

การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากแบบจำลองวัสดุแบบลูดวิกภายใต้
แรงยัดรั้งที่ปลายจากเคเบิล

**LARGE DEFLECTIONS OF CANTILEVER COLUMN MADE
FROM LUDWICK'S MATERIAL MODEL UNDER TENSION
FROM GUYED CABLE**

สหรับ โปธีนอก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากแบบจำลองวัสดุแบบลวดวิกภายใต้
แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิด

สำหรับ โพรธีนอก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากแบบจำลองวัสดุแบบ ลวดวิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิล
ชื่อ-นามสกุล	นายสหรัฐ โพธิ์นอก
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์บุญชัย ผึ้งไผ่งาม, ปร.ค.
ปีการศึกษา	2555

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เกี่ยวข้องกับการศึกษาการ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากแบบจำลองวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลวดวิกภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา การดึงเคเบิลจะกระทำผ่านสมอยึดที่ไว้แรงเสียดทาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายด้านยึดแน่นของเสา เป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของสมอยึดเสมอ

ปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับความรู้เชิงเส้นของรูปร่างเรขาคณิตและความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่ต้องคำนึงถึง กลุ่มของสมการอนุพันธ์ครอบคลุมปัญหาสามารถหาได้จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ และความโค้งของเสาที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลวดวิก และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-คุตดา อันดับที่ 7 และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม ในส่วนของวัสดุที่ศึกษาเป็นแบบไม่เชิงเส้นแบบลวดวิก มีช่วงค่าคงที่ของวัสดุ (n) เท่ากับ 0.5 1.0 2.0 และ 3.0 โดยที่ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต และผลจากการทดสอบเสาตัวอย่าง

จากการศึกษาพบว่าคำตอบที่ได้จากกระบวนการคำนวณที่ใช้ในการวิจัยนี้ กรณีที่แรงดึงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา น้ำหนักบรรทุกวิกฤติของเสามีค่าเข้าใกล้ $9.869 (\pi^2)$ เฉพาะกรณีที่วัสดุมีค่า $n = 1.0$ ในขณะที่กรณี $n < 1.0$ (เช่น $n = 0.5$) และ $n > 1.0$ (เช่น $n = 2.0$ และ 3.0) น้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าเป็นศูนย์ และเป็นอนันต์ ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับงานวิจัยในอดีต ในกรณีที่เคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของสมอยึดที่จุดรองรับที่ฐาน พบว่าเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเสาในส่วนของความแข็งแกร่งและความหยุ่นตัว เมื่อวัสดุมีความไร้เชิงเส้น นอกจากนี้ในส่วนผลของการทดสอบเสาตัวอย่างกรณีที่ทำจากวัสดุแบบโพลีคาร์บอเนต n เท่ากับ 1.0 ให้ผลที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับผลที่ได้จากทฤษฎี

คำสำคัญ : การ โกงตัวมาก, เสาปลายยื่น, วัสดุแบบลวดวิก, วิธียิงเป้า, รังเง-คุตดา

Thesis Title	Large Deflections of Cantilever Column made from Ludwick's Material Model under Tension from Guyed Cable
Name – Surname	Mr. Saharat Phonok
Program	Civil Engineering
Thesis Advisor	Mr. Boonchai Phungpaingam, Ph.D.
Academic Year	2012

ABSTRACT

This thesis is focused on the large deflection analysis of a cantilever column made from the non-linear material obeying the Ludwick's law subjected to the tension from a guyed cable. One end of the cable is attached to the free end of the column. The cable is pulled through a frictionless anchorage which is nailed apart from the fixed end of the column. Consequently, the direction of the tensile force in the cable always passes through the anchorage of the cable.

The presented problem concerns with the nonlinearities in both geometry and material. A set of governing differential equations of the problem is obtained from the moment-curvature expression of the column made from the Ludwick's material model and the geometric relations. The results of the problem can be computed by the shooting method incorporated with the 7th order Runge-Kutta integration technique and appropriate boundary conditions. The non-linear material used in this model is characterized by $n = 0.5, 1.0, 2.0$ and 3.0 . The numerical results are compared and contrasted with achieved research papers and from the experiment.

From this study, the solution can be computed by a numerical method. In the case of the tensile force in the cable always passes through the fixed end of the column, it is found that the critical load of a cantilever column is about $9.869 (\pi^2)$ for $n = 1.0$ only. For $n < 1.0$ (i.e., $n = 0.5$) and $n > 1.0$ (i.e., $n = 2.0$ and 3.0), the critical loads become zero and infinity, respectively. The results are in good agreement with those from the predecessors. In the case of the cable passes through the anchorage of the cable, it is found that the change of column behavior in terms of stiffness and flexibility can be observed when the material nonlinearity is introduced. In addition, the experiment for the case of $n=1.0$ is conducted and the experimental results are in good agreement with those from the theoretical results.

Keywords : large deflection, cantilever column, ludwick material, shooting method, runge-kutta

กิตติกรรมประกาศ

ผู้จัดทำวิทยานิพนธ์ขอขอบพระคุณ ดร.บุญชัย ผึ้งไผ่งาม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาเสียสละเวลาส่วนตนมาให้คำแนะนำ แนะนำแนวทางในการแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างการทำวิจัย รวมทั้งตรวจทานความถูกต้องจนทำให้การทำวิทยานิพนธ์มีความก้าวหน้าและสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ขอขอบพระคุณท่าน ดร.จตุพล ตั้งปกาศิต และ ดร.พุทธพล ทองอินทร์คำ จากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ที่กรุณาได้รับเป็นกรรมการวิทยานิพนธ์ และได้สละเวลามาดำเนินการสอบวิทยานิพนธ์นี้ และขอขอบพระคุณท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยณรงค์ อธิสกุล จากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ที่กรุณาได้รับเป็นกรรมการวิทยานิพนธ์ และได้สละเวลามาดำเนินการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลการทดสอบค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่นโพลีคาร์บอเนต ทั้งได้กรุณาให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์นี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ที่อนุญาตให้ใช้สถานที่ในการศึกษาและค้นคว้าวิจัย และขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ที่ให้การสนับสนุนเครื่องมือและอุปกรณ์ในการดำเนินงานสำหรับวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

สุดท้าย ขอคารวะกราบอาจารย์ทั้งในอดีตและปัจจุบันที่ท่านได้กรุณาประสิทธิ์ประสาทวิชาทุกท่าน และผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา พี่น้องทุกคนพร้อมครอบครัวของผู้เขียนที่คอยให้กำลังใจเสมอมา

สหรับ โพร้นอก

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฌ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ.....	
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์.....	3
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	3
1.4 ขอบเขตของการศึกษา.....	4
1.5 ขั้นตอนการศึกษา.....	4
1.6 ข้อจำกัดของการศึกษา.....	5
1.7 ผลที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
2 ภูมิหลังของงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
2.1 บทนำ.....	6
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
3 สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	11
3.1 สมมติฐานในการวิเคราะห์.....	11
3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด.....	11
3.3 สมการครอบคลุมปัญหาและเงื่อนไขขอบเขต.....	13
4 วิธีการศึกษา.....	20
4.1 บทนำ.....	20
4.2 พารามิเตอร์ที่มีการแปรผันค่าในการวิจัยครั้งนี้.....	20
4.3 กระบวนการคำนวณปัญหา.....	21

