L_3 m_3 \cos(\theta_3)$$

$$H_{12} = I_2 + I_3 + \left(\frac{L_2^2 m_2}{4}\right) + L_2^2 m_3 + \left(\frac{L_3^2 m_3}{4}\right) + \left(\frac{L_1 L_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{2}\right) + \left(\frac{L_1 L_2 m_2 \cos(\theta_2)}{2}\right)$$

$$+ L_1 L_2 m_3 \cos(\theta_2) + L_2 L_3 m_3 \cos(\theta_3)$$

$$H_{13} = I_3 + \left(\frac{L_3^2 m_3}{4}\right) + \left(\frac{L_1 L_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{2}\right) + \left(\frac{L_2 L_3 m_3 \cos(\theta_3)}{2}\right)$$

$$H_{21} = I_2 + I_3 \left(\frac{L_2^2 m_2}{4}\right) + L_2^2 m_3 + \left(\frac{L_3^2 m_3}{4}\right) + \left(\frac{L_1 L_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{2}\right) + \left(\frac{L_1 L_2 m_2 \cos(\theta_2)}{2}\right)$$

$$+ L_1 L_2 m_3 \cos(\theta_2) + L_2 L_3 m_3 \cos(\theta_3)$$

$$H_{22} = I_2 + I_3 \left(\frac{L_2^2 m_2}{4}\right) + L_2^2 m_3 + \left(\frac{L_3^2 m_3}{4}\right) + L_2 L_3 m_3 \cos(\theta_3)$$

$$H_{23} = \left(\frac{m_3 L_3^2}{4}\right) + \left(\frac{L_2 m_3 \cos(\theta_3) L_3}{2}\right) + I_3$$

$$H_{31} = I_3 \left(\frac{L_3^2 m_3}{4}\right) + \left(\frac{L_1 L_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{2}\right) + \left(\frac{L_2 L_3 m_3 \cos(\theta_3)}{2}\right)$$



$$H_{32} = \left( \frac{m_3 L_3^2}{4} \right) + \left( \frac{L_2 m_3 \cos(\theta_3)}{2} \right) + I_3$$

$$H_{33} = \left( \frac{m_3 L_3^2}{4} \right) + I_3$$

$$C_{11} = \left( \frac{3L_1 L_3 m_3 (\sin(\theta_1 + \theta_3))}{2} \right) - \left( \frac{3L_1 L_2 m_2 \sin(\theta_1)}{2} \right) - 3L_1 L_2 m_3 \sin(\theta_1)$$

$$C_{12} = 0$$

$$C_{13} = \left( \frac{L_1 L_3 m_3 (\sin(\theta_1 + \theta_3))}{2} \right) - \left( \frac{L_2 L_3 m_3 \sin(\theta_3)}{2} \right)$$

$$C_{21} = L_1 L_2 m_3 \sin(\theta_2) \left( \frac{L_1 L_2 m_2 (\sin(\theta_1))}{2} \right) - L_1 L_2 m_3 \sin(\theta_1) - \left( \frac{L_1 L_3 m_3 \sin(\theta_1 + \theta_3)}{2} \right) \\ + \left( \frac{L_1 L_3 m_3 (\sin(\theta_2 + \theta_3))}{2} \right) - \left( \frac{L_1 L_2 m_2 \sin(\theta_2)}{2} \right)$$

$$C_{22} = 0$$

$$C_{23} = \left( \frac{L_2 L_3 m_3 \sin(\theta_3)}{2} \right)$$

$$C_{31} = \left( \frac{L_1 L_3 m_3 (\sin(\theta_2 + \theta_3))}{2} \right) - \left( \frac{L_1 L_3 m_3 \sin(\theta_1 + \theta_3)}{2} \right) + \left( \frac{L_2 L_3 m_3 (\sin(\theta_3))}{2} \right)$$

$$C_{32} = \left( \frac{L_2 L_3 m_3 (\sin(\theta_3))}{2} \right)$$

$$C_{33} = 0$$



$$G_1 = \left( \frac{gl_2 m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{2} \right) + gl_2 m_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \left( \frac{gl_1 m_1 \cos(\theta_1)}{2} \right) + gl_1 m_2 \cos(\theta_1) \\ + gl_1 m_3 \cos(\theta_1) + \left( \frac{gl_3 m_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}{2} \right)$$

$$G_2 = \left( \frac{gl_2 m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{2} \right) + gl_2 m_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \left( \frac{gl_3 m_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}{2} \right)$$

$$G_3 = \left( \frac{gl_3 m_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)}{2} \right)$$

ค่าสัมประสิทธิ์พลวัตของแขนกลพลวัตนี้ จะประกอบไปด้วยกลุ่ม 3 กลุ่ม ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์พลวัตเหล่านี้จะนำไปแทน เข้าในสมการการควบคุมแขนหุ่นยนต์ต่อไป

### 3.3 การหาสมการการเคลื่อนที่

การกำหนดการเคลื่อนที่ของแขนกลนั้น ในขั้นตอนแรกของการเคลื่อนที่ของแขนกล จะต้องให้เคลื่อนมาตำแหน่งศูนย์ (Zero Position) เพราะจุดนี้จะทำให้ตัวแปรของตำแหน่งต่างๆ เป็นศูนย์ หรือเรียกอีกอย่างว่า Home Position จากนั้นก็จะทำการเคลื่อนที่แขนกลไปยังตำแหน่งใดๆ ที่กำหนดไว้ หลักของการเคลื่อนที่ได้พัฒนาขึ้น โดยใช้ทฤษฎี Denavit Hartenberg ซึ่งแสดงในตาราง

ตารางที่ 3.2 D-H Parameters ของตัวแปรของแขนกล CRS รุ่น A255

$i$	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_{i-1}$	$\theta_i$
0	0	0	0.254*	0
1	0.254*	90°	0	$\theta_1$
2	0.254*	0	0	$\theta_2$
3	0.254*	0	0	$\theta_3$

หมายเหตุ \* หน่วยเป็น เมตร

เราสามารถเขียน Transformation Matrices จุดที่ 0 ถึงจุดที่ 1 ( $T_{01}$ ) จากจุดที่ 1 ถึงจุดที่ 2 ( $T_{12}$ ) และจากจุดที่ 2 ถึงจุดที่ 3 ( $T_{23}$ ) โดยใช้ค่าพารามิเตอร์จากตาราง D-H ได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} T_0^1 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_1^2 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ T_2^3 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

จาโคเบียนแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างเชิงมุมกับเชิงเส้น โดยทั่วไปและถ้าเมทริกซ์นั้นเป็นแบบไม่ใช่เอกฐาน (Nonsingular Matrix) เราก็สามารถใช้เมเทคนิค Pseudo-Inverse and Jacobian Singularity - Robust ในขั้นแรกสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

เมื่อ

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} &= -(L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \\ \frac{\partial x}{\partial \theta_2} &= -(L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \\ \frac{\partial x}{\partial \theta_3} &= -(L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} &= L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_2} &= L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_3} &= L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

หาสมการจลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกนเพื่อใช้ในการระบุตำแหน่งการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกน ว่ามีความสัมพันธ์ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกนเป็นอย่างไรเมื่อมุมของการหมุนของแขนหุ่นยนต์เปลี่ยนไป โดยใช้การคำนวณหาจลศาสตร์แบบผกผัน (Inverse Kinematic) และเราจะนำสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่ได้จากการคำนวณมาช่วยเขียนโปรแกรมเพื่อใช้ควบคุมแขนหุ่นยนต์ต่อไป

### 3.4 วิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID)

ในการวิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่มีการเชื่อมต่อของ 3 ลิงค์ ดังภาพที่ 3.1 ซึ่งตำแหน่งของแต่ละข้อต่อนั้นสามารถอธิบายได้ด้วยเวกเตอร์องศาการหมุนของแต่ละข้อต่อ ( $q$ ) ที่มีขนาด  $3 \times 1$  และ อินพุตหรือแรงบิดของมอเตอร์ที่ประกอบไปด้วยเวกเตอร์ ( $\tau$ ) ที่มีขนาด  $3 \times 1$  ที่ประยุกต์ใช้ที่แต่ละข้อต่อของแขนหุ่นยนต์ สมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์นั้นเป็นแบบไม่เชิงเส้นและสามารถเขียนในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (3.5)$$

โดยที่  $H(q)$  คือ เมตริกซ์ความเฉื่อย

$C(q, \dot{q})$  คือ เมตริกซ์แรงบิดศูนย์กลางและ Corolis

$g(q)$  คือ เมตริกซ์แรงบิดจากความโน้มถ่วง

สมการพลวัตของแขนกลแบบ 3 แกนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

ในการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบ 3 แกน ต้องหาค่า  $\ddot{q}_1$ ,  $\ddot{q}_2$  และ  $\ddot{q}_3$  จากการแก้สมการทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีอินเวอร์สเมตริกซ์  $H$  เพื่อแก้สมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}^{-1} \left[ - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \right] \quad (3.7)$$

หรือเขียนเป็น

$$\begin{aligned}\ddot{q}_1 &= \text{inv}H_{11} \{-C_{11}\dot{q}_1 - C_{12}\dot{q}_2 - C_{13}\dot{q}_3 + \tau_1\} + \text{inv}H_{12} \{-C_{21}\dot{q}_1 - C_{22}\dot{q}_2 - C_{23}\dot{q}_3 + \tau_2\} \\ &\quad + \text{inv}H_{13} \{-C_{31}\dot{q}_1 - C_{32}\dot{q}_2 - C_{33}\dot{q}_3 + \tau_3\} \\ \ddot{q}_2 &= \text{inv}H_{21} \{-C_{11}\dot{q}_1 - C_{12}\dot{q}_2 - C_{13}\dot{q}_3 + \tau_1\} + \text{inv}H_{22} \{-C_{21}\dot{q}_1 - C_{22}\dot{q}_2 - C_{23}\dot{q}_3 + \tau_2\} \\ &\quad + \text{inv}H_{23} \{-C_{31}\dot{q}_1 - C_{32}\dot{q}_2 - C_{33}\dot{q}_3 + \tau_3\} \\ \ddot{q}_3 &= \text{inv}H_{31} \{-C_{11}\dot{q}_1 - C_{12}\dot{q}_2 - C_{13}\dot{q}_3 + \tau_1\} + \text{inv}H_{32} \{-C_{21}\dot{q}_1 - C_{22}\dot{q}_2 - C_{23}\dot{q}_3 + \tau_2\} \\ &\quad + \text{inv}H_{33} \{-C_{31}\dot{q}_1 - C_{32}\dot{q}_2 - C_{33}\dot{q}_3 + \tau_3\}\end{aligned}$$

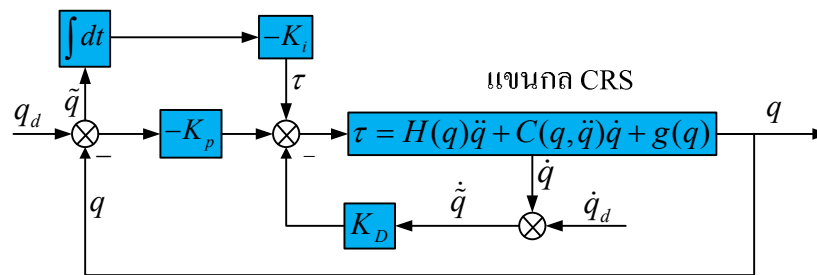
เพื่อจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบ 3 แกนตามเส้นทางและความเร็วที่กำหนด ด้วยระบบควบคุมแบบ PID แรงบิดของแต่ละข้อต่อ  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  และ  $\tau_3$  สามารถคำนวณได้จากกฎการควบคุม (Control Law)

$$\tau = -K_p \tilde{q} - K_D \dot{\tilde{q}} - K_I \int \tilde{q} dt \quad (3.8)$$

จาก Control Law เขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์พีชคณิต (Matrix Algebra) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = -[K_p] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \tilde{q}_3 \end{bmatrix} - [K_D] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_2 \\ \dot{\tilde{q}}_3 \end{bmatrix} - [K_I] \cdot \begin{bmatrix} \int \tilde{q}_1 dt \\ \int \tilde{q}_2 dt \\ \int \tilde{q}_3 dt \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

โดยที่  $\tilde{q}_1 = q_1 - q_{d1}$ ,  $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{d2}$  และ  $\tilde{q}_3 = q_3 - q_{d3}$  ซึ่งเป็นค่าความผิดพลาดในการเคลื่อนที่ (Tracking Errors)



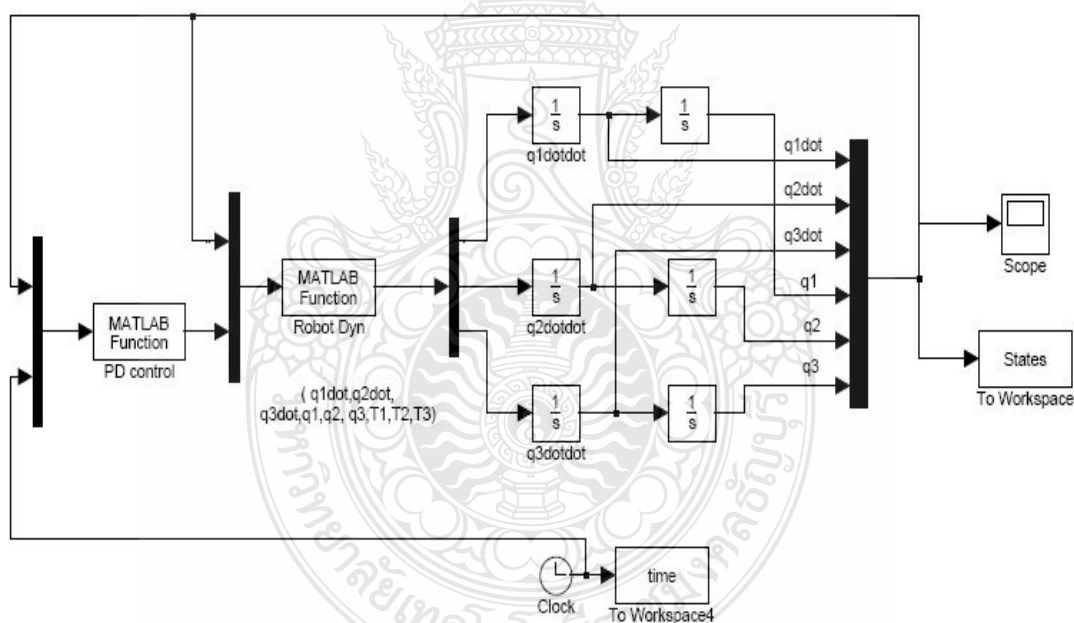
ภาพที่ 3.4 การทำงานของระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control)

จากแผนผังการทำงานของระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีไอดี จะเป็นแบบป้อนกลับ เพื่อทำการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาด (Error) ที่เกิดขึ้น ระหว่างค่าอ้างอิง (Reference) กับค่าที่ป้อนกลับ (Feedback) ตัวควบคุมจะทำการคำนวณพลังงานที่ป้อนให้กับระบบ ลดความผิดพลาดที่ได้รับมาในระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีไอดี โดยตัวควบคุมทำหน้าที่ ให้ค่าพลวัตของระบบให้มีการตอบสนองและเลือกพลังงานให้เหมาะสมกับค่าที่ผิดพลาดที่เกิดขึ้นสู่ศูนย์ เป็นการหยุดการเกิดค่าพุ่งเกิน ในการควบคุมแบบพีไอดีจะใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วนร่วมกับตัวควบคุมแบบอินทิกรัลและร่วมกับตัวควบคุมแบบดิฟเฟอเรนเชียล ตามที่แสดงในสมการที่ 3.8 ตัวควบคุมแบบสัดส่วน (Proportional Control) ทำงานที่สัญญาณผิดพลาดเล็กน้อย เพื่อไปขับตัวขยายกำลัง แต่ถ้าต้องการลดสัญญาณผิดพลาดและการทำงานให้เกิดความแม่นยำ จะต้องใช้ร่วมกับตัวควบคุมแบบอินทิกรัล (Integral Control) โดยส่วนของอินทิกรัลจะรวมสัญญาณผิดพลาดแล้วทำการเพิ่มเอาต์พุต เพื่อให้ค่าความผิดพลาดเป็นศูนย์ ส่งผลให้การตอบสนองของระบบเป็นไปอย่างรวดเร็ว และเมื่อเพิ่มตัวควบคุมแบบดิฟเฟอเรนเชียล (Derivative Control) ซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบป้อนกลับล่วงหน้า ใช้หน่วงระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตให้ลดลง เพื่อลดสัญญาณรบกวนของระบบ เช่นสัญญาณรบกวนทางไฟฟ้า เมื่อนำสมการที่ 3.9 ซึ่งเป็นระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดี (PID Control) ของแขนกลแบบ 3 แกน แทนลงในสมการที่ 3.7 ซึ่งเป็นพลวัตแบบจำลองของแขนกล เพื่อจะทำการจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดีโดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink โดยที่เมตริกซ์  $H(q)$   $C(q, \dot{q})$  และ  $G$  ได้จากพลวัตของแขนกล CSR รุ่น A255

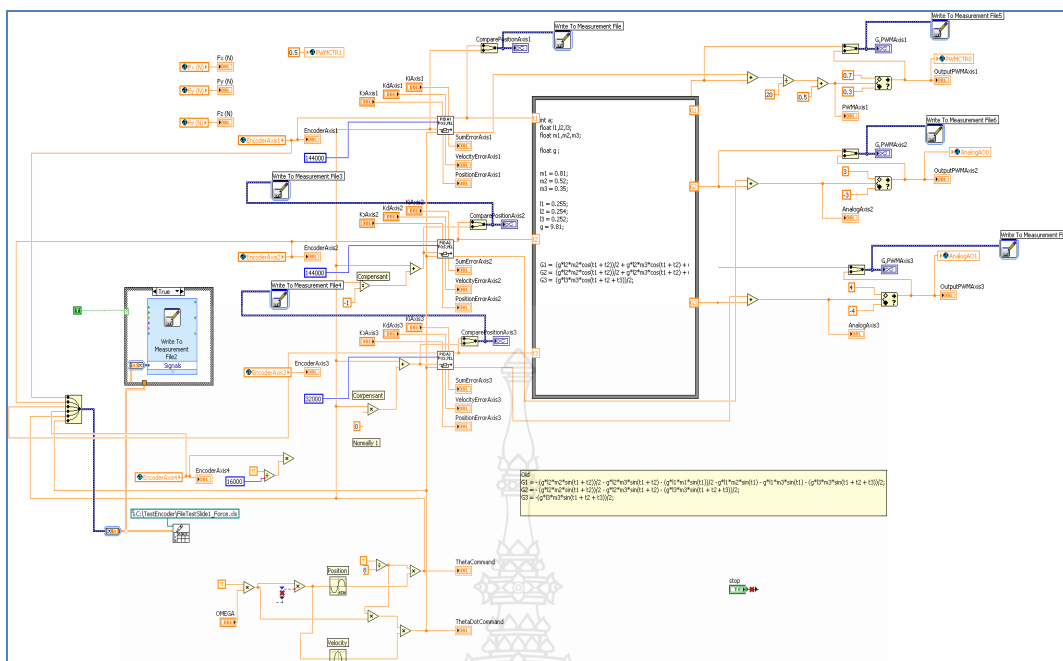
ตารางที่ 3.3 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมแบบพีไอดี