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4.4	ขั้นตอนการคำนวณ 22
4.5	การทดสอบเสาดตัวอย่าง..... 24
5	ผลการศึกษาและวิเคราะห์..... 27
5.1	การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ 27
5.2	ผลการศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของเสาปลายยื่น..... 29
5.3	ผลการคำนวณการโค้งตัวของเสาปลายยื่น 29
5.4	ผลการทดสอบการโค้งตัวของเสาตัวอย่าง..... 54
5.5	เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลจากการทดสอบเสาดตัวอย่าง 54
6.	สรุปและข้อเสนอแนะ..... 58
6.1	สรุป..... 58
6.2	ข้อเสนอแนะ 59
	รายการอ้างอิง..... 61
	ภาคผนวก..... 64
	ภาคผนวก ก ระเบียบวิธีการยิงเป้า 65
	ภาคผนวก ข ระเบียบวิธีรังเง-คุดตา..... 68
	ภาคผนวก ค ระเบียบวิธีนิวตัน 70
	ภาคผนวก ง โปรแกรมการคำนวณ..... 73
	ภาคผนวก จ ผลการคำนวณเชิงตัวเลข 83
	ภาคผนวก ฉ ผลการทดสอบเสาดตัวอย่าง กรณี $n = 1.0$ 108
	ภาคผนวก ช ความสัมพันธ์ระหว่างค่ามุม θ_0 กับ α กรณี $\bar{h}_a = 0.00$ 115
	ภาคผนวก ซ การทดสอบหาค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่นโพลีคาร์บอเนต 117
	ภาคผนวก ฌ การย้ายแกนกราฟของการโค้งตัวของเสา..... 121
	ภาคผนวก ฉ ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับ การทดสอบเสาดตัวอย่าง 123
	ภาคผนวก ฎ ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่ 139
	ประวัติผู้เขียน 157

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 ชนิดของวัสดุกับค่า n ที่นำมาใช้คำนวณในงานวิจัยนี้	13
5.1 เปรียบเทียบผลการคำนวณหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ จากงานวิจัยนี้กับรายการอ้างอิง [1, 17] ซึ่งเป็นกรณีแรงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา ($\bar{h}_a = 0.00$)	28
5.2 เปรียบเทียบผลการคำนวณหาค่าผลรวมของมุมสูงสุดที่ส่วนปลายอื่นของเสา เมื่อ \bar{u} มีค่าเข้าใกล้ 1.00 จากงานวิจัยนี้กับรายการอ้างอิง [1]	28
5.3 ผลการคำนวณหาแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ตามลำดับ	31
5.4 ผลการคำนวณหาแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.50$ เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ตามลำดับ	32
5.5 ผลการคำนวณหาแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$ เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ตามลำดับ	33
5.6 ผลการคำนวณหาแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$ เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ตามลำดับ	34
5.7 เปรียบเทียบค่าตัวแปรต่างๆที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ เมื่อ $n=1.0$	56
5.8 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ.....	57

สารบัญญภาพ

ภาพที่	หน้า
1.1	2
1.2	2
2.1	7
3.1	12
3.2	13
3.3	14
3.4	14
3.5	14
3.6	15
3.7	15
4.1	22
4.2	23
4.3	25
4.4	25
4.5	26
4.6	26
5.1	28
5.2	36
5.3	36
5.4	37

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$	37
5.6 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$	38
5.7 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.50$	39
5.8 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$	39
5.9 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$	40
5.10 ความสัมพันธ์ระหว่างมุม α กับค่ามุมของการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	41
5.11 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) กับค่ามุมของการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	42
5.12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) กับค่ามุม α ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	43
5.13 การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 0.5$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	44
5.14 การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 1.0$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	44
5.15 การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 2.0$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	45
5.16 การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 3.0$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50	45
5.17 การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$	46

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
5.18 การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.50$	47
5.19 การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$	47
5.20 การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$	48
5.21 ผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ที่ \bar{u} เข้าใกล้ 1.0 กรณี $\bar{h}_a = 0.00$	48
5.22 ผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ที่ \bar{u}_{max} กรณี $\bar{h}_a = 0.00$	49
5.23 ผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ที่ตำแหน่งปลายเสาอยู่ที่จุดเดียวกันกับจุดยึดแน่น กรณี $\bar{h}_a = 0.00$	50
5.24 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$	51
5.25 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ θ_0 ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$	51
5.26 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ α ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$	52
5.27 เปรียบเทียบค่าของ θ_0 และ α ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$	52
5.28 เปรียบเทียบค่าของ θ_0 และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$	53
5.29 เปรียบเทียบค่าของ α และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$	53

บทที่ 1

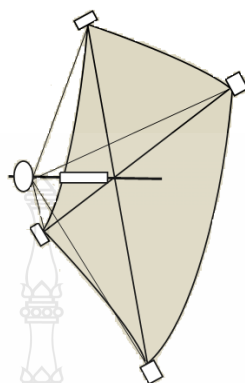
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากความก้าวหน้าในเทคโนโลยีด้านวัสดุ สำหรับการผลิตลวดเหล็กที่มีคุณภาพดี ที่เชื่อถือได้ และความแข็งแรงสูง ในปัจจุบันพบว่าสายเคเบิลสำหรับยึดรั้งโครงสร้างได้มีการนำมาใช้ในทางวิศวกรรมอย่างแพร่หลายในการก่อสร้างต่างๆ รวมทั้งสะพานแขวน (Suspension Bridges) สะพานขึงเคเบิล (Cable-Stayed Bridges) อาคารโดม (Dome Buildings) สายเคเบิลยึดหลังคาสนามกีฬาขนาดใหญ่ สายเคเบิลยึดอาคารสื่อสาร โทรคมนาคม ฯลฯ การเพิ่มประสิทธิภาพของโครงสร้างโดยใช้สายเคเบิล ช่วยให้สามารถออกแบบให้โครงสร้างมีน้ำหนักเบา และ ลักษณะสวยงามยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตาม เมื่อลดน้ำหนักของระบบโครงสร้างลงก็เป็นการลดความแข็งแรง (Stiffness) ของส่วนประกอบของโครงสร้างด้วย ดังนั้น ลักษณะรูปทรงเรขาคณิตของระบบโครงสร้างที่เป็นแบบไม่เชิงเส้น (Geometric Nonlinearity) จะ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถมองข้ามได้ ในการวิเคราะห์โครงสร้างที่มีการยึดรั้งด้วยสายเคเบิล ตัวอย่างเช่น พฤติกรรมการเสียรูปแบบไม่เชิงเส้น ของอาคารสื่อสารที่มีการยึดรั้งด้วยสายเคเบิล ทั้งในระหว่างขั้นตอนก่อสร้างและใช้งาน โดยทั่วไปพฤติกรรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นของโครงสร้างที่ดึงด้วยเคเบิล มักเกิดจากการเปลี่ยนแปลงขนาดของแรงในสายเคเบิล เนื่องจากการยืดหรือ เกิดจากการเสียรูปมากของชิ้นส่วนประกอบของโครงสร้าง ภายใต้การกระทำของแรงลม หรือ แผ่นดินไหว [1]

ในการพิจารณาลักษณะปัญหาแบบไม่เชิงเส้นของวิชากลศาสตร์โครงสร้าง (Structural Mechanics) ได้แบ่งเป็น 3 ลักษณะหลักๆ ดังนี้คือ ลักษณะที่คุณสมบัติวัสดุแบบไม่เชิงเส้น (Material Nonlinearity) คือ ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดที่ไม่เป็นเชิงเส้น เช่น คุณสมบัติของวัสดุยืดหยุ่นแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Elasticity) คุณสมบัติวัสดุแบบพลาสติก (Plasticity) ลักษณะรูปทรงเรขาคณิตที่เป็นแบบไม่เชิงเส้น (Geometric Nonlinearity) คือการเสียรูปเกิดขึ้นมากจนกระทั่งต้องนำการเสียรูปของโครงสร้างมาคำนวณด้วย และของเงื่อนไขขอบเขตที่ไร้เชิงเส้น เช่น ปัญหาที่ผิวสัมผัสกัน (Contact Problems) การเกิดอันตรกิริยา (Interaction) ระหว่างวัตถุ 2 ชนิด บริเวณผิวที่สัมผัสกัน [2] ในส่วนของประโยชน์ของการนำเอาผลที่ได้จากงานวิจัยในแนวนี ไปพัฒนาเพื่อนำไปใช้งานจริง ได้มีนักวิจัยในอดีตหลายท่านได้นำเสนอเอาไว้ เช่น พฤติกรรมการโค้งงอของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ซึ่งนำไปเทียบเคียงกับกรณีการโค้งงอของหูดขา (Flexible Boom)

ยี่ดโซล่าเซลล์ (Square, Kite-Shaped Solar-Sails) [3] และ การประยุกต์ใช้ในงานด้านวิทยาศาสตร์การกีฬา โดยเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุประเภทยี่ดหยุ่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล มีพฤติกรรมคล้ายกันกับคันเปิดตกปลา [4]



ภาพที่ 1.1 แผงโซล่าเซลล์แบบว่าว (Square, Kite-Shaped Solar-Sails) [3]



ภาพที่ 1.2 คันเปิดตกปลา [4]

สำหรับงานวิจัยนี้ จะเป็นการวิเคราะห์ปัญหาการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลวดวิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจุดรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ ปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับความรู้เชิงเส้นของรูปร่างเรขาคณิต และความรู้เชิงเส้นของวัสดุที่ต้องคำนึงถึง กลุ่มของสมการอนุพันธ์ครอบคลุมปัญหาสามารถหาได้จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งของเสาแบบลวดวิก และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-กูดตา อันดับที่ 7 และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม

ผลที่ได้จากการศึกษานี้จะเป็นความรู้พื้นฐาน นำไปสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมของโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลวดวิก ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นจากทั้ง

เรขาคณิตและวัสดุ ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ซึ่งงานวิจัยในอดีตพิจารณาถึงเฉพาะผลของวัสดุที่มีความเป็นเชิงเส้นเท่านั้น ในขณะที่ผลของความไร้เชิงเส้นของวัสดุยังไม่ได้ถูกนำมาพิจารณากับปัญหาที่นำเสนอ ดังนั้น การคำนึงถึงผลของวัสดุที่ไร้เชิงเส้นสามารถทำให้งานวิจัยในแนวนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และจัดเป็นปัญหาทางอิลาสติกาที่น่าสนใจมากกว่าปัญหาหนึ่ง เนื่องจากปัญหาในลักษณะนี้มีสมการครอบคลุมปัญหา (Governing Equation) ที่มีความไร้เชิงเส้น (Non-Linear) สูง ซึ่งโดยทั่วไปวิธีการแก้ปัญหาลักษณะนี้สามารถกระทำได้โดย 3 วิธีหลักๆ คือ วิธีอีลิปติกอินทิกรัล (Elliptic-Integral Method) วิธียิงเป้า (Shooting Method) และ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) โดยที่วิธีการแรกได้ให้คำตอบในรูปแบบปิด ในส่วนของสองวิธีหลังให้คำตอบในเชิงตัวเลข ซึ่งข้อดีข้อเสียของแต่ละวิธีได้กล่าวเอาไว้แล้วในงานวิจัยของ [5] โดยในการวิจัยนี้ ใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-คุตดา อันดับที่ 7 และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมในการแก้ปัญห แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองในบางกรณี

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

- 1.2.1 เพื่อวิเคราะห์และหาคำตอบของปัญหา
- 1.2.2 เพื่อศึกษาพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ดึงรั้งด้วยสายเคเบิล
- 1.2.3 เพื่อหาค่าของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ (ถ้ามี) ของเสาปลายยื่นที่ดึงรั้งด้วยสายเคเบิล
- 1.2.4 เพื่อศึกษาผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสา

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบดัดวิคภายใต้แรงดึงจากเคเบิล มีดังต่อไปนี้

- 1.3.1 วัสดุทำเสามีความเป็นเนื้อเดียวกันตลอด (Homogenous) และมีคุณสมบัติทางกายภาพเหมือนกันในทุกทิศทางตลอดความยาวเสา (Isotropic Material)
- 1.3.2 เสาไม่มีการยืดหรือหดตัวตามแนวแกนเมื่อรับแรง
- 1.3.3 แรงดึงจากสายเคเบิลมีทิศทางทำมุมกับแนวตั้งและตำแหน่งยึดสายเคเบิลอยู่กับที่เสมอ
- 1.3.4 เสาเกิดการโก่งตัวมากแต่ความเครียดมีค่าน้อย
- 1.3.5 การแอ่นตัวของเสาปลายยื่นเป็นไปตามทฤษฎีของ Bernoulli-Euler
- 1.3.6 คุณสมบัติของวัสดุเป็นไปตามกฎความสัมพันธ์ของดัดวิค

1.3.7 ไม่พิจารณาผลอันเนื่องมาจากน้ำหนักของวัสดุทำเสา (Self Weight)

1.4 ขอบเขตของการศึกษา

การวิจัยครั้งนี้จำกัดแต่เฉพาะการศึกษาในส่วนของ

1.4.1 แบบจำลองของงานวิจัยเป็นเสาปลายยื่นทำจากวัสดุแบบไม่เชิงเส้น ถูกดึงรั้งด้วยสายเคเบิลที่ส่วนปลายเสาและทำมุมกับแนวตั้ง โดยที่ตำแหน่งฐานยึดสายเคเบิลอยู่กับที่เสมอ

1.4.2 การคำนวณเชิงตัวเลขใช้วัสดุเป็นแบบไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ซึ่งมีสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดอยู่ในรูป $\sigma(\epsilon) = \text{sgn}(\epsilon)E|\epsilon|^n$ โดยที่ E และ n เป็นค่าคงที่ของวัสดุ และใช้ค่า $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0

1.4.3 การทดสอบตัวอย่างจะทดสอบเฉพาะกรณีที่ว่าวัสดุเป็นเชิงเส้นเท่านั้น โดยใช้วัสดุเป็นแผ่นโพลีคาร์บอเนต (Polycarbonate Sheet) มีค่า $n = 1.0$

1.5 ขั้นตอนการศึกษา

งานวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ที่ถูกดึงรั้งด้วยสายเคเบิลที่ส่วนปลายเสา และทำมุมกับแนวตั้ง โดยที่ตำแหน่งฐานยึดสายเคเบิลอยู่กับที่เสมอ การแก้สมการครอบคลุมของปัญหาด้วยวิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-คุตตา อันดับที่ 7 โดยที่แบบจำลองของปัญหา มีขั้นตอนการศึกษา คือ

1.5.1 ศึกษาคุณสมบัติของวัสดุที่แบบเชิงเส้นและแบบไม่เชิงเส้น

1.5.2 ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.5.3 ศึกษาทฤษฎีการเสียรูปมากของเสา (Large Deformation of Column)

1.5.4 ศึกษาการเขียน โปรแกรม MATLAB

1.5.5 ศึกษาวิธียิงเป้า (Shooting Method) และ การอินทิเกรตด้วยวิธีรังเง-คุตตา (Runge-Kutta Method)

1.5.6 เขียนสมการครอบคลุมของปัญหา (Governing Equation) และกำหนดขอบเขตเงื่อนไขที่เหมาะสมในการหาคำตอบ (Boundary Condition)

1.5.7 เขียน โปรแกรมและหาคำตอบเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรม MATLAB

1.5.8 เตรียมเสาตัวอย่างและอุปกรณ์สำหรับทดสอบตัวอย่าง (Experimental Preparation and Test Setup) โดยวัสดุทำเสาในงานวิจัยนี้ใช้แผ่นโพลีคาร์บอเนต (Polycarbonate Sheet) ขนาด 2 มม. x 50 มม. x 350 มม. มีค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น 20,525 กก./ซม.²