ลิงค์ที่	ความยาว (m)	มวล (Kg)	โมเมนต์ความเฉื่อย (Kg - m <sup>2</sup> )	$K_d$	$K_p$	$K_i$
ลิงค์ 1	0.254	1.10	0.644	-15	-20	20
ลิงค์ 2	0.254	0.75	0.503	-35	-17	40
ลิงค์ 3	0.254	0.15	0.129	-0.4	-0.45	0.3

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในตารางที่ 3.2 จะได้ค่า  $H_{11}, H_{12}, H_{13}, H_{21}, H_{22}, H_{23}, H_{31}, H_{32}, H_{33}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{21}, C_{22}, C_{23}, C_{31}, C_{32}, C_{33}$  เพื่อนำไปแทนค่าลงในสมการพลวัตของหุ่นยนต์ แล้วใช้โปรแกรม Matlab/Simulink ดังภาพที่ 3.5 และแผนภาพการควบคุมด้วย PID Control ด้วยโปรแกรม LabVIEW ดังภาพที่ 3.6 ดังนี้ตามลำดับ



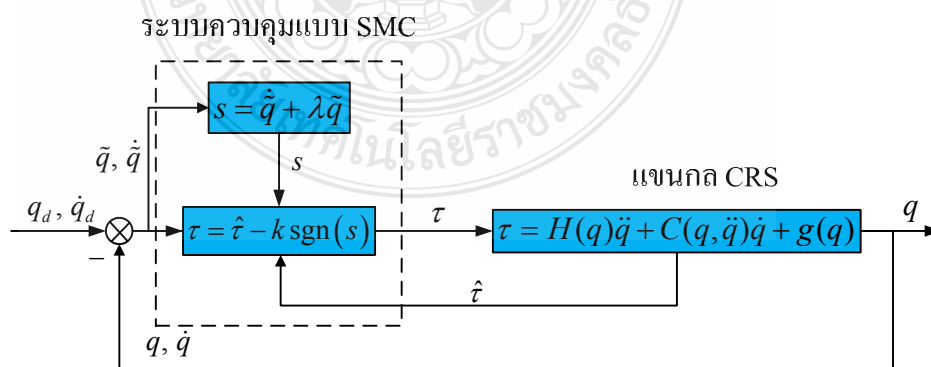
ภาพที่ 3.5 แบบจำลองการควบคุมด้วย PD Control ของแขนกลแบบ 3 แกน โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink



ภาพที่ 3.6 การควบคุมด้วย PID Control ของแขนกล 3 แกนด้วยโปรแกรม LabVIEW

### 3.5 วิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control)

การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์โดยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) จะใช้แบบจำลองทางพลวัตตามสมการที่ 3.7 และค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในแบบจำลองในตารางที่ 3.4 และในการทดลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบ 3 แกนตามเส้นทางที่กำหนด



ภาพที่ 3.7 การทำงานของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control)

ส่วนพารามิเตอร์ของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) แรงบิดของแต่ละข้อต่อ  $\tau_1, \tau_2$  และ  $\tau_3$  สามารถคำนวณได้จากกฎการควบคุม (Control Law) ดังนี้

$$\tau = \hat{\tau} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (3.10)$$

เมื่อ

$$\hat{\tau} = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{g}$$

ดังนั้น ทำการเขียนรูปสมการกฎการควบคุม (Control Law) ใหม่ได้ดังนี้

$$\tau = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{g} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (3.11)$$

จากสมการที่ 3.11 ทำให้อยู่ในรูปเมตริกซ์พีชคณิต (Matrix Algebra) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{11} & \hat{H}_{12} & \hat{H}_{13} \\ \hat{H}_{21} & \hat{H}_{22} & \hat{H}_{23} \\ \hat{H}_{31} & \hat{H}_{32} & \hat{H}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r1} \\ \ddot{q}_{r2} \\ \ddot{q}_{r3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{C}_{11} & \hat{C}_{12} & \hat{C}_{13} \\ \hat{C}_{21} & \hat{C}_{22} & \hat{C}_{23} \\ \hat{C}_{31} & \hat{C}_{32} & \hat{C}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{r1} \\ \dot{q}_{r2} \\ \dot{q}_{r3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{G}_1 \\ \hat{G}_2 \\ \hat{G}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \operatorname{sgn}(s_1) \\ k_2 \operatorname{sgn}(s_2) \\ k_3 \operatorname{sgn}(s_3) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

โดยที่

$$\hat{H}_{ii}, \hat{C}_{ii}, \hat{G}_i = H_{ii}, C_{ii}, G_i$$

$$\dot{q}_{ri} = \dot{q}_{di} - \Delta(q_i - q_{di}) \text{ และ } \ddot{q}_{ri} = \ddot{q}_{di} - \Delta(\dot{q}_i - \dot{q}_{di})$$

$$s_i = (\dot{q}_i - \dot{q}_{di}) + (\lambda(q_i - q_{di})/\phi_i)$$

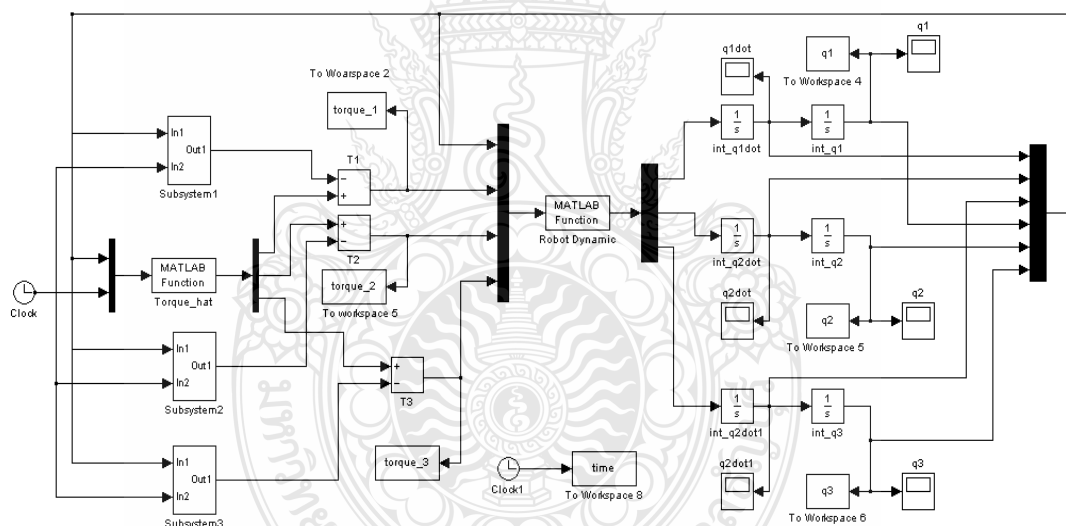
นำสมการที่ 3.12 ของระบบควบคุมแบบ สไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) แทนลงในสมการที่ 3.7 สมการพลวัตแบบจำลองของแขนกล เพื่อจะทำกรจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink โดยที่เมตริกซ์  $H(q)$   $C(q, \dot{q})$  และ  $G$  ได้จากพลวัตของแขนกล โดยที่คุณสมบัติต่างๆ ของแขนกล CRS แบบ 3 ได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.3



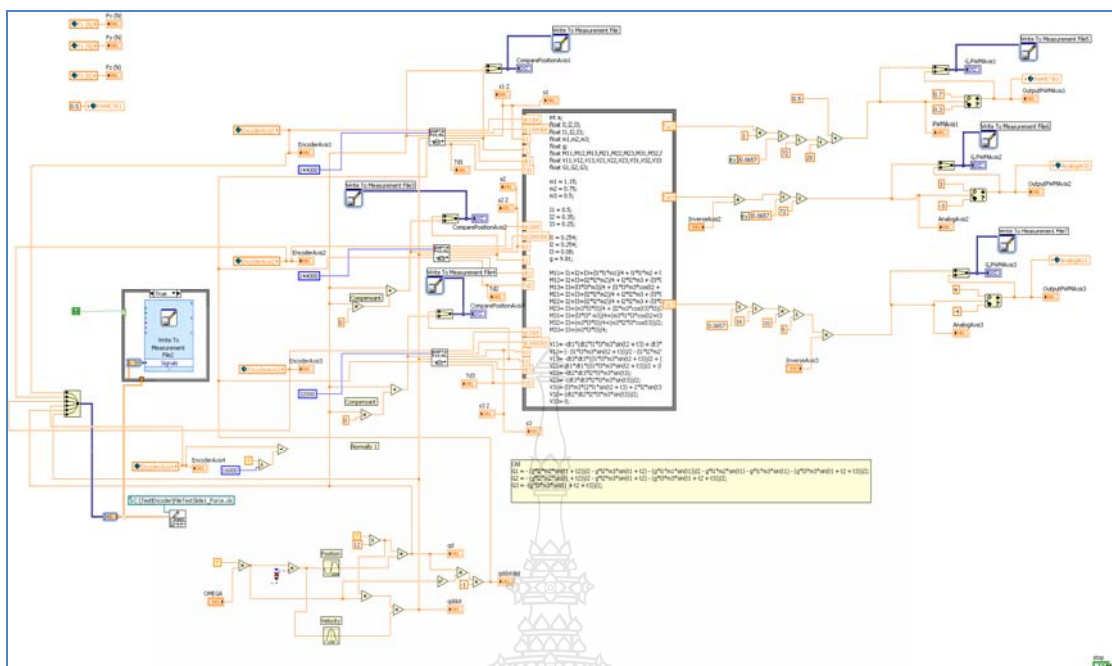
ตารางที่ 3.4 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด

พารามิเตอร์	แกนที่ 1	แกนที่ 2	แกนที่ 3
$\lambda$	45	45	35
$\Delta$	200	220	230
$\phi$	5.5	3.2	2.5
K-Gain	7.0	6.0	1.4
Saturation Limit	$\pm 1$	$\pm 1.2$	$\pm 1$

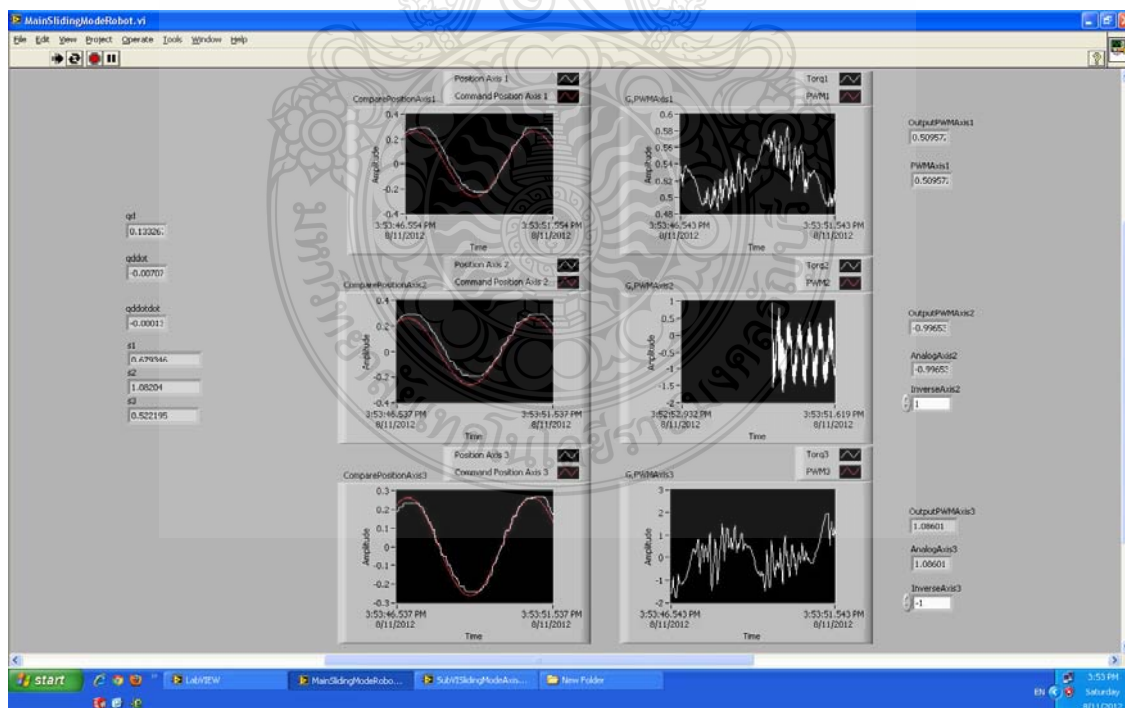
จากสมการข้างต้นนำมาสร้างแบบจำลองสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink ได้ดังภาพที่ 3.8 และแผนภาพการควบคุมแขนกลแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ด้วยโปรแกรม LabVIEW ดังภาพที่ 3.9 ดังนี้



ภาพที่ 3.8 การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ของแขนกล 3 แกนด้วยโปรแกรม Matlab/Simulink



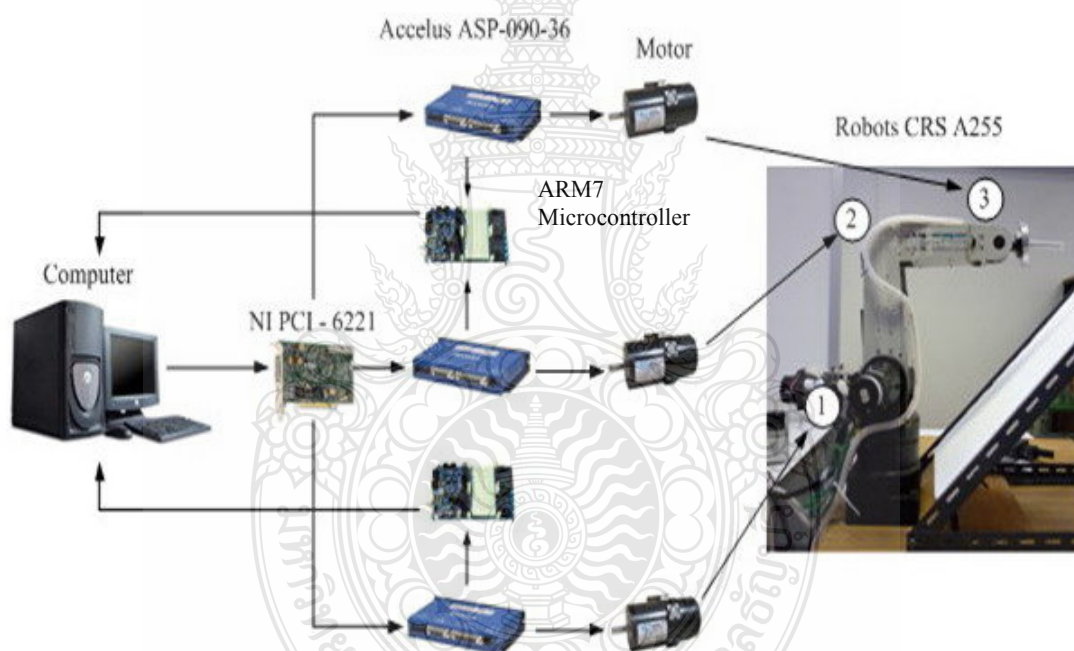
ภาพที่ 3.9 การควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ของแกนกล 3 แกนด้วยโปรแกรม LabVIEW



ภาพที่ 3.10 การออกแบบหน้าจอแสดงผลการทดลองโดยใช้โปรแกรม LabView

### 3.6 การออกแบบอุปกรณ์ควบคุมแขนกล

ในการออกแบบอุปกรณ์ควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ไปยังพิกัดตามที่กำหนด แขนหุ่นยนต์จะทำงานโดยรับข้อมูลคำสั่งที่เราได้ทำการเขียน โปรแกรมในคอมพิวเตอร์ให้กับ Data Acquisition card รุ่น PCI/PXI-6221 ของ National Instruments จากนั้นการ์ดจะสั่งงานให้ไดร์ควบคุมมอเตอร์ยี่ห้อ Accelus Panel เพื่อควบคุมดีซีเซอร์โวมอเตอร์ของ Sanyo Denki ไปยังตำแหน่งที่เราได้ทำการเขียน โปรแกรมเอาไว้ โดยมีเอนโค้ดเดอร์ทำหน้าที่ในการส่งสัญญาณพัลส์เพื่อบอกตำแหน่งของมอเตอร์และจะส่งค่าป้อนกลับให้กับไดร์ควบคุมมอเตอร์เพื่อตรวจสอบตำแหน่งที่มอเตอร์หมุนไปได้ การส่งข้อมูลจะส่งผ่านช่องทางข้อมูลอนุกรมเข้าสู่ไมโครคอนโทรลเลอร์ ARM 7 แล้วส่งเป็นสัญญาณป้อนกลับเข้าไปในคอมพิวเตอร์เพื่อประมวลผลต่อไป



ภาพที่ 3.11 โครงสร้างการทำงานของอุปกรณ์ควบคุมแขนกล

## บทที่ 4

### ผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการจำลองและทดลองระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบ 3 แกน ระหว่างระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดี (PID Control) และระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้ง 2 แบบ ทั้งในด้านความผิดพลาดในการเคลื่อนที่และขนาดของแรงบิดที่คำนวณจากระบบควบคุม

#### 4.1 ผลการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วยระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

ในการวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบและสร้างโปรแกรมโดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink เพื่อทำการจำลองสร้างระบบสำหรับใช้ในการทดลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์แบบ 3 แกน โดยกำหนดให้เส้นทางการเคลื่อนที่เป็นฟังก์ชันคลื่นไซน์ (Sine Wave) ที่มีขนาด  $\frac{\pi}{8}$  เรเดียน และความถี่ 0.005 rad/sec งานวิจัยจะใช้ค่าตัวแปรต่างๆ ของแขนกล CRS รุ่น A255 ตลอดถึงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์แบบพีไอดี (PD Control) และที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ซึ่งอยู่ในตารางที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ เพื่อใช้ในการทดสอบ