1.5.9 เปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรมกับผลที่ได้จากการทดสอบเสาตัวอย่าง

1.5.10 สรุปผลการศึกษา

1.6 ข้อจำกัดของการศึกษา

1.6.1 การทดสอบเสาตัวอย่างเฉพาะกรณีวัสดุเป็นแบบเชิงเส้น $n = 1.0$ เท่านั้น ในส่วนวัสดุแบบไม่เชิงเส้น $n = 0.5$ 2.0 และ 3.0 ไม่ทำการทดสอบเนื่องจากมีขีดจำกัดในการจัดหาวัสดุตัวอย่าง

1.6.2 ไม่พิจารณาผลกระทบที่เกิดจากการยืดหดตามแนวแกน (Axial Deformation)

1.6.3 ไม่พิจารณาผลอันเนื่องมาจากการเสีรูปร่างเนื่องจากแรงเฉือน (Shear Deformation)

1.7 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

รูปแบบของเสาที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มีลักษณะเป็นเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจตุรกรรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ โดยที่งานวิจัยนี้ใช้คุณสมบัติของวัสดุแบบไม่เชิงเส้นประเภทลวดวิค มีค่า $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ซึ่งทำให้ทราบถึงพฤติกรรมของวัสดุได้กว้างขวางกว่าวิธีการประเมินด้วยการใช้คุณสมบัติของวัสดุที่เป็นแบบเชิงเส้น เนื่องจากวัสดุในปัจจุบันหลายชนิดไม่ได้เป็นวัสดุที่เป็นเชิงเส้น วัสดุจำพวกนี้ได้แก่ วัสดุประเภทโพลีเมอร์ และโลหะอัลลอย เป็นต้น ดังนั้นจึงทำให้งานวิจัยในแนวนี้มีความสมบูรณ์และครอบคลุมปัญหายิ่งขึ้น โดยที่ผลที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัยมีดังนี้

1.7.1 ทราบพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ดิ่งด้วยสายเคเบิล

1.7.2 สามารถหาค่าของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ (ถ้ามี) ของเสาปลายยื่นที่ดิ่งด้วยสายเคเบิล

1.7.3 ทราบผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสา

บทที่ 2

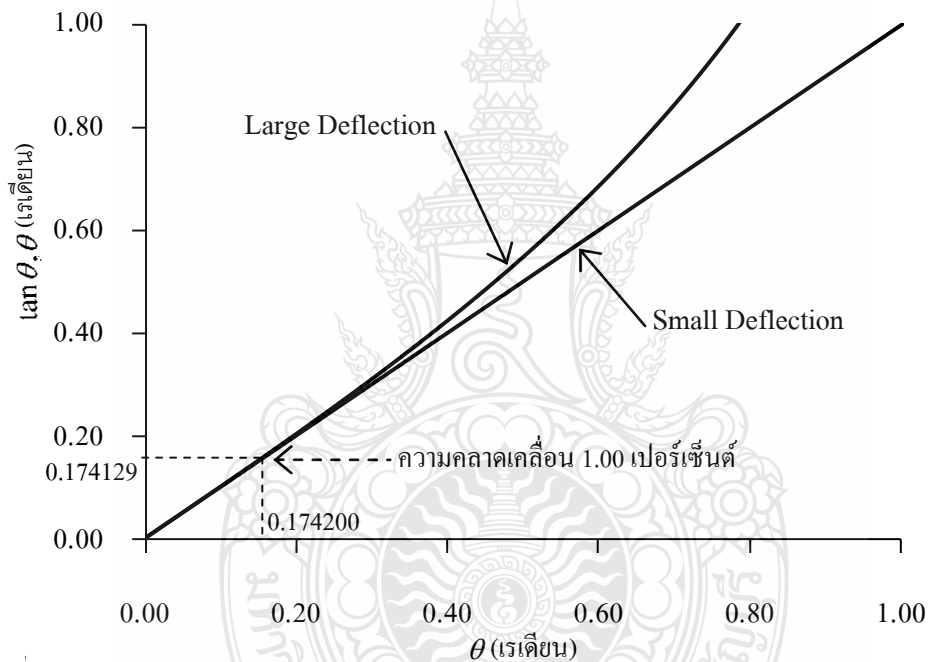
ภูมิหลังของงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

ในการวิเคราะห์หาค่าการแอ่นตัว โดยทั่วไปนิยมใช้ทฤษฎีการคัตเบื่องต้น ดังสมการที่ 2.2 ซึ่งสมมติให้การเปลี่ยนรูปของเสาหรือคาน ตามสมการที่ 2.1 มีค่าน้อยมาก ทำให้เทอมของ dy/dx ในสมการที่ 2.1 มีค่าน้อยมาก ดังนั้นเทอมของ $[dy/dx]^2$ จึงสามารถตัดทิ้งได้ ภายหลังจากการตัดเทอม $[dy/dx]^2$ ออกแล้ว สมการที่ 2.1 จะเปลี่ยนรูปเป็นสมการที่ 2.2 ซึ่งเป็นสมการสำหรับวิเคราะห์การแอ่นตัวของคาน-เสา ในกรณีที่มีการแอ่นตัวมีค่าน้อยมาก ดังนั้นทฤษฎีการคัตเบื่องต้นจะให้ค่าที่ถูกต้องใกล้เคียงความจริงเมื่อการแอ่นตัวมีค่าน้อย แต่ในบางกรณีการแอ่นตัวมากสามารถเกิดขึ้นได้ โดยที่คุณสมบัติของวัสดุยังอยู่ในช่วงอีลาสติก สำหรับในกรณีเช่นนี้ทฤษฎีการคัตเบื่องต้นดังสมการที่ 2.2 จะไม่สามารถให้คำตอบที่ใกล้เคียงความจริงได้ [6] ดังนั้นในการวิเคราะห์การแอ่นตัวมากจึงจำเป็นที่จะต้องใช้สมการที่ 2.1 ในการแก้ไขปัญหา ซึ่งสมการที่ 2.1 เป็นสมการที่มีความไร้เชิงเส้นจึงจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงในการแก้ไขปัญหาเช่น วิธีอีลิปติกอินทิกรัล วิธียิงเป้า เป็นต้น ผลของการแอ่นตัวมากของคานจะมีผลกระทบน้อย เมื่อเทอม dy/dx ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\tan \theta$ เมื่อ θ มีค่าน้อย ค่าของ $\tan \theta$ จะมีค่าเข้าใกล้ θ ดังนั้น หากพิจารณาตามรูปที่ 2.1 หลักในการพิจารณาว่าจะเลือกใช้สมการที่ 2.1 หรือ 2.2 ในการคำนวณหาค่าการแอ่นตัว นั้น ขึ้นอยู่กับค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ เช่น ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้เท่ากับ 1.00 เปอร์เซ็นต์ ค่า θ ต้องไม่มากกว่า 0.1742 เรเดียน เป็นต้น ในปัจจุบันมีแบบจำลองวัสดุอื่นๆที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้สอดคล้องกับพฤติกรรมของวัสดุที่แท้จริง อาทิเช่น แบบจำลองของวัสดุแบบลูควิก เป็นต้น ซึ่งเป็นเป้าหมายของงานวิจัยนี้ ที่ต้องการศึกษาผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น ที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลูควิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจุดรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา เป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ โดยใช้ทฤษฎีการคัตของ Bernoulli-Euler และใช้ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์คัต (M) และความโค้ง (κ) ของเสาหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง b ความลึก h และ ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูควิก (Non-Linear Elastic Ludwick Materials) ในการสร้างสมการครอบคลุมปัญหา จากนั้นจึงจะนำสมการที่ได้ไปหาคำตอบต่อไป

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \approx \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (2.2)$$



ภาพที่ 2.1 ความแตกต่างระหว่างการเลือกใช้ทฤษฎีการโก่งตัวมากกับการโก่งตัวน้อย

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในอดีตที่ผ่านมา งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการโก่งตัวของเสาและคาน ภายใต้แรงกระทำรูปแบบต่างๆ ได้รับความสนใจจากนักวิจัยอย่างต่อเนื่อง ดังเห็นได้จากมีบทความวิจัยตีพิมพ์จำนวนมาก ซึ่งจากที่รวบรวมมาสามารถแบ่งตามความไร้เชิงเส้นของวัสดุ ได้ดังนี้

2.2.1 กรณี เสาและคาน ทำจากวัสดุที่เป็นเชิงเส้น

Yau [1] ได้ศึกษาพฤติกรรมการโก่งตัวของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล แก้ไขปัญหาโดยวิธีอีลิปติกอินทิกรัล แล้วหาคำตอบในรูปแบบปิด (Closed-form Solutions)

Holland et al. [3] ได้ศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัว ความถี่ธรรมชาติ และรูปแบบการสั่นของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล หากผลเฉลยโดยใช้วิธียิงเป้าเปรียบเทียบกับผลการทดสอบตัวอย่าง ซึ่งลักษณะของปัญหาจะมีพฤติกรรมคล้ายกันกับเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ซึ่งนำไปเทียบเคียงกับกรณีการโค้งเดาะของซูดซา (Flexible Boom) ยี่ด โซล่าเซลล์ (Square, Kite-Shaped Solar-Sails) ซึ่งเมื่อขายึดเกิดการโค้งเดาะ จะเกิดแรงดึงขึ้นภายในแผงเซลล์พลังงานแสงอาทิตย์ (Solar Sail Membrane)

Ohtsuki [4] ได้ทำการวิเคราะห์ลักษณะการเสีรูปร่างของคันเป็ดตกปลา โดยอาศัยทฤษฎีการเสีรูปร่างมาก หากคำตอบเชิงตัวเลขเปรียบเทียบผลการทดสอบตัวอย่าง ซึ่งงานวิจัยนี้เป็นการประยุกต์ใช้ในงานด้านวิทยาศาสตร์การกีฬา โดยเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุประเภทยืดหยุ่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล มีพฤติกรรมคล้ายกันกับคันเป็ดตกปลา ซึ่งเมื่อปลาขึ้นเหยื่อและลากดึงไปมา จะทำให้คันเป็ดเกิดการโค้งตัวมาก ดังนั้นการศึกษาดังกล่าว นำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบและเลือกใช้วัสดุให้เหมาะสม

Bisshopp และ Drucker [7] ได้นำเสนอการหาคำตอบของปัญหาการโค้งตัวมากของคานยื่นที่ถูกกระทำด้วยแรงในแนวตั้งที่ปลายคาน โดยวิธีอีลิปติกอินทิกรัล

Rao และ Rao [8] ได้นำเสนอผลการวิเคราะห์การโค้งตัวมากของคานยื่น ที่อยู่ภายใต้แรงหมุนเอียงที่ปลายคาน โดยใช้วิธีริงเง-คูตดา อันดับที่ 4

Lee et al. [9] ได้ศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของคานยื่นที่มีความกว้างของหน้าตัดแปรผัน โดยทำการทดลองเปรียบเทียบกับกรคำนวณด้วยวิธี Runge-Kutta-Falsi

Wang และ Kitipornchai [10] ได้นำเสนอเทคนิคยิงเป้าแบบประสิทธิภาพ (Shooting Optimization) เพื่อหาค่าการโค้งตัวมากและพฤติกรรมการโค้งเดาะของชิ้นส่วน โครงสร้าง

Sripirom และ Chucheeprakul [11] ได้ศึกษาพฤติกรรมการแอ่นตัวของคานยื่น โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ระบบแกนแบบแท้จริง (Intrinsic Coordinate)

Farid [12] ได้นำเสนอวิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลขแบบแม่นยำตรงของการโค้งตัวมากของ คันทนุ และ ลูกศรคันทนุ

Sadder et al. [13] ได้ศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิลที่ผ่านจุดปลายอิสระ จุดกึ่งกลางเสา และ จุดยึดแน่น แก้ปัญหาโดยวิธีอีลิปติกอินทิกรัล แล้วหาคำตอบในรูปแบบปิด ซึ่งงานวิจัยในลักษณะนี้มีการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมการออกแบบที่ต้องการน้ำหนักที่เบา (Ultra-Lightweight) ของโครงสร้างในงานวิศวกรรมอากาศยาน (Aerospace Engineering) เช่น แขนหุ่นยนต์ที่มีความยืดหยุ่นตัวได้ (Flexible Robotics Arms) เครื่องมือทาง

การแพทย์ (Biomedical Instrument) และ ก้านที่มีความยืดหยุ่นตัวได้ (Flexible Fixing Rod) ในงานเทคโนโลยีด้านอวกาศ

ซึ่งทั้งหมดที่กล่าวมานั้น ได้ศึกษาเฉพาะในส่วนที่พฤติกรรมของวัสดุเป็นแบบเชิงเส้นเท่านั้น

2.2.2 กรณี เสาและคาน ทำจากวัสดุที่ไม่เชิงเส้น

สำหรับกรณีที่เป็นคานยื่น ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น (Non-linear Elastic Material)

Lewis และ Monasa [14] ได้นำเสนอคำตอบเชิงตัวเลขของการโก่งตัวมากของคานยื่น ที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ภายใต้แรงในแนวตั้งที่ปลายคาน

Lee [15] ได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาคล้ายกับ [9] แต่ลักษณะของแรงกระทำเป็นแบบผสมระหว่างแรงในแนวตั้งที่ปลายคาน และแรงแผ่กระจายตลอดความยาวคาน

มงคล นามลักษณ์ และคณะ [16] ได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาการโก่งตัวมากของคานยื่นที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ภายใต้แรงแบบเปลี่ยนแปลงทิศทางตามการเสีรูปร่างที่ปลาย

นฤพนธ์ ศิลาภากุล [17] ได้ศึกษาพฤติกรรมการแอ่นตัวมากของคานที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ภายใต้แรงกระทำแบบต่างๆ แล้วหาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธียิงเป้าและการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบวิ่งเง-กูดตา

Brojan et al. [18] ได้ศึกษาพฤติกรรมก่อนและหลังการโก่งเดาะของเสาที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูควิก แล้วหาผลเฉลยโดยวิธีการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบวิ่งเง-กูดตา

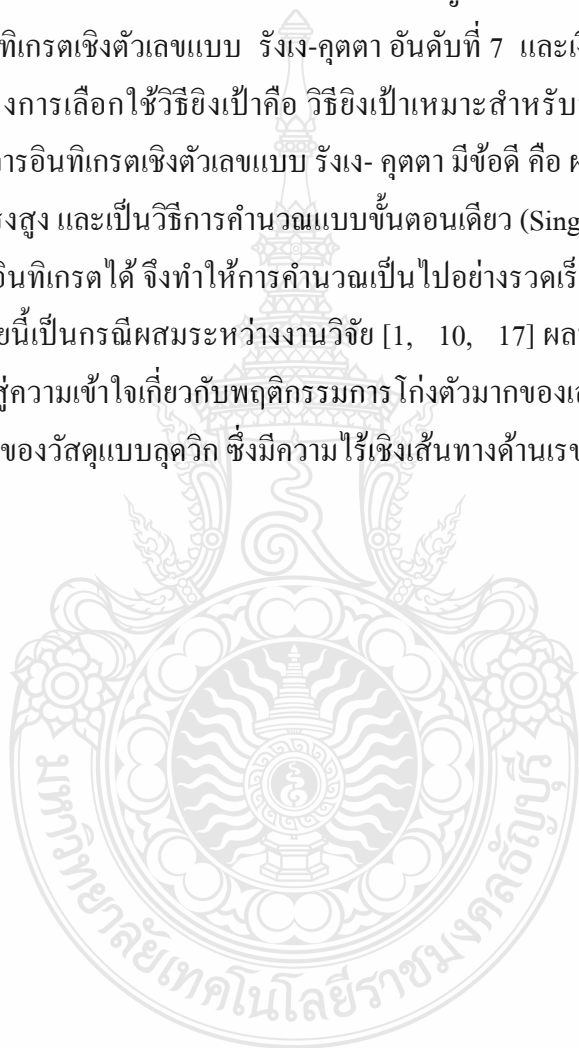
Athisakul et al. [19] ได้ศึกษาผลกระทบของวัสดุไม่เชิงเส้นต่อการแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ภายใต้น้ำหนักบรรทุกทุกแบบแผ่กระจาย หาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธียิงเป้าแบบประสิทธิภาพ