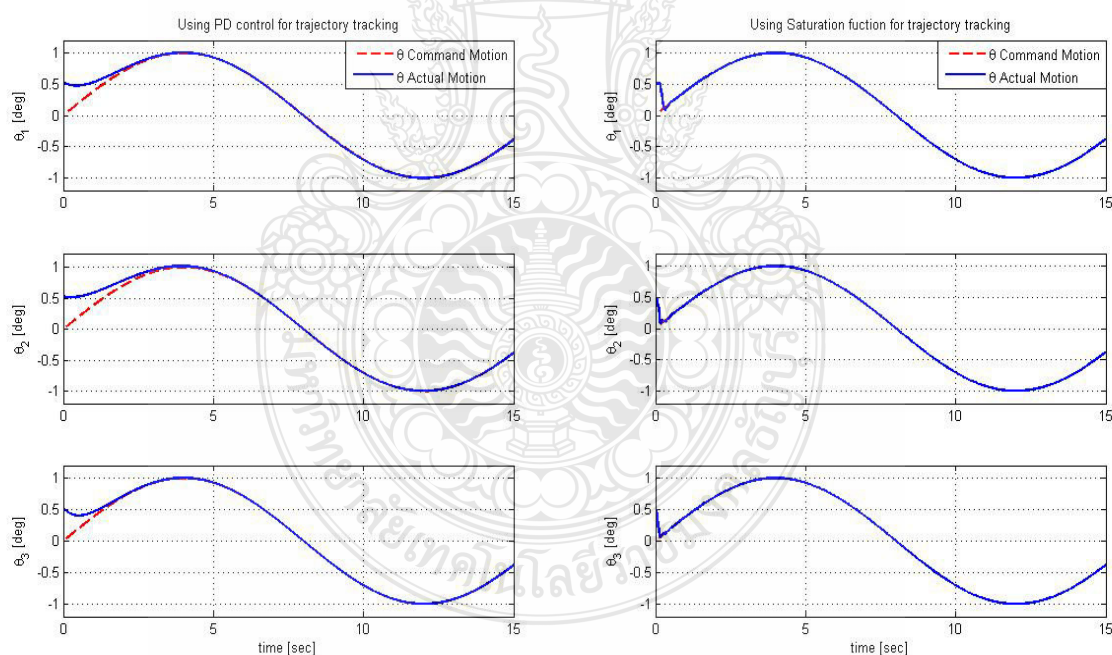
ตารางที่ 4.1 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกล CRS แบบ 3 แกนและระบบควบคุมแบบพีไอดี

ลิงค์ที่	ความยาว (L) (m)	มวล (Kg.)	โมเมนต์ความเฉื่อย (I) (Kg - m <sup>2</sup> )	$K_d$	$K_p$
1	0.254	1.10	0.644	350	423
2	0.254	0.75	0.503	228	210
3	0.254	0.15	0.129	80	110

ตารางที่ 4.2 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแขนกล CRS แบบ 3 แกนระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด

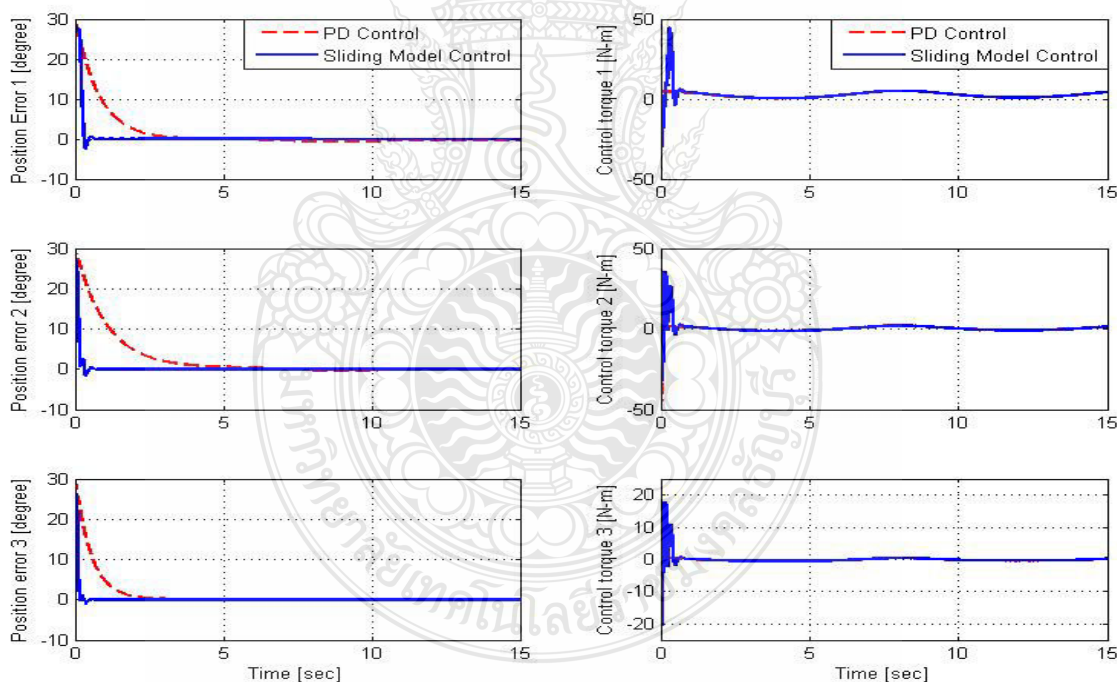
พารามิเตอร์	แกนที่ 1	แกนที่ 2	แกนที่ 3
$\lambda$	50	50	45
$\Delta$	13	12	5
$\phi$	3.5	2.5	1.5
K-Gain	39	23	15
Saturation Limit	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 1$

ผลของการจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดด้วยระบบการควบคุมแบบพีดี (PD Control) และระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ที่ใช้กับขอบเขตควบคุม (Boundary Layer) โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อของแขนหุ่นยนต์แกนที่ 1 2 และ 3 ซึ่งผลการจำลองการเคลื่อนที่ได้แสดงในกราฟภาพที่ 4.1



ภาพที่ 4.1 การเปรียบเทียบการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลแกนที่ 1 2 และ 3 ระหว่างด้วยระบบควบคุมแบบพีดี (ซ้าย) และแบบสไลด์ดิ่งโหมด (ขวา)

จากภาพที่ 4.1 ประกอบไปด้วยกราฟ 2 ชุด คือ กราฟในหลักด้านซ้ายจะแสดงค่าการเคลื่อนที่ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมพีดี (PD Control) และกราฟในหลักด้านขวาจะแสดงค่าการเคลื่อนที่ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) นอกจากนั้นได้แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ตามที่กำหนดแบบฟังก์ชันไซน์  $\frac{\pi}{8} \sin(\omega t)$  ซึ่งแสดงด้วยเส้นประสีแดง ในภาพกราฟทั้งสองข้าง จากผลจะได้รับการเคลื่อนที่ของแบบจำลองที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมทั้งสองแบบสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่ได้กำหนดได้ราบเรียบ แต่การควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด ทั้งสามแกน สามารถเคลื่อนที่เข้าหาเส้นทางที่กำหนดแบบคลื่นไซน์ (Sine Wave) ได้ภายในเวลาน้อยกว่า 0.5 วินาทีซึ่งรวดเร็วกว่าการควบคุมแบบพีดี (PD Control) ที่ใช้เวลาในการลู่เข้าหาเส้นทางที่กำหนดภายใน 4 วินาที จึงแสดงให้เห็นได้ว่าระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) มีผลตอบสนองในการเคลื่อนที่เข้าหาพิกัดที่กำหนดได้รวดเร็วมาก และสามารถรักษาเส้นทางการเคลื่อนที่ให้อยู่ในพิกัดเป็นอย่างดี



**ภาพที่ 4.2** การเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ (ซ้าย) และแรงบิดของมอเตอร์ (ขวา) โดยจำลองการควบคุม ระหว่างระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

เมื่อพิจารณากราฟในภาพที่ 4.2 ภาพกราฟด้านซ้ายแสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ ( $\tilde{q}$ ) ระบบการควบคุมพีดี แสดงในภาพด้วยเส้นประสีแดง จะดูเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่ หรือเข้าหาพิกัดศูนย์ ได้ช้ากว่าการควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมด แสดงในภาพด้วยเส้นทึบสีน้ำเงิน และการควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมดมีค่าความผิดพลาดน้อยกว่าระบบการควบคุมแบบพีดี ทั้ง 3 แกน

ส่วนกราฟภาพขวา ในภาพที่ 4.2 เป็นแรงบิดสำหรับควบคุมมอเตอร์ ซึ่งจะพบว่าระบบการควบคุมแบบพีดี ที่แสดงในรูปเส้นประสีแดง ไม่เกิดปรากฏการณ์สั่น (Chattering) ของสัญญาณเอาต์พุตของระบบควบคุม ซึ่งเป็นผลดีทำให้แขนกลนั้นไม่เกิดอาการสั่นในขณะที่การเคลื่อนที่ ส่วนระบบควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมด จะเกิดการแกว่งอย่างรวดเร็วของสัญญาณอินพุตในช่วงต้นเล็กน้อย

#### 4.2 ผลการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วยระบบพีดี (PD Control) และแบบสไลด์ดิงโหมด (Sliding Mode Control) โดยการเปลี่ยนมวลของแต่ละแกน

พฤติกรรมของการเกิดสไลด์ดิงโหมดในระหว่างการควบคุมนี้จะทำให้ระบบควบคุมได้ไวต่อการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการและสิ่งรบกวนภายนอกในขณะที่เกิดสไลด์ดิงโหมด ซึ่งการจำลองนี้ส่วนนี้เป็นการทำงานทดสอบทำการเปลี่ยนแปลงมวลของแขนกลแต่ละแกนเพื่อเป็นการทดสอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมดและแบบพีดีในกรณีที่ระบบอาจมีการเปลี่ยนแปลงของโหลดในการทำงาน โดยทำการลดและเพิ่มน้ำหนักของแต่ละแกนลงครั้งละ 10% ของค่ามวลในแต่ละแกนจากตารางที่ 4.1 มวลที่เปลี่ยนแปลงนี้ได้แสดงในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบเปลี่ยนมวลของแขนกลในแต่ละแกน โดยการลด-เพิ่มมวลครั้งละ 10%

ลิงค์ที่	มวล (Kg)								
	$-m_4$	$-m_3$	$-m_2$	$-m_1$	$m$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$
1	0.66	0.77	0.88	0.99	1.10	1.21	1.32	1.43	1.54
2	0.45	0.525	0.60	0.675	0.75	0.825	0.90	0.975	1.05
3	0.09	0.105	0.12	0.135	0.15	0.165	0.180	0.195	0.210

ใช้มวลจากตารางที่ 4.3 ทำการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนของแต่ละแกนเพื่อใช้ในการทดลองหาค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ ( $\tilde{q}$ ) ของแขนกลเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลแต่ละ



แกน และทำการเปรียบเทียบระหว่างระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีดี (PD Control) และระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

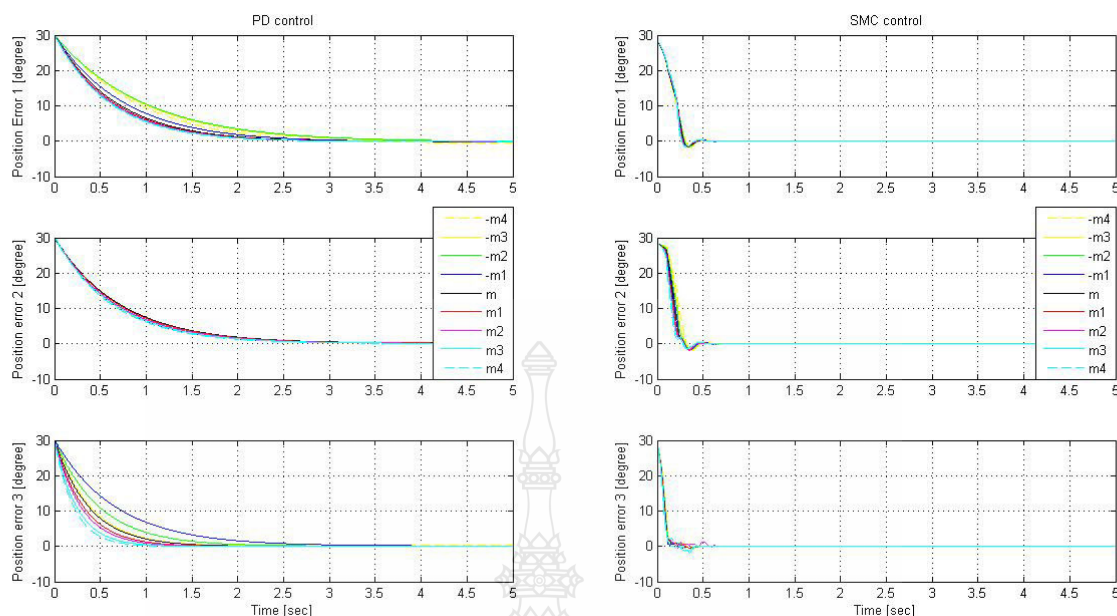
**ตารางที่ 4.4** ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนของแขนกลแต่ละแกนเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวล

ลิงค์ที่	โมเมนต์ความเฉื่อย ( $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ )								
	$-I_4$	$-I_3$	$-I_2$	$-I_1$	$I$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
1	0.386	0.456	0.515	0.579	0.644	0.708	0.772	0.837	0.901
2	0.302	0.352	0.402	0.452	0.503	0.553	0.603	0.653	0.704
3	0.077	0.090	0.103	0.116	0.129	0.142	0.154	0.167	0.180

ผลของการทดลองเปลี่ยนค่ามวลแขนกลแต่ละแกน เพื่อหาค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ ( $\hat{q}$ ) ของแขนกล และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบแบบพีดี (PD Control) และระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ตามภาพที่ 4.3 โดยด้านซ้ายจะแสดงเส้นกราฟค่าความผิดพลาดของระบบควบคุมแขนกลแบบพีดีและด้านขวาแสดงเส้นกราฟค่าความผิดพลาดของระบบควบคุมแขนกลแบบสไลด์ดิ้งโหมด

เมื่อพิจารณาแกนที่ 1 พบว่าระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดมีค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ (Position Error) ที่ดีกว่าระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีดี โดยพบว่าเส้นกราฟของระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดแทบจะทับเป็นเส้นเดียวกัน และเคลื่อนที่เป็นเส้นทางเดียวกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมคนั้นจะไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงของมวลหรือโหลดในระบบ ส่วนระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีดี เมื่อมีการเพิ่มค่ามวลแขนกลมากขึ้น เส้นกราฟจะมีการแยกกลุ่ม แต่จะดูเข้าหาหาค่าศูนย์ได้ดีขึ้นและมีค่าที่ทับกันตั้งแต่ ค่า m ถึง m4 ในส่วนของแกนที่ 2 พบว่าระบบควบคุมการเคลื่อนที่ทั้งสองระบบใกล้เคียงกัน



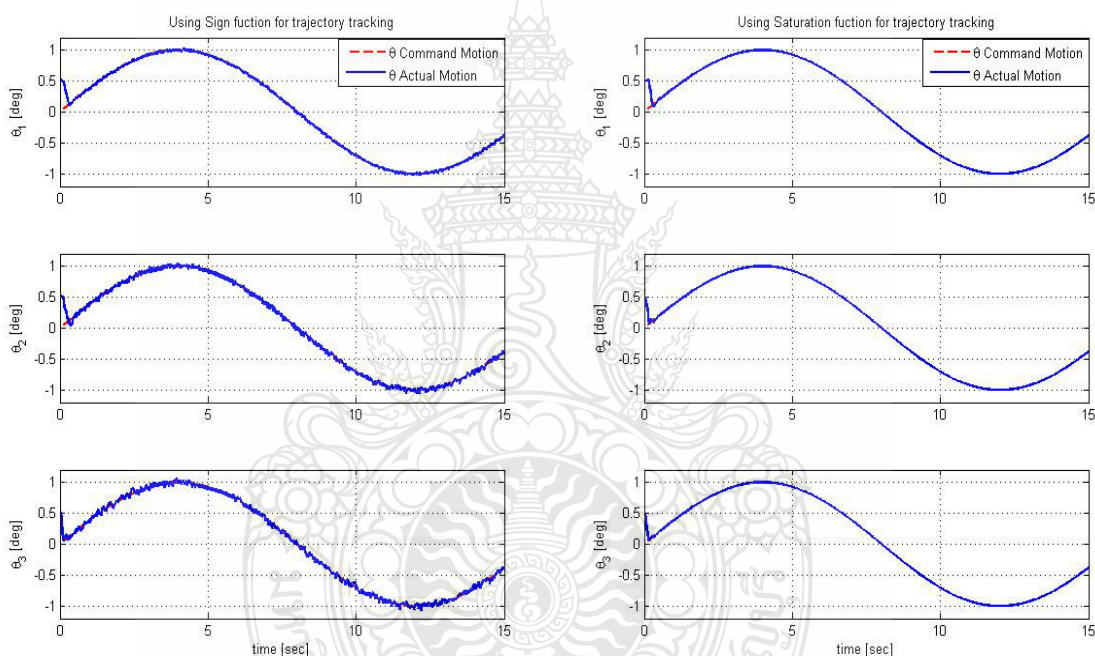


ภาพที่ 4.3 การเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งของการเคลื่อนที่เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงน้ำหนัก โดยจำลองการควบคุม ระหว่างระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) (ซ้าย) และระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) (ขวา)

ในแกนที่ 3 พบว่าค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ (Position Error) หลังจากมีการเปลี่ยนแปลงค่ามวลของแขนกลในแต่ละแกน โดยที่ระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ที่แขนกลแบบสไลด์ดิ้งโหมด เกิดการเปลี่ยนแปลงน้อยกว่า เส้นกราฟแทบจะเป็นเส้นเดียวกัน และสามารถลู่เข้าหาพิคัดศูนย์ได้เร็วกว่าแต่จะมีการกวัดแกว่งของความผิดพลาดที่รวดเร็ว และเมื่อพิจารณาระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีดี (PD Control) ในแกนที่ 3 พบว่าเส้นกราฟจะไม่แน่นอน เริ่มจากค่า  $-m_4$  จะอยู่ตรงกลางของกลุ่ม และเมื่อมีการจำลองเพิ่มมวลมากขึ้น ค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ ก็มีการเพิ่มขึ้นตาม มากสุดที่ค่า  $-m_1$  หลังจากนั้นค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่จะเริ่มลดลง แต่สามารถสรุปได้ว่าระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) มีความแม่นยำกว่าและมีประสิทธิภาพดีกว่าระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีดี (PD Control) แม้มีการเปลี่ยนแปลงค่าของมวลหรือโหลดของแขนกล

### 4.3 ผลการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) เมื่อใช้ฟังก์ชัน Sign และฟังก์ชัน Saturation

ระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ที่ใช้ฟังก์ชัน Sign นั้นมักจะเกิดการสั่นระหว่างสัญญาณควบคุม ดังนั้นเพื่อลดการสั่นของสัญญาณควบคุมจึงได้ใช้ฟังก์ชัน Saturation เพื่อเพิ่มขอบเขตของช่วงการแกว่งของสัญญาณควบคุมแทนฟังก์ชัน Sign โดยภาพที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบการจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด โดยระบบที่ใช้ฟังก์ชัน Sign จะอยู่ในหลักด้านซ้าย และระบบที่ใช้ฟังก์ชัน Saturation ในหลักด้านขวา

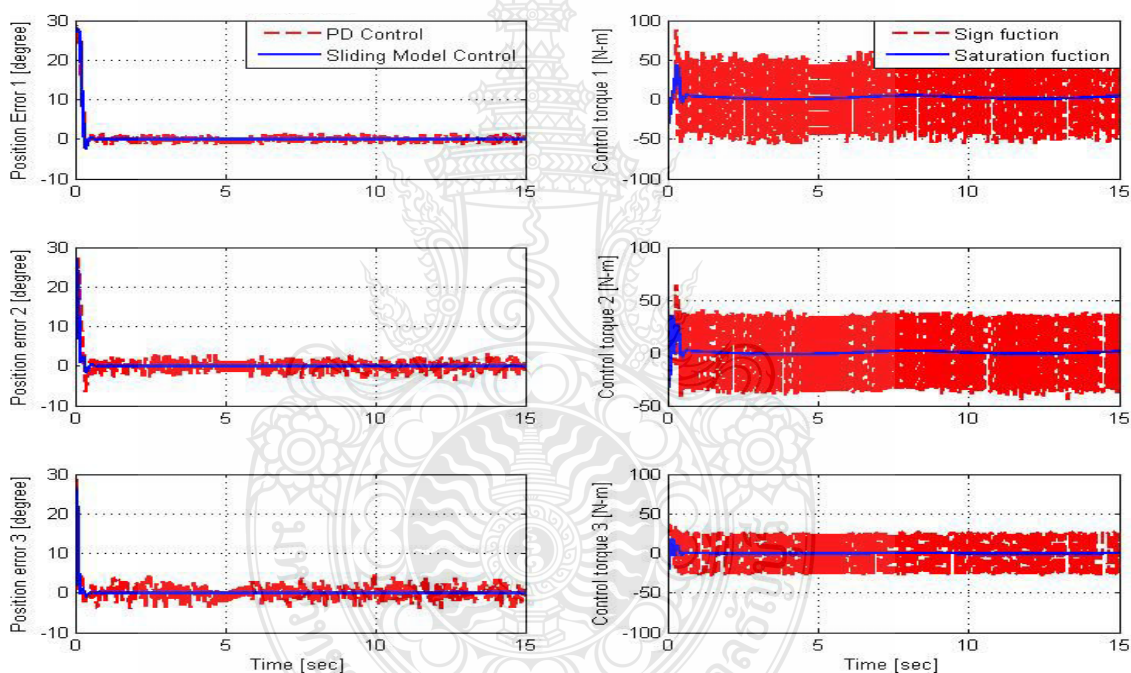


ภาพที่ 4.4 การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของแขนกลแกนที่ 1 2 และ 3 การควบคุมสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) โดยใช้ฟังก์ชัน Sign (ซ้าย) และใช้ฟังก์ชัน Saturation (ขวา)

จากภาพที่ 4.4 ผลของการจำลองการควบคุมของแขนหุ่นยนต์ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดจะไม่แตกต่างกันเท่าใด พบว่าระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน Sign และที่ใช้ฟังก์ชัน Saturation จะสามารถลู่เข้าหาเส้นทางเคลื่อนที่ได้เร็วเท่าๆกัน เมื่อพิจารณาความสามารถของเคลื่อนที่ตามเส้นทางเคลื่อนที่หรือตามคลื่นไซน์ (Sine Wave) ซึ่งแสดงด้วยเส้นประสีแดง แต่เมื่อพิจารณาถึงความราบเรียบของการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด ซึ่งพบว่าระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน

Saturation มีความราบเรียบดีกว่าและไม่พบการเกิดปรากฏการณ์สั่น (Chattering) ของสัญญาณอินพุต ส่วนระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน Sign จะพบการสั่นขึ้น-ลงของสัญญาณอินพุตอย่างต่อเนื่องในทุกแกน

ตามภาพที่ 4.5 หลักทางด้านซ้ายเป็นการเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ ( $\tilde{q}$ ) ของระบบควบคุมทั้งสอง โดยให้ระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน Sign เป็นเส้นประสีแดง และระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน Saturation เป็นเส้นทึบสีน้ำเงิน จากการเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ พบว่าระบบควบคุมทั้งสอง สามารถลู่เข้าหาพิคคูนันต์ได้รวดเร็วใกล้เคียงกัน แต่ระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน Saturation จะเคลื่อนที่ได้ราบเรียบดีกว่าระบบการควบคุมที่ใช้ฟังก์ชัน Sign ซึ่งจะเกิดการแกว่งตัวขึ้น-ลงตลอดเวลา



ภาพที่ 4.5 การเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของตำแหน่งการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด (ซ้าย) และแรงบิดของมอเตอร์ (ขวา) โดยจำลองการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด (Sliding Mode Control) เมื่อใช้ฟังก์ชัน Sign และใช้ฟังก์ชัน Saturation

ภาพที่ 4.5 หลักทางด้านขวาเป็นการเปรียบเทียบค่าอินพุตแรงบิดสำหรับมอเตอร์ ระหว่างระบบควบคุมแบบสไลด์คิงโหมด ที่ใช้ฟังก์ชัน Sign และใช้ฟังก์ชัน Saturation ซึ่งค่าอินพุตแรงบิดสำหรับมอเตอร์ที่ใช้ฟังก์ชัน Sign จะแสดงค่าแรงบิดที่แกว่งกลับไปกลับมาอย่างรวดเร็วระหว่าง -50

ถึง 50 N-m ในข้อต่อที่ 1 และระหว่าง-45 ถึง 45 N-m ในข้อต่อที่ 2 และ -25 ถึง 25 N-m ในข้อต่อที่ 3 หรือเกิดปรากฏการณ์สั่น (Chattering) ส่งผลให้ปลายแขนหุ่นยนต์แต่ละแกนเกิดการสั่นตัว ทำให้เกิดความไม่แม่นยำของการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด และยังส่งผลต่อการใช้พลังงานที่ป้อนให้กับมอเตอร์มากขึ้นด้วย ส่วนอินพุตแรงบิดที่ได้จากระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดที่ใช้ฟังก์ชัน Saturation จะมีความราบเรียบคล้ายกับระบบควบคุมแบบพีดีด้วย

#### 4.4 การเปรียบเทียบผลการทดสอบการเคลื่อนที่ของแขนกลระหว่างระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) และแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ในแกนที่ 1 2 และ 3

การทดลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดนี้ เป็นการใช้ระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดี (PID Control) และระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) โดยใช้โปรแกรม LabVIEW เป็นระบบปฏิบัติการควบคุมและประมวลผลการทดลอง



ภาพที่ 4.6 การทดลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 โดยใช้โปรแกรม LabVIEW

วัตถุประสงค์ของการทดลองนี้ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีไอดีและระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบสไลด์ดิ้งโหมดในการควบคุมให้แขนหุ่นยนต์ CRS A255 แบบ 3 แกนให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดแบบฟังก์ชันก๊อซัน โดยทดลองการระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์เป็นการควบคุมโดยใช้อินพุตแรงบิด

(Torque Control) ในการสั่งให้มอเตอร์เคลื่อนที่ การทดลองนี้ใช้การเคลื่อนที่เป็นแบบฟังก์ชันไซน์  $\frac{\pi}{8} \sin(\omega t)$  และเป็น 0.005 rad/sec. โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ ตามตารางดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 4.5** ค่าพารามิเตอร์ใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดีของแขนกลทั้ง 3 แกน

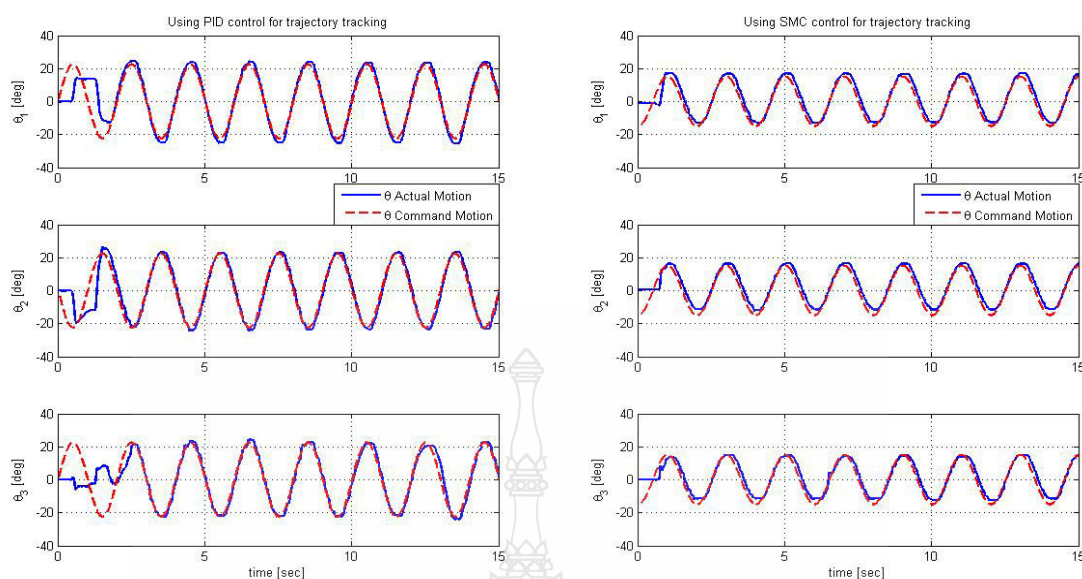
พารามิเตอร์	แกนที่ 1	แกนที่ 2	แกนที่ 3
$K_p$	-15	-20	20
$K_i$	-35	-17	40
$K_d$	-0.4	-0.45	0.3

**ตารางที่ 4.6** ค่าพารามิเตอร์ใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS รุ่น A255 ด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control)

พารามิเตอร์	แกนที่ 1	แกนที่ 2	แกนที่ 3
$\lambda$	45	45	35
$\Delta$	200	220	230
$\phi$	5.5	3.2	2.5
K-Gain	7.0	6.0	1.4
Saturation Limit	$\pm 1$	$\pm 1.2$	$\pm 1$

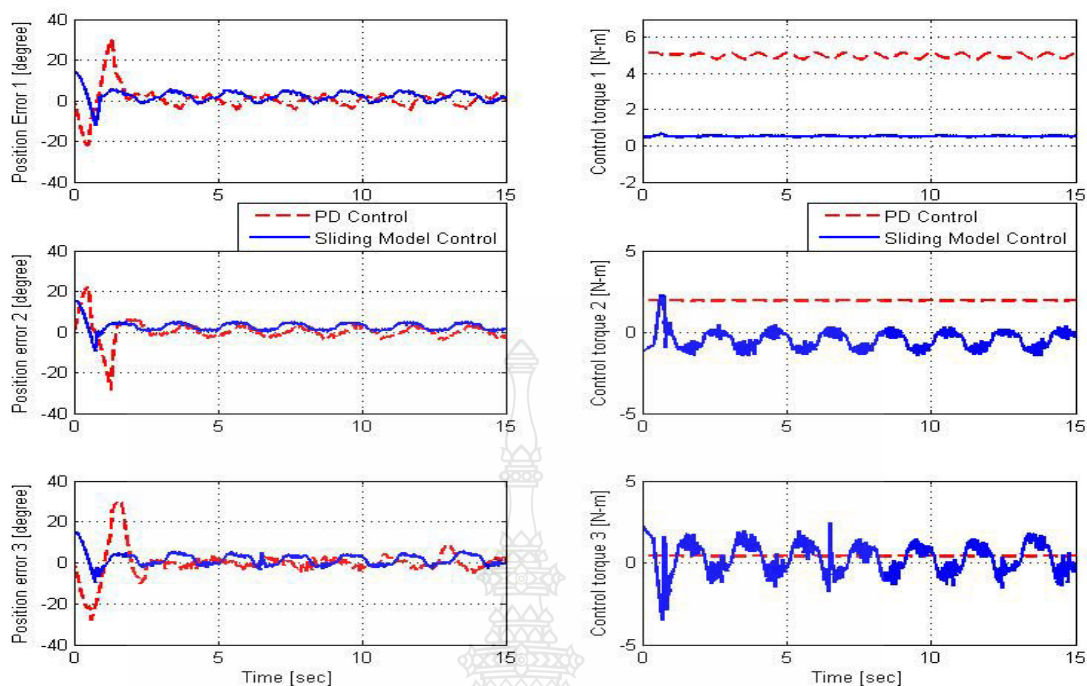
ในการทดลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ 3 แกนของแขนกล CRS รุ่น A255 โดยกำหนดให้เส้นทางการเคลื่อนที่เป็นฟังก์ชันคลื่นไซน์ (Sine Wave) ที่มีขนาด  $\frac{\pi}{8}$  เรเดียน ซึ่งผลการทดลองแสดงในภาพที่ 4.7 และ 4.8





ภาพที่ 4.7 การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS แกนที่ 1 2 และ 3 ระหว่างการใช้ระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID) (ซ้าย) กับระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) (ขวา)

จากภาพที่ 4.7 แสดงผลการทดลองเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด ระหว่างการใช้ระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) กับระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) กำหนดให้เส้นประสีแดงเป็นเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นแบบฟังก์ชันไซน์ และเส้นทึบสีน้ำเงินเป็นระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) (ซ้าย) กับระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) (ขวา) พิจารณาตามเส้นกราฟที่จุดเริ่มต้นจะเห็นได้ว่าการเคลื่อนที่ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ของกราฟในหลักด้านขวาสามารถควบคุมแขนกลแกนทั้ง 3 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้รวดเร็ว แม่นยำ และราบเรียบกว่าที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) ซึ่งแสดงในกราฟหลักด้านซ้าย และการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ่งโหมดสามารถเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่ในเวลาไม่เกิน 1 วินาทีทั้ง 3 แกน ส่วนการควบคุมแบบพีไอดีใช้เวลาในการเข้าสู่เส้นทางการเคลื่อนที่มากกว่า 2 วินาที



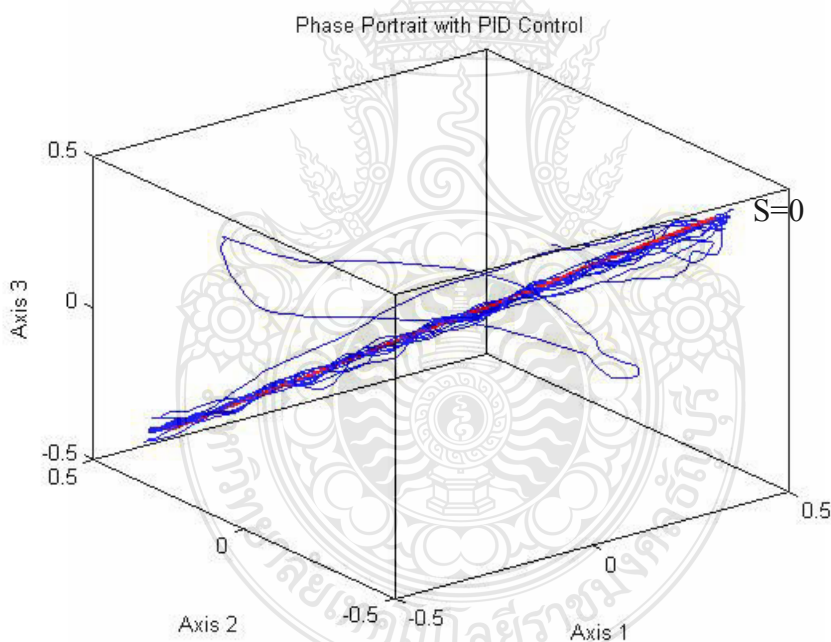
**ภาพที่ 4.8** การเปรียบเทียบความผิดพลาดของการเคลื่อนที่เข้าหาพิกัด (ซ้าย) และการแรงบิดที่กระทำในแต่ละข้อต่อของแขนกล (ขวา) ระหว่างการใช้ระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID) กับระบบควบคุมแบบสไลด์ดิง โหมด (Sliding Mode Control) ทั้ง 3 แขน

ส่วนค่าขนาดของความผิดพลาดในช่วงคงตัวแล้วในการเคลื่อนที่ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิง โหมด (Sliding Mode Control) และด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดีจะมีค่าใกล้เคียงกัน ส่วนการเคลื่อนที่ของแขนกลแกนที่ 3 ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) จะแม่นยำ และราบเรียบกว่าที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิง โหมด (Sliding Mode Control)

ส่วนกราฟของแรงบิดในแต่ละข้อต่อตามภาพที่ 4.8 ของแขนกลแกนที่ 1 2 และ 3 ที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบสไลด์ดิง โหมด (Sliding Mode Control) มีค่าแรงบิดที่น้อยกว่า แต่จะสั้นมากกว่าที่ควบคุมด้วยระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) ค่าจากกราฟเมื่อเริ่มต้นแรงบิดในทั้งสามแกนจะมีค่าสูง เมื่อเวลาผ่านไปแรงบิดก็จะลดลงและเคลื่อนที่กลับไปกลับมาเพียงเล็กน้อยเพื่อให้เคลื่อนที่เป็นเส้นตรงที่ได้กำหนด