Solano-Carrillo [20] ได้นำเสนอวิธีหาคำตอบแบบกึ่งแม่นตรง (Semi-Exact Solutions) สำหรับวิเคราะห์การโก่งตัวมากของคานยื่น ที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ภายใต้แรงในแนวตั้งที่ปลายคานและแรงแผ่กระจายตลอดความยาวคาน

Phungpaingam et al. [21] ได้นำเสนอวิธีวิเคราะห์พฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของเสาที่มีจุดรองรับแบบหมุนทั้งสองด้าน โดยใช้แบบจำลองแบบก้านแข็ง (Rigid Link) โดยที่สปริงที่จุดต่อมีคุณสมบัติแบบลูควิก ภายใต้แรงอัดในแนวแกน หาผลเฉลยโดยวิธีพลังงาน วิธีทางเลือกดังกล่าวไม่จำเป็นต้องใช้สมการอนุพันธ์ในการแก้ปัญหา

สำหรับงานวิจัยนี้ มีวัตถุประสงค์ที่ต้องการศึกษาผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น ที่มีแบบจำลองของ

วัสดุแบบลวดวิกภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจตุรรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ ปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับความรู้เชิงเส้นของรูปร่างเรขาคณิต และความรู้เชิงเส้นของวัสดุที่ต้องคำนึงถึง กลุ่มของสมการอนุพันธ์ครอบคลุมปัญหาสามารถหาได้จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งของเสาแบบลวดวิก และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-คูดตา อันดับที่ 7 และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม โดยที่ข้อได้เปรียบของการเลือกใช้วิธียิงเป้าคือ วิธียิงเป้าเหมาะสำหรับนำมาแก้ปัญหาในลักษณะขอบเขต ส่วนเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-คูดตา มีข้อดี คือ ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความแม่นยำเที่ยงตรงสูง และเป็นวิธีการคำนวณแบบขั้นตอนเดียว (Single Step) ทำให้สามารถปรับขนาดของช่วงในการอินทิเกรตได้ จึงทำให้การคำนวณเป็นไปอย่างรวดเร็ว จากที่ได้กล่าวมาแล้วอาจพิจารณาได้ว่า งานวิจัยนี้เป็นกรณีผสมระหว่างงานวิจัย [1, 10, 17] ผลที่ได้จากการศึกษานี้จะเป็นความรู้พื้นฐาน นำไปสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลวดวิก ซึ่งมีความรู้เชิงเส้นทางด้านเรขาคณิตและวัสดุ ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล



บทที่ 3

สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.1 สมมติฐานในการวิเคราะห์

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นที่มีแบบจำลองวัสดุแบบลูควิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจตุรรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา เป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ มีข้อสมมติฐาน ตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 1

3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

สมการของโมเมนต์และความโค้งได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด โดยในงานวิจัยนี้ ใช้คุณสมบัติของวัสดุแบบไม่เชิงเส้นประเภทลูควิก โดยความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดแบบลูควิกเป็นไปตามสมการที่ (3.1) และ ในภาพที่ 3.1 [14, 22]

$$\sigma(\varepsilon) = \text{sgn}(\varepsilon)E|\varepsilon|^{\frac{1}{n}} \quad (3.1)$$

เมื่อ σ คือ ความเค้น และ ε คือ ความเครียด ส่วน n และ E เป็นค่าคงที่ของวัสดุแบบลูควิก

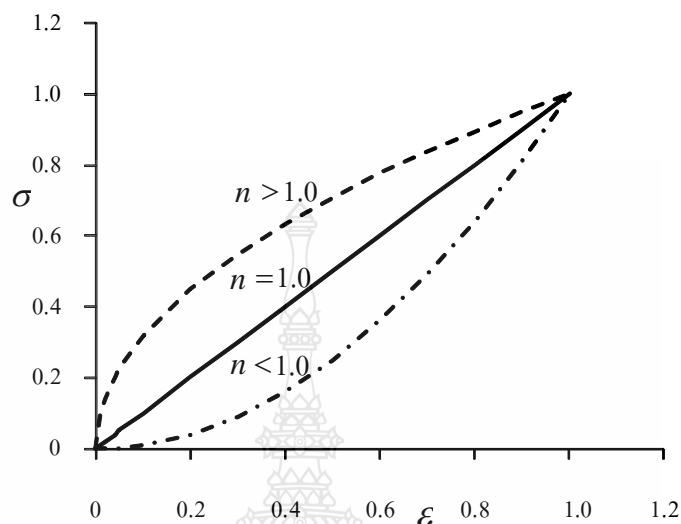
จากงานวิจัยของ [14] กล่าวว่าความสัมพันธ์นี้มักนิยมใช้กับโลหะบางชนิดหรือโลหะชุบแข็ง ตัวอย่างผลการทดสอบของทองแดงบริสุทธิ์ (Annealed Commercially Pure Copper) และ อลูมิเนียมอัลลอย ชนิด N.P.8 (N.P.8 Aluminum Alloy) ได้ผลตามภาพที่ 3.1

$$\sigma = 66500 \varepsilon^{0.463} \text{ psi.} \quad \text{สำหรับทองแดงบริสุทธิ์} \quad (3.2)$$

$$\sigma = 66100 \varepsilon^{0.209} \text{ psi.} \quad \text{สำหรับอลูมิเนียมอัลลอยชนิด N.P.8} \quad (3.3)$$

จากสมการที่ (3.2) และ (3.3) ค่าคงที่ของวัสดุ n เป็น 2.1598 และ 4.7846 สำหรับทองแดงบริสุทธิ์ และอลูมิเนียมอัลลอยชนิด N.P.8 ตามลำดับ โดยที่ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของ

วัสดุแบบลวดวิคที่แสดงข้างบน หาได้จากเทคนิคการแทนกลุ่มข้อมูลจากการทดลอง (Empirical Curve Fitting Technique) [16]



ภาพที่ 3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของวัสดุที่มีแบบจำลองวัสดุแบบลวดวิค

จากความสัมพันธ์ของวัสดุประเภทลวดวิค มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเป็นตามสมการที่ (3.1) คือ $\sigma(\varepsilon) = \text{sgn}(\varepsilon)E|\varepsilon|^{\frac{1}{n}}$ ซึ่งส่วนใหญ่พบว่าค่า n มากกว่า 1.0 และจากความสัมพันธ์ดังกล่าว พบว่าค่า $\varepsilon^{\frac{1}{n}}$ จะเกิดจำนวนจินตภาพ (Imaginary Number) ขึ้นเมื่อ ε มีเครื่องหมายลบ ดังนั้นเพื่อนำเอาความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของวัสดุที่มีแบบจำลองวัสดุแบบลวดวิค มาใช้ในการคำนวณ จึงนิยมเขียนความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียด ดังนี้