#### 4.5 การเปรียบเทียบเสถียรภาพของระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลระหว่างระบบควบคุมแบบพีไอดี (PID Control) และแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) โดยใช้ Phase Portraits

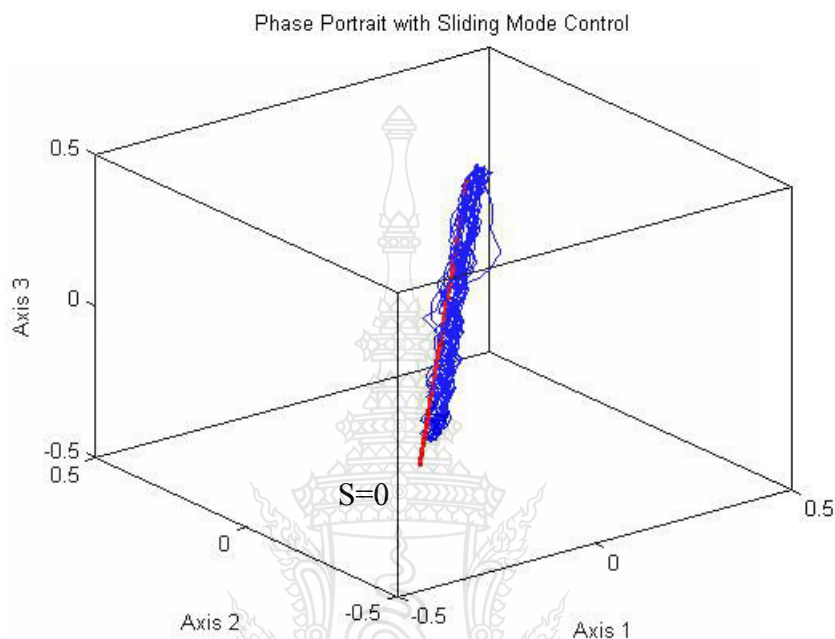
เนื่องจากระบบการควบคุมหุ่นยนต์นี้เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Systems) เราสามารถใช้ภาพเฟส (Phase Portrait) เพื่อมาใช้วิเคราะห์และยืนยันเสถียรภาพของระบบควบคุมได้อีกทางหนึ่ง ถ้าระบบควบคุมที่มีความเสถียรภาพดีนั้น เฟสสัญญาณจะเคลื่อนที่เข้าให้เส้นพิกัดและจะต้องลู่ไปตามเส้นนี้ตลอดเวลา และไม่เกิดการเบี่ยงเบนหลุดออกนอกเส้นนี้ โดยงานวิจัยนี้ได้นำเอาผลที่ได้จากการทดลองระบบควบคุมแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกน ทั้งระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีไอดี (PID Control) และระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) มาทำการวาดกราฟด้วยโปรแกรม Matlab ตามภาพที่ 4.9 และ 4.10 ตามลำดับ จากภาพให้แกนที่ 1 อยู่ในแนวแกน X แกนที่ 2 อยู่ในแนวแกน Y และแกนที่ 3 อยู่ในแนวแกน Z กำหนดเส้นสีแดงเป็นเส้นพิกัด ( $S = 0$ )



ภาพที่ 4.9 Phase Plane ของระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดี (PID) ของแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกน



จากการพิจารณาภาพที่ 4.9 ซึ่งเป็นระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีไอดี (PID) พบว่าเฟสสัญญาณที่เป็นเส้นสีน้ำเงินส่วนใหญ่จะเคลื่อนที่ลู่เข้าหาพิทัก ( $S=0$ ) แต่ก็มีส่วนหนึ่งที่เบี่ยงเบนหลุดออกจากเส้นพิทัก



ภาพที่ 4.10 Phase Plane ของระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ่งโหมด (Sliding Mode Control) ของแขนกล CRS รุ่น A255แบบ 3 แกน

เมื่อพิจารณาภาพที่ 4.10 ซึ่งเป็นระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบสไลด์ดิ่งโหมด พบว่าเฟสสัญญาณมีการลู่เข้าหาพิทัก ( $S=0$ ) และอยู่เป็นกลุ่ม มีการเบี่ยงเบนออกนอกเส้นพิทักเพียงเล็กน้อย ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับ Phase Plane ของระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งสองแบบ ระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบสไลด์ดิ่งโหมดจะมีความแม่นยำดีกว่าระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบพีไอดี โดยที่ระบบควบคุมทั้งสองมีเสถียรภาพทั้งคู่

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย การอภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการทดลอง

ระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) เป็นการควบคุมแบบไม่เชิงเส้นที่มีประสิทธิภาพสูง และสามารถใช้ในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้ดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับระบบควบคุมแบบพีดี (PD Control) ในการจำลองสมการทางพลวัตด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink ผลการทดลองที่ได้ จะเห็นว่าการเคลื่อนที่ที่ควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) นั้นจะมีค่าความผิดพลาดของตำแหน่งน้อยกว่าและแรงบิดที่ตอบสนองได้ดีกว่าผลที่ได้จากการควบคุมแบบพีดี (PD Control)

สำหรับการเปรียบเทียบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) ที่ใช้ซายน์ฟังก์ชันตามสมการที่ 2.57 กับเซตทูเรฟังก์ชันตามสมการที่ 2.59 ในการควบคุมแขนกลเพื่อให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด โดยใช้การจำลองสมการทางพลวัตด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink ผลการทดลองที่ได้ พบว่าการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดจะไม่แตกต่างกัน และมีความรวดเร็วที่ใกล้เคียงกัน แต่จะพบความแตกต่างที่แรงบิดของมอเตอร์ที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล โดยที่ระบบการควบคุมที่ใช้ซายน์ฟังก์ชันจะเกิด Chattering ของสัญญาณควบคุม หรือแรงบิดของมอเตอร์แกว่งตัวกลับไปกลับมาอย่างรวดเร็ว เพื่อรักษาการเคลื่อนที่ของแขนกลให้ไปตามเส้นทางที่กำหนด ซึ่งสัญญาณลักษณะเช่นนี้ไม่เป็นผลดีต่อมอเตอร์ ส่วนการควบคุมที่ใช้เซตทูเรฟังก์ชันให้สัญญาณควบคุมราบเรียบกว่า

สำหรับผลการทดลองหุ่นยนต์ CRS รุ่น A255 โดยใช้ระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดี (PID Control) เปรียบเทียบกับการใช้ระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) โดยใช้โปรแกรม LabVIEW ควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบ 3 แกนตามเส้นทางที่กำหนดนั้น ผลการทดลองพบว่า ค่าความผิดพลาดของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบพีไอดีและระบบการควบคุมการเคลื่อนที่แบบสไลด์ดิ้งโหมด มีค่าที่ใกล้เคียงกัน ระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดมีความรวดเร็วในการเข้าสู่เส้นทางเคลื่อนที่กว่าระบบการควบคุมแบบพีไอดี แต่การควบคุมการเคลื่อนที่ให้เป็นไปตามเส้นทางที่กำหนดนั้นระบบการควบคุมแบบพีไอดี จะแม่นยำและราบเรียบกว่าระบบการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด ส่วนแรงบิดของที่กระทำกับแขนกลทั้ง 3 แกน นั้นระบบการควบคุมแบบพีไอดีจะมีค่าแรงบิดที่ราบเรียบกว่าการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

จากที่ได้ทำการทดลองการออกแบบระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding Mode Control) เพื่อใช้ในการควบคุมแขนกล CRS รุ่น A255 แบบ 3 แกนให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

5.2.1 ต้องทราบมวลของแต่ละแกนของหุ่นยนต์ ถ้าเราไม่ทราบค่ามวลของแต่ละแกนควรถอดแต่ละแกนออกมาชั่งน้ำหนักให้ตรงตามความเป็นจริงเพราะถ้าค่ามวลที่เราได้ไม่ตรงกับค่ามวลของจริงเมื่อเราทำแบบจำลองมาได้กราฟที่ราบเรียบแต่พอเราได้ไปทดลองกับแขนกลจริงแล้วจะทำให้การปรับตั้งค่าเพี้ยนไปและจะทำให้การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ไม่ราบเรียบเหมือนที่เราได้ทำในแบบจำลอง

5.2.2 การติดตั้งแกนของหุ่นยนต์อยู่บนแท่นที่ไม่แข็งแรง ในการทดลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์นั้นจะมีการเคลื่อนที่หลายทิศทาง ดังนั้นเมื่อมีการติดตั้งในจำที่ไม่แข็งแรง ก็จะเกิดความผิดพลาดที่ปลายแขน และทำให้เกิดการสั่น แล้วก็จะทำให้การเคลื่อนที่เกิดความผิดพลาดจากตำแหน่งที่ต้องการไป ดังนั้นจึงควรให้ความสำคัญกับแท่นที่วางแขนกลด้วย



ภาพที่ 5.1 การติดตั้งแขนกลบนพื้นที่ไม่แข็งแรง ซึ่งจะทำให้เกิดความผิดพลาดของการเคลื่อนที่

5.2.3 ชิ้นส่วนอุปกรณ์ส่งถ่ายกำลังของแขนกล CRS รุ่น A255 ขัดตัว โดยชิ้นส่วนอุปกรณ์ส่งถ่ายกำลังนี้ได้แก่ เฟืองเกียร์ เฟืองโซ่ และ โซ่ ซึ่งรับกำลังมาจากมอเตอร์ที่ติดตั้งอยู่ที่ฐานของแขนกล แล้วส่งผ่านกำลังไปจับเคลื่อนจุดหมุนของแต่ละแกน ซึ่งถ้ามีสิ่งสกปรกเข้ามาขัดระหว่างเฟืองต่างๆ ก็จะทำให้การเคลื่อนที่เกิดความผิดพลาดจากตำแหน่งที่ต้องการไป



ภาพที่ 5.2 ชิ้นส่วนระบบส่งกำลังภายในของแขนกล CRS รุ่น A255



## รายการอ้างอิง

- [1] M. Belhocine, M. Hamerlain, K. Bouyucef, “**Robot Control using a sliding mode**” Gacem
- [2] V.I. Utkin, “Sliding modes and their application in variable structure system,” **Moscow**, 1978.
- [3] ชีรยุทธ ชาติชนะยืนยง. “การควบคุมหุ่นยนต์ได้นำอัตโนมัติโดยวิธีสไลด์ดิ้งโหมด,” **บทความทางวิชาการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม**, 2553.
- [4] ทศพร แจ่มใส, และคณะ. “การควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของคอกอิลสปริงด้วยดีซีเซอร์โวมอเตอร์ โดยเทคนิค การเรียนรู้และชดเชยความไม่แน่นอนผ่านการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด,” **การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 23**, 2552.
- [5] สถาพร ลักษณะเจริญ, วิศวกรรมหุ่นยนต์. พิมพ์ครั้งที่ 1, ห้างหุ้นส่วนจำกัด ที.เอส. โปรดักส์ กรุงเทพฯ: สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น), 2545.
- [6] Mark W. Spong, Seth Hutchin, M. Vidyasagar, **Robot Modeling and Control**. John Wiley & Sons, Inc.
- [7] เสถียร ชาญศรีรัตน์, **พื้นฐานหุ่นยนต์อุตสาหกรรม**. พิมพ์ครั้งที่ 1 งานส่งเสริมวิจัยและตำรา กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สถาบันเทคโนโลยีปทุมวัน.
- [8] Jean-Lacques E.Slotine. “**Applied Nonlinear Control**” New Jersey: Prentice-Hall.
- [9] V.I.Utkin. J.Guldner and J. Shi, **Sliding Mode Control in Electro-Mechanical System**. 2<sup>nd</sup> ed. London, 1999.
- [10] Thermo CRS electron business. “A255 Robot system user guide,” **Thermo CRS Ltd**, 2002 Canada.
- [11] ลัญจกร วุฒิสัทติกุลกิจ และคณะ, **MATLAB การประยุกต์ใช้ในงานทางวิศวกรรมไฟฟ้า**. พิมพ์ครั้งที่ 3, กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.
- [12] กิจไพบุลย์ ชิวพันธุ์ศรี, การออกแบบแอปพลิเคชันในระบบกราฟิกด้วย LabVIEW. พิมพ์ครั้งที่ 1 กรุงเทพฯ: บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด (มหาชน), 2550.

ภาคผนวก ก

โปรแกรมควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกล โดยใช้ Matlab/Simulink





```

count = 1;

kd1 = 15; %38;

kp1 = 40; %20;

% parameter of Link2

deltae = pi/6;

L2 = 0.254; % m .

I2 = 0.27;

a2 = 0.5;

m2 = 0.52; % Kg.;

kd2 = 10; %17;

kp2 = 25; %20;

% parameter of Link3

L3 = 0.254; % m.

I3 = 0.18;

a3 = 0.5;

m3 = 0.35; % Kg.

kd3 = 20;

kp3 = 35;

%

eta = 0.1;

lambda1 = 30; %lambda 45,fee(0.001),limit sat.(+0.05/-0.05),gaim
(75)

lambda2 = 25; %lambda 28,fee(0.001),limit sat.(+0.05/-0.05),gaim
(45)

lambda3 = 15; %lambda 25,fee(0.01),limit sat.(+0.05/-0.05),gaim (15)

Delta = 6.5;

% mlhat = 1*1.25;

```



```

%
% Coefficient for interpolation

f1 = [0.000014566978818 -0.000692107203671 0.013008667055443 -
0.121150328494628 0.574136618528979 -1.300609204510269
1.352874249235796 1.030196939974040];

f2 = [0.000002426951709 -0.000052552543504 -0.000062796055954
0.007541383670593 -0.039685165445456 -0.050853649640923
0.439282486447380 -1.686489429789877];

f3 = [-0.000005066589273 0.000263353744952 -0.005405598309445
0.055252999471035 -0.291267305253845 0.746598666150418 -
0.833472180141263 0.440284545902210];

% Initial Condition for 3 Links

q0link1 = 1.548424034781712;

q0link2 = -1.330242801458746;

q0link3 = 0.111591530238315;

%

tfinal = 10;

% Comparing between using sign and sat function

[t,x] = sim('SMC3link_sat1');

% [t,x] = sim('SMC3link_sgn1');

% [t,x] = sim('PD3link_Control');

%

% Plot robot motion

x(1,1) = L1*cos(q1(1));

y(1,1) = L1*sin(q1(1));

x(1,2) = L1*cos(q1(1))+L2*cos(q1(1)+q2(2));

y(1,2) = L1*sin(q1(1))+L2*sin(q1(1)+q2(2));

x(1,3) = L1*cos(q1(1))+L2*cos(q1(1)+q2(2))+L3*cos(q1(1)+q2(2)+q3(3));

```

```

y(1,3) = L1*sin(q1(1))+L2*sin(q1(1)+q2(2))+L3*sin(q1(1)+q2(2)+q3(3));

% Plot position error -----

figure(2);

subplot(331); plot(time,Position_Error1*(180/pi),'b--','LineWidth',2);

grid on; ylabel('Position Error 1 [degree]'); xlabel('Time
[sec]');hold on;

subplot(332); plot(time,Position_Error2*(180/pi),'b--','LineWidth',2);

grid on; ylabel('Position error 2 [degree]'); xlabel('Time [sec]');
hold on;

subplot(333); plot(time,Position_Error3*(180/pi),'b--','LineWidth',2);

grid on; ylabel('Position error 3 [degree]'); xlabel('Time [sec]');
hold on;

% legend('SMC using sgn','SMC using sat','PD Control');

%

% % Plot control torque -----

figure(2);

subplot(334); plot(time,torque_1,'b--','LineWidth',2);

grid on; ylabel('Control torque 1 [N-m]'); xlabel('Time [sec]');hold
on;

subplot(335); plot(time,torque_2,'b--','LineWidth',2);

grid on; ylabel('Control torque 2 [N-m]'); xlabel('Time [sec]');hold
on;

% legend('PD Control','Sliding Model Control');

subplot(336); plot(time,torque_3,'b--','LineWidth',2);

```

```

grid on; ylabel('Control torque 3 [N-m]'); xlabel('Time [sec]');hold
on;

legend('SMC using sgn','SMC using sat','PD Control');

% %

figure(1);

% title(['Trajectory for each link with Gain = ',num2str(Gain),' and
time interval of ',num2str(delta_t),'sec'],'FontSize',12);

title('Trajectory for each links','FontSize',12);

xlabel('x axis'); ylabel('y axis'); grid;

set(gca,'nextplot','replacechildren');

plot([0 x(1,1) x(1,1) x(1,1)],[0 y(1,1) y(1,1) y(1,1)]);

axis([-0.5 0.8 -0.5 0.8]);

%% Original

for i=1:length(time)

    x(i,1) = L1*cos(q1(i));

    y(i,1) = L1*sin(q1(i));

    x(i,2) = L1*cos(q1(i))+L2*cos(q1(i)+q2(i));

    y(i,2) = L1*sin(q1(i))+L2*sin(q1(i)+q2(i));

    x(i,3) =
L1*cos(q1(i))+L2*cos(q1(i)+q2(i))+L3*cos(q1(i)+q2(i)+q3(i));

    y(i,3) =
L1*sin(q1(i))+L2*sin(q1(i)+q2(i))+L3*sin(q1(i)+q2(i)+q3(i));

    ha=plot([0 x(i,1) x(i,2) x(i,3)],[0 y(i,1) y(i,2)
y(i,3)], 'r.',x(i,1),y(i,1), 'b.',x(i,2),y(i,2), 'b.',x(i,3),y(i,3), 'g.' )
;

    set(ha,'markersize',20);

    F(i) = getframe; hold on;

    pause(0.01);

```

```
end
```

```
hold on
```

```
% plot([5 0 5],[5 0 -5],'-m') %%plot axis u,axis v 45 Degree
```

```
% plot([0 x1 x2 x3],[0 y1 y2 y3],'bo-',[ -5 8],[ -5.9969 1.7313],'r-');
```

```
% Theta = 30 degree
```

```
hold off
```

```
% figure(3);
```

```
% plot(time,x);
```

```
% movie(F,2);
```

```
% movie2avi(F,'sat_con.avi');
```

```
% movie2avi(F,'sgn_con.avi');
```

```
% movie2avi(F,'PD_con.avi');
```