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E|\varepsilon|^{\frac{1}{n}} & \varepsilon \geq 0 \\ -E\left(|\varepsilon|^{\frac{1}{n}}\right) & \varepsilon < 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

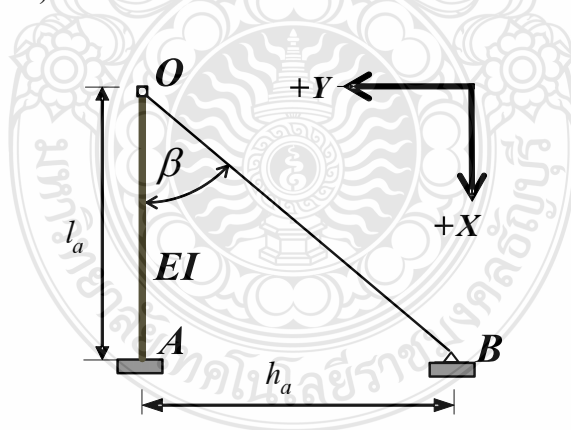
ในส่วน of ค่าดัชนีที่ใช้วัดความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ คือค่า n ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ชนิดของวัสดุกับค่า n ที่นำมาใช้คำนวณในงานวิจัยนี้ [20]

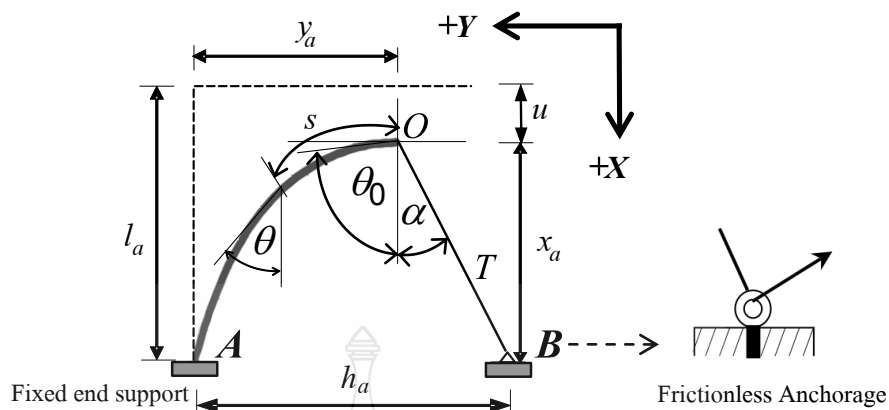
Material	n
-	0.5
Linear elastic materials	1.0
Glass fibre	2.0
Acetal plastic	3.0

3.3 สมการครอบคลุมปัญหาและเงื่อนไขขอบเขต

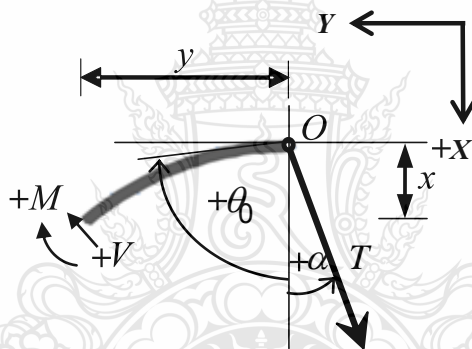
พิจารณาเสาปลายยื่น หน้าตัดสม่ำเสมอรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความยาว l_a ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา (จุด O) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจุดรองรับที่ฐาน (จุด B) ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา (จุด A) เป็นระยะทาง h_a ตามภาพที่ 3.2 โดยที่แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ เมื่อทำการเพิ่มแรงดึงในเคเบิล (T) ทำให้เสาเกิดการโก่งตัว โดยที่กำหนดให้ $\theta(s)$, α , $x(s)$ และ $y(s)$ เป็น มุมลาดชันที่จุดใดๆ ตลอดความยาวของส่วนโค้ง มุมลาดชันของเคเบิลเทียบแกนแนวดิ่ง ค่าการโก่งตัวในแนวดิ่ง ณ จุดใดๆ ที่อยู่ห่างจากจุดปลายอิสระของเสา (จุด O) เป็นระยะทาง s ตามแนวเส้นโค้ง และ ระยะทางในแนวราบ ตามลำดับ



ภาพที่ 3.2 เสาปลายยื่น (Cantilever Column) ที่ถูกยึดรั้งปลายด้วยสายเคเบิล (ก่อนเกิดการโก่งตัวมาก)



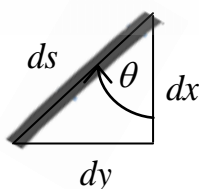
ภาพที่ 3.3 เสาปลายยื่น (Cantilever Column) ที่ถูกยึดรั้งปลายด้วยสายเคเบิล (เมื่อเกิดการโก่งตัวมาก)



ภาพที่ 3.4 แรงที่กระทำต่อชิ้นส่วนของเสาด้านปลายยื่น

จากภาพที่ 3.4 พิจารณาโมเมนต์ภายในที่ระยะทาง s ใดๆ จากจุด O ได้ดังต่อไปนี้

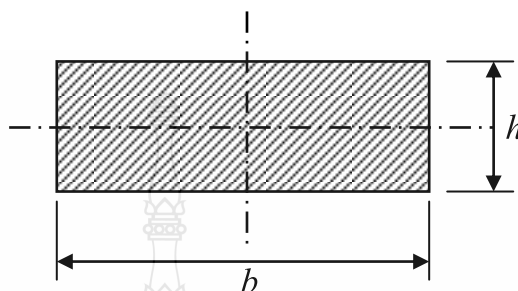
$$M = -Ty \cos \alpha - Tx \sin \alpha \quad (3.5)$$



ภาพที่ 3.5 ชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติกาตามยาว ds

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตของชิ้นส่วนย่อยของเสาจะได้สมการดังต่อไปนี้

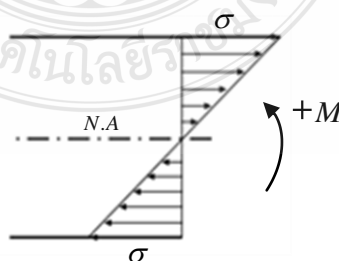
$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta, \frac{dy}{ds} = \sin \theta \quad (3.6)$$



ภาพที่ 3.6 เสาปลายยื่นพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เนื่องจากเสาปลายยื่น มีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และในการศึกษานี้กำหนดให้เสาดังกล่าวทำด้วยวัสดุที่มีความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของวัสดุที่มีแบบจำลองวัสดุแบบลุดวิก สามารถแสดงได้โดยสมการ $\sigma(\varepsilon) = \text{sgn}(\varepsilon)E|\varepsilon|^{\frac{1}{n}}$ โดยที่ σ และ ε เป็นค่าความเค้นและความเครียดของวัสดุ ตามลำดับ ส่วน E และ n เป็นค่าคงที่ของวัสดุความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเป็นตามสมการที่ (3.7) โดยที่สมมุติเงื่อนไขเป็นเสาไม่มีการยืดหรือหด และเกิดความเครียดน้อยมากขณะรับแรง

$$\sigma(\varepsilon) = \text{sgn}(\varepsilon)E|\varepsilon|^{\frac{1}{n}} \quad (3.7)$$



ภาพที่ 3.7 สมดุลของโมเมนต์ตัดที่หน้าตัดใดๆในเทอมของความเค้นในแนวตั้งฉาก

และเมื่อพิจารณาภาพที่ 3.7 จะได้ความสัมพันธ์

$$M = -\int_A \sigma y dA \quad (3.8)$$

จากความสัมพันธ์ระหว่าง $\varepsilon = -\frac{y}{\rho}$ และสมการที่ (3.7) นำไปแทนในสมการที่ (3.8) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$M = \frac{E}{\rho^{1/n}} (I_n) \quad (3.9)$$