..... End of main program .....



```

. ....
Program file Name: RobotDyn3 links.m
. ....

function [qddotdot] = RobotDyn3_2(q1dot,q2dot,q3dot,q1,q2,q3,T1,T2,T3)

%
global L1 L2 L3 m1 m2 m3 g a1 a2 a3 a4 I1 I2 I3 Delta;
global alhat a2hat a3hat a4hat;
global f1 f2 f3 dq1 dq2 dq3;

%%
%dynamic from labview

H11 = I1 + I2 + I3 + (L1^2*m1)/4 + L1^2*m2 + L1^2*m3 + (L2^2*m2)/4 +
L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 + L1*L3*m3*cos(q2 + q3) + L1*L2*m2*cos(q2) +
2*L1*L2*m3*cos(q2) + L2*L3*m3*cos(q3);

H12 = I2 + I3 + (L2^2*m2)/4 + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2
+ q3))/2 + (L1*L2*m2*cos(q2))/2 + L1*L2*m3*cos(q2) + L2*L3*m3*cos(q3);

H13 = I3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2 + q3))/2 +
(L2*L3*m3*cos(q3))/2;

H21 = I2 + I3 + (L2^2*m2)/4 + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2
+ q3))/2 + (L1*L2*m2*cos(q2))/2 + L1*L2*m3*cos(q2) + L2*L3*m3*cos(q3);

H22 = I2 + I3 + (L2^2*m2)/4 + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 +
L2*L3*m3*cos(q3);

H23 = (m3*L3^2)/4 + (L2*m3*cos(q3)*L3)/2 + I3;

H31 = I3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2 + q3))/2 +
(L2*L3*m3*cos(q3))/2;

H32 = (m3*L3^2)/4 + (L2*m3*cos(q3)*L3)/2 + I3;

H33 = (m3*L3^2)/4 + I3;

```

```

c11 =-dq1*(dq2*L1*L3*m3*sin(q2 + q3) + dq3*L1*L3*m3*sin(q2 + q3) +
dq2*L1*L2*m2*sin(q2) + 2*dq2*L1*L2*m3*sin(q2) + dq3*L2*L3*m3*sin(q3));

c12 =(- (L1*L3*m3*sin(q2 + q3))/2 - (L1*L2*m2*sin(q2))/2 -
L1*L2*m3*sin(q2))*dq2*dq2 + (- dq3*L1*L3*m3*sin(q2 + q3) -
dq3*L2*L3*m3*sin(q3))*dq2;

c13 =-dq3*dq3*((L1*L3*m3*sin(q2 + q3))/2 + (L2*L3*m3*sin(q3))/2);

c21 =dq1*dq1*((L1*L3*m3*sin(q2 + q3))/2 + (L1*L2*m2*sin(q2))/2 +
L1*L2*m3*sin(q2)) - dq1*dq3*L2*L3*m3*sin(q3);

c22 =-dq2*dq3*L2*L3*m3*sin(q3);

c23 =-(dq3*dq3*L2*L3*m3*sin(q3))/2;

c31 =(L3*m3*(2*L1*sin(q2 + q3) + 2*L2*sin(q3))*dq1*dq1)/4 +
dq2*L2*L3*m3*sin(q3)*dq1;

c32 =(dq2*dq2*L2*L3*m3*sin(q3))/2;

c33 =0;

G1 = (g*L2*m2*cos(q1 + q2))/2 + g*L2*m3*cos(q1 + q2) +
(g*L1*m1*cos(q1))/2 + g*L1*m2*cos(q1) + g*L1*m3*cos(q1) +
(g*L3*m3*cos(q1 + q2 + q3))/2;

G2 = (g*L2*m2*cos(q1 + q2))/2 + g*L2*m3*cos(q1 + q2) +
(g*L3*m3*cos(q1 + q2 + q3))/2;

G3 = (g*L3*m3*cos(q1 + q2 + q3))/2;

%% matirx equation
H = [H11 H12 H13; H21 H22 H23; H31 H32 H33];

C = [c11 c12 c13; c21 c22 c23; c31 c32 c33];

G = [G1; G2; G3];

Torq = [T1; T2; T3];

qddot = inv(H)*(Torq -C*[q1dot;q2dot;q3dot;]-G);

```

..... End of robot dynamic. M.file .....

```

. ....
.
Program file Name: Torque_hat.m
. ....

function [T_hat] = Torque_hat(q1dot,q2dot,q3dot,q1,q2,q3,time)
%
global L1 L2 L3 m1 m2 m3 a1 a2 a3 a4 I1 I2 I3 Delta;
global H11hat H12hat H13hat H21hat H22hat H23hat H31hat H32hat H33hat;
global f1 f2 f3 G1hat G2hat G3hat g dq1 dq2 dq3;
%
qd1 =
(f1(1)*(time^7))+(f1(2)*(time^6))+(f1(3)*(time^5))+(f1(4)*(time^4))
+(f1(5)*(time^3))+(f1(6)*(time^2))+(f1(7)*(time))+f1(8);
qd2 =
(f2(1)*(time^7))+(f2(2)*(time^6))+(f2(3)*(time^5))+(f2(4)*(time^4))
+(f2(5)*(time^3))+(f2(6)*(time^2))+(f2(7)*(time))+f2(8);
qd3 =
(f3(1)*(time^7))+(f3(2)*(time^6))+(f3(3)*(time^5))+(f3(4)*(time^4))
+(f3(5)*(time^3))+(f3(6)*(time^2))+(f3(7)*(time))+f3(8);
qd1_dot = (f1(1)*7*(time^6))+(f1(2)*6*(time^5))+(f1(3)*5*(time^4))
+(f1(4)*4*(time^3))+(f1(5)*3*(time^2))+(f1(6)*2*(time))+f1(7);
qd2_dot = (f2(1)*7*(time^6))+(f2(2)*6*(time^5))+(f2(3)*5*(time^4))
+(f2(4)*4*(time^3))+(f2(5)*3*(time^2))+(f2(6)*2*(time))+f2(7);
qd3_dot = (f3(1)*7*(time^6))+(f3(2)*6*(time^5))+(f3(3)*5*(time^4))

```

```

+(f3(4)*4*(time^3))+(f3(5)*3*(time^2))+(f3(6)*2*(time))+f3(7);

qd1_dotdot =
(f1(1)*42*(time^5))+(f1(2)*30*(time^4))+(f1(3)*20*(time^3))
    +(f1(4)*12*(time^2))+(f1(5)*6*time)+(2*f1(6));

qd2_dotdot =
(f2(1)*42*(time^5))+(f2(2)*30*(time^4))+(f2(3)*20*(time^3))
    +(f2(4)*12*(time^2))+(f2(5)*6*time)+(2*f2(6));

qd3_dotdot =
(f3(1)*42*(time^5))+(f3(2)*30*(time^4))+(f3(3)*20*(time^3))
    +(f3(4)*12*(time^2))+(f3(5)*6*time)+(2*f3(6));

%

qr1dot = qd1_dot - Delta*(q1-qd1);
qr2dot = qd2_dot - Delta*(q2-qd2);
qr3dot = qd3_dot - Delta*(q3-qd3);

%

qr1dotdot = qd1_dotdot - Delta*(q1dot-qd1_dot);
qr2dotdot = qd2_dotdot - Delta*(q2dot-qd2_dot);
qr3dotdot = qd3_dotdot - Delta*(q3dot-qd3_dot);

%%

%dynamic for Labview

H11hat = I1 + I2 + I3 + (L1^2*m1)/4 + L1^2*m2 + L1^2*m3 + (L2^2*m2)/4
    + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 + L1*L3*m3*cos(q2 + q3) +
L1*L2*m2*cos(q2)
    + 2*L1*L2*m3*cos(q2) + L2*L3*m3*cos(q3);

H12hat = I2 + I3 + (L2^2*m2)/4 + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4
    + (L1*L3*m3*cos(q2 + q3))/2 + (L1*L2*m2*cos(q2))/2

```



$$+ L1*L2*m3*cos(q2) + L2*L3*m3*cos(q3);$$

$$H13hat = I3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2 + q3))/2 + (L2*L3*m3*cos(q3))/2;$$

$$H21hat = I2 + I3 + (L2^2*m2)/4 + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2 + q3))/2 + (L1*L2*m2*cos(q2))/2 + L1*L2*m3*cos(q2) + L2*L3*m3*cos(q3);$$

$$H22hat = I2 + I3 + (L2^2*m2)/4 + L2^2*m3 + (L3^2*m3)/4 + L2*L3*m3*cos(q3);$$

$$H23hat = (m3*L3^2)/4 + (L2*m3*cos(q3)*L3)/2 + I3;$$

$$H31hat = I3 + (L3^2*m3)/4 + (L1*L3*m3*cos(q2 + q3))/2 + (L2*L3*m3*cos(q3))/2;$$

$$H32hat = (m3*L3^2)/4 + (L2*m3*cos(q3)*L3)/2 + I3;$$

$$H33hat = (m3*L3^2)/4 + I3;$$

$$c11hat = -dq1*(dq2*L1*L3*m3*sin(q2 + q3) + dq3*L1*L3*m3*sin(q2 + q3) + dq2*L1*L2*m2*sin(q2) + 2*dq2*L1*L2*m3*sin(q2) + dq3*L2*L3*m3*sin(q3));$$

$$c12hat = (- (L1*L3*m3*sin(q2 + q3))/2 - (L1*L2*m2*sin(q2))/2 - L1*L2*m3*sin(q2))*dq2*dq2 + (- dq3*L1*L3*m3*sin(q2 + q3) - dq3*L2*L3*m3*sin(q3))*dq2;$$

$$c13hat = - dq3*dq3*((L1*L3*m3*sin(q2 + q3))/2 + (L2*L3*m3*sin(q3))/2);$$

$$c21hat = dq1*dq1*((L1*L3*m3*sin(q2 + q3))/2 + (L1*L2*m2*sin(q2))/2 + L1*L2*m3*sin(q2)) - dq1*dq3*L2*L3*m3*sin(q3);$$

$$c22hat = - dq2*dq3*L2*L3*m3*sin(q3);$$

$$c23hat = - (dq3*dq3*L2*L3*m3*sin(q3))/2;$$

$$c31hat = (L3*m3*(2*L1*sin(q2 + q3) + 2*L2*sin(q3))*dq1*dq1)/4 + dq2*L2*L3*m3*sin(q3)*dq1;$$

```

c32hat = (dq2*dq2*L2*L3*m3*sin(q3))/2;

c33hat = 0;

G1hat = (g*L2*m2*cos(q1 + q2))/2 + g*L2*m3*cos(q1 + q2) +
(g*L1*m1*cos(q1))/2
      + g*L1*m2*cos(q1) + g*L1*m3*cos(q1) + (g*L3*m3*cos(q1 + q2 +
q3))/2;

G2hat = (g*L2*m2*cos(q1 + q2))/2 + g*L2*m3*cos(q1 + q2)
      + (g*L3*m3*cos(q1 + q2 + q3))/2;

G3hat = (g*L3*m3*cos(q1 + q2 + q3))/2;

%%

Hhat = [H11hat H12hat H13hat; H21hat H22hat H23hat; H31hat H32hat
H33hat];

Chat = [c11hat c12hat c13hat; c21hat c22hat c23hat; c31hat c32hat
c33hat];

Ghat = [G1hat; G2hat; G3hat];

%

T_hat = (Hhat*[qr1dotdot; qr2dotdot; qr3dotdot])+(Chat*[qr1dot;
qr2dot; qr3dot])+Ghat;

```

..... End of torque M.file .....



**ภาคผนวก ข**  
**ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่**

สมาคมวิชาการหุ่นยนต์แห่งประเทศไทย  
Thai Robotics Society



การประชุมวิชาการ  
ทางเทคโนโลยีอุตสาหกรรมและหุ่นยนต์ ๒๕๕๔  
๒๖-๒๗ พฤษภาคม ๒๕๕๔

26-27 May 2011

2011 TRS Conference  
on Robotics and Industrial Technology

ณ จัตุรัสวิทยาศาสตร์ อพวช. อาคารจัตุรัสจามจุรี กรุงเทพฯ  
NSM Science Square, Chamchuri Square, Bangkok, Thailand



## คณะกรรมการฝ่ายวิชาการพิจารณาบทความ

รศ.ดร.รัชทิน จันทร์เจริญ	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.สยาม เจริญเสียง	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
รศ.ดร.ภูติส ลักษณะเจริญ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
รศ.ดร.ชนินทร์ บุญลักษณะนุสรณ์	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
รศ.ดร.ปิติเชต สุวัทนา	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ผศ.ดร.สุพจน์ สุขไพฑารมณ	มหาวิทยาลัยกรุงเทพ
ผศ.ดร.สาทิสส์ ทรงชน	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ผศ.ดร.ชัยพล ธงชัยสุริยศักดิ์กุล	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ผศ.ดร.เริงวดี ชูเมือง	มหาวิทยาลัยศรีปทุม
ผศ.ดร.สมยศ เกียรติวนิชวิไล	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ผศ.ดร.อนุวัฒน์ จางวนิชเลิศ	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ดร.ป้าษาน กุลวานิช	กรมวิทยาศาสตร์บริการ กระทรวงวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
น.ท.ดร.กฤติวัฒน์ สุทธิวารี ร.น.	กองวิจัยและพัฒนา กรมอิเล็กทรอนิกส์ทหารเรือ กองทัพเรือ
ดร.ถิวดา มณีวรรณ	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ดร.เชิดพงษ์ ตีเลิศไพบุลย์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ดร.ปรัชญา เปรมปราณีรัชต์	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
ดร.พนัส นัถฤทธิ	มหาวิทยาลัยนเรศวร
ดร.ชัยวัฒน์ หนูทอง	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ดร.นิรุช จิรสรวรรณกุล	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ดร.วรชาติ แซ่ก๊ก	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

## คณะกรรมการที่ปรึกษา

ศ.ดร.ประภาส จงสถิตย์วัฒนา	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ	จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
รศ.ดร.ชิต เหล่าวัฒนา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
รศ.ดร.มนูกิจ พานิชกุล	สถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย
ดร.สุธี ผู้เจริญชนะชัย	ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ

## ผู้ประสานงาน

นายเอกลักษณะ ศุภมณี	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
---------------------	---------------------------------------



V06	<p>การออกแบบตัวกรองสัญญาณภาพที่เหมาะสมที่สุดสำหรับย่านสัญญาณรบกวนสูง ประยุกต์ในระบบวิทัศน์ อัตโนมัติ</p> <p>Design of Optimal Image Filter for High Band Noise: Application to an Automatic Visual Inspection System</p> <p>ขัตติยา ทองฉนวน<sup>2</sup> อนรรฆพล แสนหน<sup>3</sup> สมยศ เกียรติวิชวิไล<sup>3</sup> และ สุรเชษฐ์ กานต์ประชา<sup>2</sup></p> <p><sup>1</sup>คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง</p> <p><sup>2</sup>คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร</p> <p><sup>3</sup>หน่วยปฏิบัติการระบบควบคุมและอัตโนมัติ วิทยาลัยนวัตกรรมการจัดการข้อมูล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง</p>	31
C01	<p>Compensation of Motion Control of Robotics System Using Laser Tracking System</p> <p>Ratchatin Chanchareon, Supavut Chantranuwathana, Jaruboot Kananai and Kittisuk Srakaew</p> <p>Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University</p>	36
C02	<p>Performance Comparison of Balancing Control of an X-Y Planar Inverted Pendulum System by PID, LQR and SMC</p> <p>Suppachai Howimanporn and Manukid Parnichkun</p> <p>School of Engineering and Technology, Asian Institute of Technology</p>	41
C03	<p>Constant Flux of Three Phase Induction Motor Drives Using Fuzzy Logic Controller</p> <p>Opas Ruksaboon and Chaiyapon Thongchaisurakul</p> <p>King's Mongkut University of Technology North Bangkok</p>	47
C04	<p>System Identification for Rotary Assembly using Hybrid Particle Swarm Optimization and Control by Small Zone PID</p> <p>Rapeepong Rattanawaorahirankul<sup>1</sup> and Jitsaran Seekuka<sup>2</sup></p> <p><sup>1</sup>Faculty of Science and Engineering, Kasetsart University</p> <p><sup>2</sup>Faculty of Engineering, Kasetsart University</p>	52
C05	<p>การออกแบบระบบควบคุมแขนกลแบบ 2 แกน โดยเทคนิคการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดเพื่อชดเชยความไม่แน่นอน</p> <p>Controller Design for 2-Link Robot Arm Using Sliding Mode Control Technique for uncertainty compensation</p> <p>บรรจง กะการดี และ ปรัชญา เปรมปราชวีร์ชิต</p> <p>ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี</p>	57

การออกแบบระบบควบคุมแขนกลแบบ 2 แกน โดยเทคนิคการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด  
เพื่อชดเชยความไม่แน่นอน

CONTROLLER DESIGN FOR 2-LINK ROBOT ARM USING SLIDING MODE CONTROL  
TECHNIQUE FOR UNCERTAINTY COMPENSATION

บรรจง กะการดี<sup>1</sup> และ ปรัชญา เปรมปราณีรัชต์<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ปทุมธานี 12110  
โทร 0-2549-3554 โทรสาร 0-2549-3563 อีเมล bkakande@kcc.com

<sup>2</sup> ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ปทุมธานี 12110  
โทร 0-2549-3430 โทรสาร 0-2549-3432 อีเมล ppradya@gmail.com

**Banjong Kakandee<sup>1</sup> and Pradya Prempraneerach<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Rajamangala University of Technology Thunyaburi,  
Pathumthani, 12110, Thailand

Tel: 0-2549-3554, Fax: 0-2549-3563, E-mail: bkakande@kcc.com

<sup>2</sup> Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Rajamangala University of Technology Thunyaburi,  
Pathumthani, 12110, Thailand

Tel: 0-2549-3430, Fax: 0-2549-3432, E-mail: ppradya@gmail.com

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีการควบคุมหุ่นยนต์ด้วยวิธีสไลด์ดิ้ง (Sliding Mode Control หรือ SMC) ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์อิสระ 2 แกน การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์นั้น เป็นแบบไม่เชิงเส้นเนื่องจากแรงที่มากกระทำกับระบบ อีกทั้งค่าพารามิเตอร์บางตัวของหุ่นยนต์ที่ไม่ทราบค่าที่แน่นอน จนทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการให้เกิดขึ้นในระบบควบคุมโดยทั่วไป แต่การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด เป็นระบบควบคุมที่สามารถชดเชยความไม่แน่นอนในระบบได้ และสามารถควบคุมของแขนกลให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้อย่างแม่นยำ

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพของระบบควบคุมแบบพีดี และแบบสไลด์ดิ้งโหมดกับแบบจำลองทางพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์แบบ 2 แกน ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด โดยแสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดมีประสิทธิภาพในการควบคุมได้ดีในสถานะที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ที่แน่นอน

**คำสำคัญ:** การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด, พลศาสตร์ของหุ่นยนต์

**Abstract**

This research studies a robot controller using Sliding Mode Control (SMC) to control the motion of a 2-axis robot arm. Usually, the robot motion is nonlinear because of nonlinear forces acting on the system. Moreover, some robot parameters cannot be measured exactly, as a result, there might exist some motion error, which is generally undesirable in motion-control system. However, sliding mode control is one of control technique that can compensate for uncertainty in the system. And SMC can perform a trajectory tracking of the robot arm accurately.

In this study, the performance of two control techniques: PD control and sliding mode control is tested with a dynamic model of the 2-axis robot arm for the trajectory tracking problem. Results show that the sliding mode control system is very effective for motion tracking in a presence of uncertainty.

**Key Word:** sliding mode control, robot dynamics

1. บทนำ

การควบคุมหุ่นยนต์หรือแขนกลทางอุตสาหกรรมนั้นคือการวางแผนการทำงานการเคลื่อนที่อย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยเลือกแรงในการขับเคลื่อนให้เหมาะสมและเตรียมเมื่อไว้สำหรับการเกิดความผิดพลาดขึ้นล่วงหน้า โดยค่าผิดพลาด (Error) จากการทำงานของแขนกลอาจเกิดจาก แรงเสียดทานของจุดต่อ การเพิ่มระยะทางการทำงานของแขนกล สัญญาณการรบกวนทางไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับเซนเซอร์ ตรวจจับ

ทฤษฎีระบบการควบคุมแบบสไลด์จึงเป็นวิธีหนึ่งที่ได้พัฒนาขึ้นมา นานแล้ว นักวิจัยหลายคนได้นำเอาทฤษฎีนี้มาศึกษาวิจัยต่อยอด โดยนำมาประยุกต์ใช้งานอื่นๆ [5], [8], [4] เช่นกลุ่มนักวิจัย Vadim Utkin และคณะ[4] ได้นำไปใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของ DC servo motor ในประเทศไทยนายทศพร แจ่มใสและคณะ[14] ได้ศึกษาการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของจอยสติ๊กด้วยซีซีเซอร์โวมอเตอร์โดยใช้เทคนิคการเขียนรู้และชดเชยความไม่แน่นอนผ่านการควบคุมแบบสไลด์ตั้งใหม่ด ในการประยุกต์ใช้ควบคุมหุ่นยนต์นั้นก็มี นายธีรยุทธ ชาติชนะยืนยง [13] ใช้ระบบควบคุมแบบสไลด์ตั้งใหม่ดในการควบคุมหุ่นยนต์ได้นำเอาอัตโนมัติ เพื่อลดความไม่ของพารามิเตอร์ จากผลการวิจัยพบว่าการนำเอาทฤษฎีระบบการควบคุมแบบสไลด์ตั้งมาใช้ควบคุมหุ่นยนต์ได้นำ สามารถทำให้การทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ซึ่งหลักการของวิธีการควบคุมแบบสไลด์ตั้ง(SMC) คือการควบคุมตัวแปรสถานะของค่าผิดพลาดให้เคลื่อนที่เข้าสู่ระนาบสไลด์ตั้ง (Sliding Plane) เมื่อตัวแปรสถานะเข้าสู่ระนาบสไลด์ตั้ง ก็จะถูกควบคุมให้เคลื่อนที่อยู่บนระนาบสไลด์ตั้งในทิศทางการเข้าสู่ศูนย์อย่างมีประสิทธิภาพ

เนื่องจากในระบบควบคุมในโรงงานอุตสาหกรรมโดยส่วนมากแล้ว จะใช้ระบบการควบคุมแบบ PID มาทำการควบคุมระบบต่างๆ ซึ่งจะสามารถควบคุมได้ดีในช่วงที่ Linearization ระบบ รอบจุดทำงาน แต่เมื่อใดก็ตามถ้าสภาพการทำงานของระบบ เริ่มมีการเปลี่ยนแปลงหรือว่าพารามิเตอร์บางตัวมีการเปลี่ยนแปลงค่า เช่น มวลเมื่อแขนกลต้องยกชิ้นงานขนาดใหญ่กว่าเดิม หรืออาจมีตัวแปรอื่นๆ ที่เราไม่ได้นำมาคิดในการออกแบบเข้ากับ controller จนทำให้มีผลกระทบต่อระบบ ดังนั้น SMC จึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่ง ที่นำมาใช้แก้ปัญหาที่ความไม่แน่นอนของระบบ ในความเป็นจริงแล้วระบบทางกลล้วนแล้วแต่เป็นระบบไม่เชิงเส้น ระบบโดยทั่วไปจะประกอบด้วยแรงเสียดทานซึ่งจะมีความไม่เชิงเส้นสูง เมื่อมีแรงเสียดทานสถิตย์ (static friction) รวมอยู่ด้วย ความไม่เชิงเส้นเนื่องจากแรงโน้มถ่วง และการเปลี่ยนแปลงความเฉื่อยของระบบ ซึ่งทำให้การควบคุมแบบ PID ให้ผลการควบคุมไม่เป็นที่น่าพอใจ

วิธีการที่ถูกนำมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมตามเส้นทางที่กำหนดอย่างได้ผลคือวิธีการที่เรียกว่า ระบบควบคุมแบบ Computed torque [2] วิธีการนี้สัญญาณควบคุมจะประกอบด้วยสองส่วนหลัก ๆ คือ ส่วนป้อนกลับเพื่อแปลงระบบให้เป็นแบบเชิงเส้น (linearization part) ซึ่งจะคำนวณสัญญาณควบคุมบนพื้นฐานของการป้อนกลับ state เพื่อทำให้ระบบปิดเป็นสมการเชิงเส้น และทำให้ระบบปิดอยู่ในรูปสมการ

ทางพีชคณิตของความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุต สัญญาณตำแหน่งอ้างอิงจึงสามารถนำมาใช้อ้างอิงได้โดยตรง โดยที่ระบบยังคงสามารถติดตามทางเดินได้อย่างสมบูรณ์ และส่วนที่สองจะช่วยชดเชยความไม่แน่นอนของระบบ

2. แบบจำลองพลวัต

ในการวิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์แบบ 2 แขน โดยพิจารณาแขนกล ในระบบ 2 มิติ ตามรูปที่ 1 ซึ่ง state ของระบบจะเป็นเวกเตอร์ของมุมในแต่ละข้อต่อ ( $\vec{q}$ ) และอินพุตของ Actuator จะเป็น เวกเตอร์ของแรงบิด ( $\vec{\tau}$ ) ที่ประยุกต์ใช้ที่ข้อต่อของแขนกล โดยสมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ นั้นเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้นและสามารถเขียนในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \tag{1}$$

โดยที่  $\vec{q}$  คือเมตริกซ์พิกัดเวกเตอร์ของแขนหุ่นยนต์แบบ 2 x 1

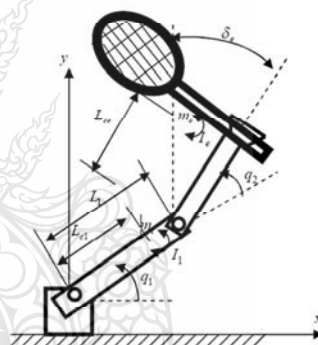
$\dot{\vec{q}}$  คือเมตริกซ์เวกเตอร์ความเร็วของข้อต่อแขนหุ่นยนต์

$\ddot{\vec{q}}$  คือเมตริกซ์เวกเตอร์ความเร่งของข้อต่อแขนหุ่นยนต์

$H(\vec{q})$  คือเมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia matrix) ของแขนหุ่นยนต์

$C(\vec{q})$  คือเมตริกซ์เวกเตอร์ coriolis และ centripetal

$g(\vec{q})$  คือเมตริกซ์เวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วงของโลก



τ คือเมตริกซ์เวกเตอร์ของแรงบิด (Torques)

รูปที่ 1 แบบจำลองหุ่นยนต์แบบ 2 แขน [2]

2.1 วิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ด้วย Sliding Mode Control

การพิจารณาวิธีการควบคุมแบบสไลด์ตั้งใหม่ดในการควบคุมกระบวนการที่มีพลวัตที่ไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้เงื่อนไขที่ไม่แน่นอน จะสามารถแสดงได้ด้วยสมการระบบพลวัตในรูปทั่วไปได้ ดังนี้

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + b(x)u \tag{2}$$

โดยที่  $x^{(n)}$  คือ อนุพันธ์ลำดับที่ n ของ state ในทางอุดมคติหรือ มุมของแขนกล n ข้อต่อ ส่วน n คืออินพุตของระบบควบคุม คุณสมบัติที่โดดเด่นของการควบคุมแบบสไลด์ตั้งใหม่ด ในการออกแบบควบคุม



แผนกสามารถกระทำได้โดยไม่ต้องคำนึงถึงความไม่แน่นอนของแบบจำลอง และการนำเอา Saturation function มาใช้ปรับพลวัตของระบบและชดเชยค่าความไม่แน่นอนร่วมกับเทคนิค boundary layer โดยแสดงถึงลักษณะของสไลด์ฟังก์ชัน, สัญญาณอินพุตเสมือน (u<sub>eq</sub>: Equivalent control input), ช่วยกำจัดพจน์ไม่เชิงเส้นออกไปจากแบบจำลองพลวัตของหุ่นยนต์แบบ 2 แกน ตามสมการที่ (1) สามารถเขียนรูปใหม่ดังสมการที่ (3) และจัดรูปให้เป็นสมการที่ (4) ได้ดังนี้

$$\ddot{q} = -H(\ddot{q})^{-1}[C(\ddot{q}, \dot{q})\ddot{q} + g(\ddot{q})] + H(\ddot{q})^{-1}[\tau] \quad (3)$$

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u(t) \quad (4)$$

โดยที่  $\ddot{q}$ ,  $\dot{x}$  คือมุมหรือตำแหน่งของหุ่นยนต์

$$\ddot{f}(x) = H(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\ddot{q} + g(q)] \quad \text{คือพลวัตแบบไม่เชิงเส้นของระบบ}$$

$$\ddot{u}(t) = [\tau] \quad \text{คืออินพุตของระบบ}$$

ฟังก์ชันสวิตช์ (Switch function), s(t) ตามรูปแบบของสมการสไลด์ฟังก์ชัน ได้ดังนี้

$$s(x; t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \dot{x} \quad (5)$$

โดยที่  $\lambda$  เป็นค่าคงที่ที่เป็นบวกซึ่งเป็นความลาดเอียง (Slope) ของผิวสวิตช์ (Switching surface) และ  $n$  คืออันดับของระบบ;  $n = 1, 2, 3, \dots$

ถ้ากำหนดให้  $n = 2$  จะได้สมการเป็น

$$s = \dot{x} + \lambda x \quad (6)$$

เมื่อ  $\dot{x} = x - x_d$  โดยที่  $\dot{x}$  คือ tracking errors และ  $x_d$  คือเส้นทางที่ต้องการให้ระบบเคลื่อนที่ตาม ดังนั้นสามารถเอาความสัมพันธ์ของสมการที่ (4) และ (6) เขียนได้เป็น

$$\dot{s} = f + u - \dot{x}_d + \lambda \dot{x} \quad (7)$$

ดังนั้นสัญญาณอินพุตเสมือน (u<sub>eq</sub>: Equivalent control input) ที่ระนาบ Sliding surface (S=0) สามารถแสดงได้  $\dot{u} = -\dot{f} + \dot{x}_d - \lambda \dot{x}$  และกฎการควบคุมแบบสไลด์ฟังก์ชันนำมาใช้ควบคุมแขนกล

$$u = \dot{u} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (8)$$

โดยที่  $k$  คือการขยายสัญญาณสไลด์ฟังก์ชัน (Sliding Gain)

$\operatorname{sgn}(\cdot)$  คือ ซิกนัมฟังก์ชัน (signum) หรือ sign function โดยเขียนเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ตามเงื่อนไข

$$\operatorname{sgn}(s) = +1 \quad \text{if } s > 0$$

$$\operatorname{sgn}(s) = -1 \quad \text{if } s < 0$$

จากความสัมพันธ์ที่สามารถแสดงด้วยสมการ (9) ได้ดังนี้

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s \cdot \dot{s} = [f - \dot{f} - k \operatorname{sgn}(s)]s = (f - \dot{f})s - k|s| \quad (9)$$

ในการที่จะมั่นใจว่าเมื่อสถานะของระบบเข้าถึงระนาบของสไลด์ฟังก์ชันแล้ว การเคลื่อนที่แบบสไลด์ฟังก์ชันในอุดมคติจะเกิดขึ้นจากสถานะเริ่มต้นใดๆ สมการที่ (10) นั้นจะสู่เข้าหาสไลด์ฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ  $\eta$  มีค่าเป็นบวก

$$s\dot{s} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta|s| \quad (10)$$

โดยที่  $\eta$  คือค่า gain ที่ใช้ปรับความไวของการตอบสนองของตัวควบคุม โดยการเลือกให้  $k$  ในสมการที่ (8) มีค่าที่ใหญ่พอที่จะทำให้มีพลังงานในการควบคุมที่มากพอที่จะเข้าถึงพื้นผิวของสไลด์ฟังก์ชันและรักษาการเคลื่อนที่ที่อยู่นบนระนาบสไลด์ฟังก์ชันได้ หรือจะเสมือนกับสมการที่(10) อีกนัยหนึ่งก็คือ  $k$  ต้องมีค่ามากกว่าความไม่แน่นอน (uncertainties) ของระบบทั้งหมดไม่ว่าจะได้ค่าในในตัวควบคุมหรือไม่ก็ตาม ด้วยคุณสมบัติของวิธีการควบคุมชนิดนี้ที่มีรูปแบบการทำงานเป็นฟังก์ชันแบบไม่ต่อเนื่อง จึงอาจทำให้เกิดการแกว่งของสัญญาณที่ความถี่สูง หรือเกิด chatter (Chattering) ในสัญญาณอินพุตที่ให้กับชุดควบคุม ซึ่งประสิทธิภาพในการควบคุมที่ดีของสไลด์ฟังก์ชันเกิดจากสัญญาณควบคุมความถี่สูงนี้ โดยทั่วไปแล้วปรากฏการณ์ Chattering เป็นสิ่งที่ไม่ต้องการให้เกิดขึ้นในระบบ เพราะอาจจะทำให้กระตุ่นให้พลวัตความถี่สูงที่ละเว้นไว้ในแบบจำลองได้ รวมทั้งอาจทำให้เกิดความเสียหายกับ actuator ของหุ่นยนต์ได้เช่นกัน การหลีกเลี่ยงการเกิด Chattering สามารถทำได้โดยการทำให้สัญญาณควบคุมเรียบขึ้นโดยแทนฟังก์ชันซิกนัมในสมการที่ (8) ด้วยฟังก์ชันแซททูเรชัน ดังแสดงในสมการที่ (11) ซึ่งมีข้อดีอีกอย่างคือความสามารถในการประมวลผลจะใช้เวลาน้อยลง แต่จะทำให้ความแม่นยำในการควบคุมลดลงตามไปด้วยเช่นกัน

$$u = \dot{u} - k(x) \operatorname{sat}(s/\Phi) \quad (11)$$

โดยที่  $k(x)$  คือการขยายสัญญาณสไลด์ฟังก์ชัน (Sliding Gain)

$\operatorname{sat}(\cdot)$  คือ ฟังก์ชันแซททูเรชัน (saturation function)

$\Phi$  คือ Boundary layer width ที่เป็นค่าคงที่ที่เป็นค่าบวก

โดยเป็นไปตามเงื่อนไขนี้

$$\operatorname{sat}(s) = s \quad \text{if } |s| \leq 1$$

$$\operatorname{sat}(s) = \operatorname{sgn}(s) \quad \text{otherwise}$$

หรือ เมื่อ  $\Phi \rightarrow 0$  :  $\operatorname{sat}(s)$  จะเข้าใกล้ฟังก์ชัน  $\operatorname{sgn}(s)$

$$\operatorname{sat}(s) = s / (|s| + \Phi)$$

จากสมการโครงสร้างของแขนของหุ่นยนต์ ในสมการที่ (1) ที่มาของสัญญาณป้อนกลับแบบเชิงเส้นแปลงได้โดยตรงและสามารถหาค่า  $\tau$  ได้จากสมการดังนี้

$$\tau = H(q)v + C[q, \dot{q}]\dot{q} + g(q) \quad (12)$$

โดยที่  $v$  เป็นสัญญาณเข้าตัวใหม่ ซึ่งมาจาก  $\ddot{q} = v$  จากสมการที่ (12) ซึ่งเป็นแรงบิดของแขนกลที่ได้จากการคำนวณทางคอมพิวเตอร์

โดยที่  $\dot{q} = q - q_d$  คือ Tracking error หรือ

$$v = \dot{q}_d - 2\lambda\dot{q} - \lambda^2 q \quad (13)$$

โดยที่  $\lambda > 0$  เสมอ และ  $q_d$  คือสัญญาณที่ป้อนเข้าระบบ

จากทฤษฎีของ Lyapunov Function พลังงานทั้งหมดจะเท่ากับพลังงานจลน์บวกกับพลังงานศักย์และค่าที่ได้จะต้องมากกว่าศูนย์เสมอ จึงได้สมการเป็น

$$V(t) = \frac{1}{2} [s^T H s] \quad (14)$$

ได้สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่ 1 ดังนี้

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{2} [s^T \dot{H} s] + \frac{1}{2} [\dot{s}^T H s] + \frac{1}{2} [s^T \dot{H} s] \quad (15)$$

เมื่อให้  $q_r$  เป็นสัญญาณที่คลาดเคลื่อนออกจากที่ต้องการ

โดยที่  $\dot{s} = \ddot{q} - \ddot{q}_r$

สามารถลดรูปสมการที่ (15) ได้เป็น

$$\dot{V}(t) = s^T(H\ddot{q} - H\ddot{q}_r) + \frac{1}{2}[s^T\dot{H}s] \quad (16)$$

โดย  $H\ddot{q}$  จากระบบพลวัตเป็น  $H\ddot{q} = \tau - C\dot{q} - g \approx \tau - C(s + \dot{q}_r) - g$  แทนที่เข้าในสมการ

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{2}s^T\dot{H}s - s^TCs + s^T(\tau - C\dot{q}_r - g - H\ddot{q}_r) \quad (17)$$

และจากคุณสมบัติของพลวัตของหุ่นยนต์จะได้  $s^T(\frac{\dot{H}}{2} - C)s = 0$  ดังนั้นจะสามารถลดรูปสมการที่ (17) ได้เป็น

$$\dot{V}(t) = s^T(\tau - C\dot{q}_r - g - H\ddot{q}_r) \quad (18)$$

$$\frac{dV}{dt} = \dot{V}(t) = s^T(-k \operatorname{sgn}(s)) \quad (19)$$

เมื่อ  $\tau = \hat{\tau} - k \operatorname{sgn}(s)$  และ  $\hat{\tau} = H\ddot{q}_r + \dot{C}\dot{q}_r + \hat{g}$  จะได้

$$\tau = H\ddot{q}_r + \dot{C}\dot{q}_r + \hat{g} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (20)$$

จากสมการ (20) ซึ่งเป็นสมการอินพุทของระบบหรือแรงบิดจากมอเตอร์ เพื่อให้ระบบเกิดเสถียรภาพ ซึ่งสามารถเขียนในรูปสมการเมทริกซ์ของแขนหุ่นยนต์ 2 แขนได้ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r1} \\ \ddot{q}_{r2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{h}\dot{q}_2 \\ \dot{h}\dot{q}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{h}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{r1} \\ \dot{q}_{r2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \operatorname{sat}(\frac{s_1}{\Phi}) \\ k_2 \operatorname{sat}(\frac{s_2}{\Phi}) \end{bmatrix}$$

**2.2 วิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ด้วย PD**

**Control** สมการไดนามิกของแขนหุ่นยนต์ 2 links สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{h}\dot{q}_2 \\ \dot{h}\dot{q}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{h}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

สามารถหาค่า  $\ddot{q}_1$  และ  $\ddot{q}_2$  จากการแก้สมการทางคณิตศาสตร์โดยวิธีอินเวอร์สเมทริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \right] \quad (22)$$

จากสมการข้างต้นสามารถใช้สมการสัญญาณอินพุท ค่า  $\tau_1$  และ  $\tau_2$

จาก (23) เพื่อให้ระบบเสถียรขึ้น

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = -(K_p) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - (K_D) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

โดยที่  $\tilde{q}_1 = q_1 - q_{d1}$  และ  $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{d2}$  ซึ่งเป็นค่า

Tracking errors

**3 การจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ต้นแบบ**

นำสมการที่(1) มาทำแบบจำลอง การควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink โดยมีค่า พารามิเตอร์ซึ่งประกอบด้วย

$$\begin{aligned} H_{11} &= a_1 + 2a_3 \cos q_2 + 2a_4 \sin q_2, \\ H_{12} = H_{21} &= a_2 + a_3 \cos q_2 + a_4 \sin q_2, \\ H_{22} &= a_2, \\ h &= a_3 \sin q_2 - a_4 \cos q_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } a_1 &= I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2, \\ a_2 &= I_e + m_e l_{ce}^2 \\ a_3 &= m_e l_1 l_{ce} \cos \delta_e \\ a_4 &= m_e l_1 l_{ce} \sin \delta_e \end{aligned}$$

ทดลองแก้สมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์จากค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ตามตารางที่ 1 เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์และทดสอบประสิทธิภาพของระบบควบคุมทั้ง 2 แบบ

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของแขนกลแบบ 2 แขน

Link 1	Link 2
$m_1 = 1$	$m_2 = 1$
$l_1 = 1$	
$l_e = 0.25$	$l_{ce} = 0.6$
$q_1 = 0^\circ$	$q_2 = 0^\circ$
$I_1 = 0.12$	$I_{cl} = 0.5$
$\delta_e = 30^\circ$	

**3.1 การควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วย PD Control**

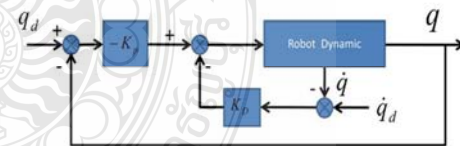
ใช้สมการที่ (22) และแทนค่าพารามิเตอร์จากตารางที่ 1 เพื่อนำไปจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink และใช้สมการที่ (23) ค่าของแรงบิด (torque) ซึ่งเป็นการควบคุมแบบ PD Control โดยใช้ค่า  $K_D = 100, K_P = 20K_D$  ส่วนเส้นทางเคลื่อนที่ของแบบจำลองได้สมมุติเป็น 2 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 (regulative) กำหนดให้เป็นจุดพักที่คงที่

$$q_{d1} = 30^\circ, q_{d2} = 45^\circ$$

แบบที่ 2 (tracking) กำหนดให้เป็นเส้นทางแบบฟังก์ชัน Cosine

$$q_{d1} = 30^\circ (1 - \cos(2\pi t)) \text{ และ } q_{d2} = 45^\circ (1 - \cos(2\pi t))$$



รูปที่ 2 Block diagram ของการควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบ PD control

**3.2 การควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วย Sliding Mode Control (SMC)**

นำสมการการควบคุมของ (SMC) ในสมการที่ (20) ไปแทนในสมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ ในสมการที่(22) จากนั้นนำค่าพารามิเตอร์ในตารางแหล่งในและทำการสมมุติให้มีการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักของระบบสูงสุด 25% และค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงจะเบี่ยงเบน

ไปประมาณ 20 % กำหนดให้เมตริกซ์  $\Lambda = 20I$ ,  $\eta_1 = \eta_2 = 0.1$  และ  $\phi_1 = \phi_2 = 0.05$

ส่วนเส้นทางการเคลื่อนที่ของแบบจำลองได้สมมุติเป็น 2 แบบเช่นกัน คือ

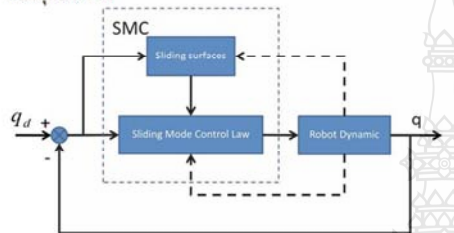
แบบที่ 1 (regulative) กำหนดให้เป็นจุดพิกัดที่คงที่

$$q_{d1} = 30^\circ, q_{d2} = 45^\circ$$

แบบที่ 2 (tracking) กำหนดให้เป็นเส้นทางแบบฟังก์ชัน Cosine

$$q_{d1} = 30^\circ(1 - \cos(2\pi t)) \text{ และ } q_{d2} = 45^\circ(1 - \cos(2\pi t))$$

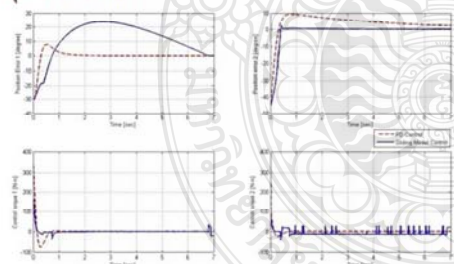
โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink ในการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ดังนี้



รูปที่ 3 Block diagram การควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบ sliding mode control

4 ผลการทดลอง

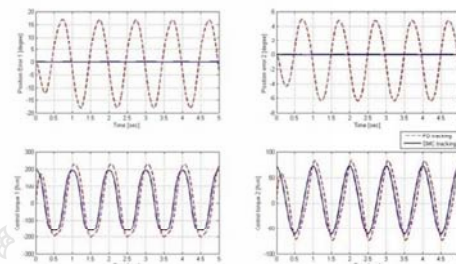
ในการสอบการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ 2 แกนโดยกำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นของมุมมีค่าเป็นศูนย์และเปรียบเทียบการควบคุมแบบ PD control และ แบบ SMC โดยพิจารณาจากค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและแรงบิดของแกนที่ 1 และ 2 โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink จำลองสมการทางคณิตศาสตร์ของแขนกล ซึ่งผลการทดลองที่ได้แสดงในกราฟที่ได้รูปที่ 5 และ 6 โดยทุกรูปจะประกอบไปด้วยกราฟ 2 ชุด คือ สองรูปด้านบนจะแสดงความผิดพลาดของตำแหน่งเทียบกับเวลา และสองรูปด้านล่างจะแสดงแรงบิดของแขนหุ่นยนต์ แกนที่ 1 และ 2



รูปที่ 5 การเปรียบเทียบการควบคุม ระหว่าง PD control และ sliding mode control สำหรับเส้นทางการเคลื่อนที่แบบที่ 1

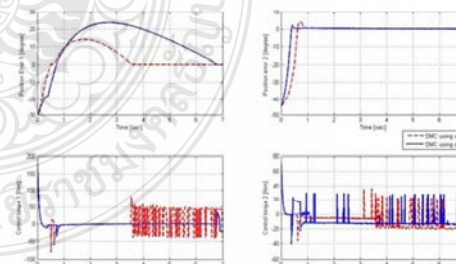
จากผลการจำลองเส้นทางการเคลื่อนที่ตามแบบที่ 1 (regulative) โดยกำหนดให้แขนกลเคลื่อนที่ไป  $30^\circ$  สำหรับแกนที่ 1 และ  $45^\circ$  สำหรับแกนที่ 2 โดยให้การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง จะเห็นได้ว่าระบบการ

ควบคุมแบบที่ดี สามารถควบคุมแขนกลแกนที่ 1 ให้เคลื่อนที่ไปยังจุดพิกัดที่กำหนดได้ดี และมีความราบเรียบกว่าการควบคุมแบบ SMC ที่ใช้ sat function แต่เมื่อพิจารณาแขนกลแกนที่ 2 ซึ่งเป็นส่วนปลายแขน จะเห็นได้ว่าระบบการควบคุมแบบ SMC ใช้เวลาน้อยกว่าในการเคลื่อนที่เข้าหาพิกัดที่กำหนด เมื่อพิจารณาได้จากความผิดพลาดของตำแหน่งในรูปที่ 5 และ state ของระบบก็เคลื่อนที่อยู่มาระนาบสไลด์ที่ตั้ง



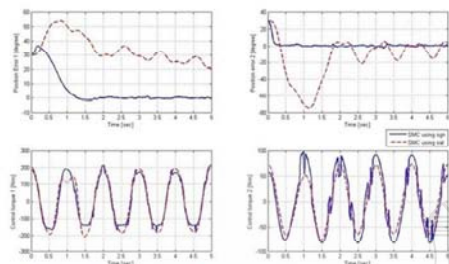
รูปที่ 6 การเปรียบเทียบการควบคุม ระหว่าง PD control และ sliding mode control สำหรับเส้นทางการเคลื่อนที่แบบที่ 2

เมื่อทำการทดลองสัญญาณเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นแบบที่ 2 (tracking) ซึ่งแสดงผลในรูปที่ 6 โดยให้การเคลื่อนที่เป็นรูปคลื่นแบบฟังก์ชัน cosine :  $30^\circ(1 - \cos(2\pi t))$  สำหรับแกนที่ 1 และ  $45^\circ(1 - \cos(2\pi t))$  สำหรับแกนที่ 2 เพื่อให้ระบบเกิดการแกว่ง เมื่อพิจารณาจะเห็นได้ว่าการควบคุมแบบสไลด์ดีจึงสามารถควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่ตามทางเส้นทางที่กำหนดไว้ได้เป็นอย่างดีว่าการควบคุมแบบที่ดีมาก ซึ่งพิจารณาได้จากความผิดพลาดของตำแหน่งของแขนหุ่นยนต์ทั้ง 2 แกน โดยสังเกตรูปที่ควบคุมแบบ PD จะเกิดการแกว่งกลับไปมาอยู่ระหว่าง  $\pm 50$  degree ในขณะที่การควบคุมด้วย SMC ที่ใช้ sat function มีความคลาดเคลื่อนน้อยมากเกือบเป็นศูนย์ดังแสดงในรูปที่ 6 จะเห็นได้ว่าข้อดีของการควบคุมแบบสไลด์ดีจึงโหมดสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ให้ติดตามเส้นทางที่กลับไปมาอย่างรวดเร็วได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่แรงบิดจากมอเตอร์ก็จะไม่เกิดปรากฏการณ์ chattering ด้วย



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบการใช้ sign function และ saturation function ในการควบคุมแบบ SMC สำหรับเส้นทางการเคลื่อนที่ในแบบที่ 1





รูปที่ 8 การเปรียบเทียบการใช้ sign function และ saturation function ในการควบคุมแบบ SMC สำหรับเส้นทางเคลื่อนที่ในแบบที่ 2

โดยกราฟรูปที่ 7 และ 8 แสดงผลการทดลองเปรียบเทียบการใช้ฟังก์ชันฟังก์ชัน (sign function) และฟังก์ชันแซตทูเรชัน (saturation function) ในระบบการควบคุมแบบ Sliding Mode Control สำหรับการควบคุมเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ เมื่อให้เงื่อนไขเริ่มต้นในแกนที่ 1 และ 2 เป็น  $30^\circ$  โดยใช้เส้นทางเคลื่อนที่แบบฟังก์ชัน cosine ของแบบจำลองในหัวข้อที่ 3.2 ซึ่งผลการทดสอบแสดงให้เห็นว่าการใช้ฟังก์ชันฟังก์ชันสำหรับการควบคุมแบบสไลด์ดิง จะทำให้เกิดปรากฏการณ์ Chattering ในแรงบิดของมอเตอร์มากกว่าการใช้ฟังก์ชันแซตทูเรชัน แต่จะช่วยลดความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ได้รวดเร็วกว่ามาก

## 5. สรุป

ระบบควบคุมแบบ Sliding Mode Control เป็นกาควบคุมแบบไม่เชิงเส้นที่มีประสิทธิภาพสูงในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด เมื่อเปรียบเทียบกับระบบควบคุมแบบ PD Control ในการจำลองทางคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม Matlab/Simulink ผลการทดลองที่ได้ จะเห็นว่าผลการเคลื่อนที่ที่ควบคุมแบบ Sliding Mode Control นั้นจะมีค่าความผิดพลาดของตำแหน่งน้อยกว่าและแรงบิดก็ตอบสนองได้ดีกว่าการควบคุมแบบ PD สำหรับการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนด (trajectory tracking) ถึงแม้เกิด Chattering ของสัญญาณควบคุม หรือแรงบิดของมอเตอร์ ก็สามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามเมื่อต้องการทำให้สัญญาณควบคุมเรียบขึ้น สามารถใช้แซตทูเรชันฟังก์ชันตามสมการที่ (11) แต่จะมีผลทำให้ความแม่นยำในการควบคุมลดลง และการประมวลผลของระบบจะใช้เวลานานขึ้นด้วย แต่ทั้งนี้การควบคุมแบบ SMC จะมีข้อดีอยู่ สำหรับการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดแบบ (trajectory regulative)

## 6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณอาจารย์และเจ้าหน้าที่ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ปทุมธานี ในการสนับสนุนงานวิจัยนี้จนสามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

## เอกสารอ้างอิง

- [1] ผศ.ดร.สถาพร ลักษณะเจริญ. (2548). **วิศวกรรมหุ่นยนต์ Robotics Engineering**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ ส.ส.ท. (ไทย-ญี่ปุ่น)
- [2] Jean-Lacques E.Slotine. **Applied Nonlinear Control**. New Jersey: Prentice-Hall.
- [3] Vadim Utkin, Jürgen Guldner, Jingxin Shi. **Sliding Mode Control in Electro-Mechanical System**. New York : CRC Press Taylor & Francis Group.
- [4] Mark W. Spong, Seth Hutchinson, M. Vidyasagar, **Robot Modeling and Control**. Wiley
- [5] F. Harashima, H Hashimoto, K. Maruyama, " Practical robust control of robot arm using variable structure system", Proc. Of IEEE, Int. Conf on Robotics and Automation, San Francisco, 532-538,1986.
- [6] H. Hashimoto, "A variable structure system with an invariant trajectory", Power electronics, Tokyo, Vol.2, 1983.
- [7] S. Nouri, M. Hamerlain, C. Mira, P. Lopez, "Variable structure model reference adaptive control using only input and out measurements for two one-link manipulators" IEEE-SMC, Le Touquet 1993.
- [8] H. Sira Ramirez, S. Ahmad, M. Zribi : "Dynamical feedback control of robotics manipulators with joint flexibility", TR.EE 90-70, December 1990, School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907.
- [9] J.J.E Slotine & J.A. Coetsee : "Adaptive sliding controller synthesis for non linear systems", Int. Jou. Control, Vol143, N°6, 1986.
- [10] V.I. Utkin, "Sliding modes and their application in variable structure system" Moscow, 1978.
- [11] V.I. Utkin, "Sliding modes in control and optimization", Edition Springer Verlag, 1992.
- [12] M. Belhocine, M. Hamerlain, K. Bouyucef, " Robot Control using a sliding mode" Gacem
- [13] วีรยุทธ ชาติชนะมัยนง, "การควบคุมหุ่นยนต์ได้น้ำอัดโน้มติโคยวีซีเอสไลดิงโหมด", บทความทางวิชาการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2553.
- [14] ทศพร แจ่มใส, ธนา ราชบุรีภักดี, บีโยส จิระวัฒนา, พงพันธ์ ชัยเนียม "การควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของคอยล์สปริงด้วยดีวีซีเออร์โวมอเตอร์ โดยเทคนิค การเรียนรู้และชดเชยความไม่แน่นอนผ่านการควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมด" การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่23, 2552.

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ - นามสกุล	นายบรรจง กะการดี
วัน เดือน ปีเกิด	1 กรกฎาคม 2513
ที่อยู่	51/10 หมู่ที่ 3 ต. บ้านใหม่ อ. ปากเกร็ด จ. นนทบุรี 11120
การศึกษา	สำเร็จการศึกษาระดับวิศวกรรมศาสตรครุศาสตร์อุตสาหกรรม บัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีราชมงคลวิทยาเขตเทเวศน์
ประสบการณ์การทำงาน	ดำรงตำแหน่งวิศวกร โครงการอาวุโส หน่วยงานวิศวกรรม บริษัทคิมเบอร์ลีย์-คล้าค ประเทศไทย จำกัด
พ.ศ. 2536 - 2553	
พ.ศ. 2554 – ปัจจุบัน	ดำรงตำแหน่งวิศวกรเครื่องกลอาวุโส หน่วยงานซ่อมบำรุง บริษัทคิมเบอร์ลีย์-คล้าค ประเทศไทย จำกัด