เมื่อ
$$I_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{(n+1)/n} \left(\frac{n}{(2n+1)}\right) (h)^{(2n+1)/n} b$$

ดังนั้น จากทฤษฎีการคดของ Bernoulli-Euler สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์คด (M) และความโค้ง (κ) ของเสาหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง b ความลึก h และ ทำจากวัสดุไร้เชิงเส้นประเภทลูตติก (Non-Linear Elastic Ludwick Materials) สามารถเขียนสมการได้ดังต่อไปนี้ [23]

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} \quad (3.10)$$

$$M = EI_n \kappa^{1/n} \quad (3.11)$$

โดยที่

M เป็นโมเมนต์ ณ ตำแหน่งใดๆของความโค้ง

$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds}$ เท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของมุมเทียบกับความยาวของส่วนโค้ง

$b =$ ความกว้างคาน, $h =$ ความลึกคาน

$$I_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{(n+1)/n} \left(\frac{n}{(2n+1)}\right) (h)^{(2n+1)/n} b$$

หากเป็นกรณีคุณสมบัติของวัสดุแบบเชิงเส้น (Linear Elastic Material) $n=1.0$ ดังนั้น $I_n = \left(\frac{1}{12}\right)bh^3$

จัดรูปสมการ (3.11) ใหม่จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$M = EI_n \kappa^{1/n}$$

$$\kappa^{1/n} = \frac{M}{EI_n}$$

$$\kappa = \left(\frac{M}{EI_n}\right)^n \quad (3.12)$$

จากความสัมพันธ์

$$\frac{1}{\rho} = \kappa = \frac{d\theta}{ds} \quad (3.13)$$

จากสมการ (3.12) และสมการ (3.13) ซึ่งมีค่าเท่ากัน จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\frac{d\theta}{ds} = \left(\frac{M}{EI_n}\right)^n \quad (3.14)$$

นำค่าโมเมนต์คัตที่ได้จากสมการที่ (3.5) แทนค่าลงในสมการ (3.14) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\frac{d\theta}{ds} = \left(\frac{-Ty \cos \alpha - Tx \sin \alpha}{EI_n}\right)^n \quad (3.15)$$

เนื่องจากลักษณะการโค้งตัวของเสาในภาพที่ 3.3 แสดงให้เห็นว่า θ ลดลงเมื่อความยาวส่วนโค้ง s (Arc-Length) เพิ่มขึ้น ดังนั้น $\frac{d\theta}{ds} < 0$ และจากสมการที่ (3.15) เครื่องหมายลบที่ติดอยู่ในวงเล็บอาจทำให้เกิดจำนวนจินตภาพในการคำนวณได้เมื่อ $n \neq 1$ เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าว ดังนั้นจึงเขียนสมการ (3.15) ใหม่ได้เป็นสมการดังต่อไปนี้

$$\frac{d\theta}{ds} = -\left(\frac{T}{EI_n}\right)^n (y \cos \alpha + x \sin \alpha)^n \quad (3.16)$$

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตเมื่อเสาเกิดการโก่งตัวมาก ดังภาพที่ 3.3 จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ ดังต่อไปนี้

$$\frac{h_a - y_a}{x_a} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \quad (3.17)$$

ซึ่งจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$y_a = h_a - x_a \tan \alpha \quad (3.18)$$

ดังนั้น จะได้สมการ (3.6) และ (3.16) เป็นสมการครอบคลุมปัญหา (Governing Equation) และ เพื่อให้สามารถเขียนสมการต่างๆ ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ซึ่งง่ายต่อการเขียนคำสั่งโปรแกรมคำนวณเชิงตัวเลข จึงเขียนสมการ (3.6) และ (3.16) ในรูปไร้หน่วย ได้ดังนี้

$$\frac{d\theta}{ds} = -(\bar{T})^n (\bar{y} \cos \alpha + \bar{x} \sin \alpha)^n \quad (3.19)$$

$$\frac{d\bar{x}}{ds} = \cos \theta \quad (3.20)$$

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \sin \theta \quad (3.21)$$

สมการ (3.19) ถึง (3.21) เป็นสมการอนุพันธ์ที่ใช้อธิบายชิ้นส่วนย่อยของอิลาสติกา ds ดังนั้น หากต้องการพฤติกรรมทั้งหมดของอิลาสติกา จึงต้องทำการอินทิเกรต ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา (Boundary Condition)

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition)

$$\bar{s} = 0 : \bar{x}(0) = 0, \bar{y}(0) = 0, \theta(0) = \theta_0 \quad (3.22 \text{ ก-ค})$$

$$\bar{s} = 1 : \bar{x}(1) = \bar{x}_a, \bar{y}(1) = \bar{y}_a = \bar{h}_a - \bar{x}_a \tan \alpha, \theta(1) = 0 \quad (3.22 \text{ ง-ฉ})$$

เมื่อ

$$\bar{x}_a = \frac{x_a}{l_a}, \bar{y}_a = \frac{y_a}{l_a}, \bar{h}_a = \frac{h_a}{l_a}$$

$$\bar{x} = \frac{x}{l_a}, \bar{y} = \frac{y}{l_a}, \bar{s} = \frac{s}{l_a}, \bar{T} = \frac{T}{EI_n} l_a^2$$



บทที่ 4

วิธีการศึกษา

4.1 บทนำ

การดำเนินการศึกษาในส่วนนี้ได้ออกแบบมาเพื่อศึกษาผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น ที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลูควิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจุดรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ โดยมีการสร้างแบบจำลองของปัญหาแล้วนำมาสร้างเป็นสมการครอบคลุมปัญหา ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมแล้วทำการแปรผันค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากแบบจำลองของปัญหา จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์หาคำตอบโดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบเรียง-กุดดา อันดับที่ 7 โดยที่กระบวนการคำนวณหาผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่เหมาะสม ใช้การเขียน โปรแกรมช่วยให้การคำนวณรวดเร็วขึ้นและมีความถูกต้องแม่นยำ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์หาคำตอบนำมาเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีตและผลที่ได้จากการทดสอบเสาตัวอย่างในบางกรณี ($n=1.0$)

4.2 พารามิเตอร์ที่มีการแปรผันค่าในการวิจัยครั้งนี้

การวิเคราะห์ปัญหาการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นประเภทลูควิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา และยึดโยงเป็นมุมกับแนวตั้ง เข้ากับฐานที่อยู่ในแนวแกนเดียวกับจุดยึดแน่นของเสา โดยฐานดังกล่าวมีลักษณะอยู่กับที่เสมอ โดยวัสดุที่ใช้ทำเสาทดสอบทำจากแผ่น โพลีคาร์บอเนต ขนาด 2 มม. x 50 มม. x 350 มม. มีค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น 20,525 กก./ซม² ในส่วนของค่าพารามิเตอร์ที่มีการแปรผันค่าในการวิจัย จะใช้ค่า \bar{h}_a กำหนดให้มีการแปรผันจาก 0.00 0.10 0.20 0.30 0.40 0.50 0.60 0.70 0.80 0.90 1.00 1.10 1.20 1.30 1.40 และ 1.50 ค่าขจัดที่ปลายเสา (Shortening) \bar{u} ตามแนวแกนตั้ง (แกน \bar{X}) กำหนดให้มีการแปรผันจาก 0 ถึง 1.00 โดยเพิ่มขึ้นตามลำดับดังนี้ 0.10 0.20 0.30 0.40 0.50 0.60 0.70 0.80 0.90 และ 1.00 ส่วนค่ามุมการโก่งที่ส่วนปลายเสา θ_0 ทำมุมกับแนวแกนตั้ง กำหนดให้มีการแปรผันจาก 0 ถึง 2π โดยเพิ่มขึ้นตามลำดับ

4.3 กระบวนการคำนวณปัญหา

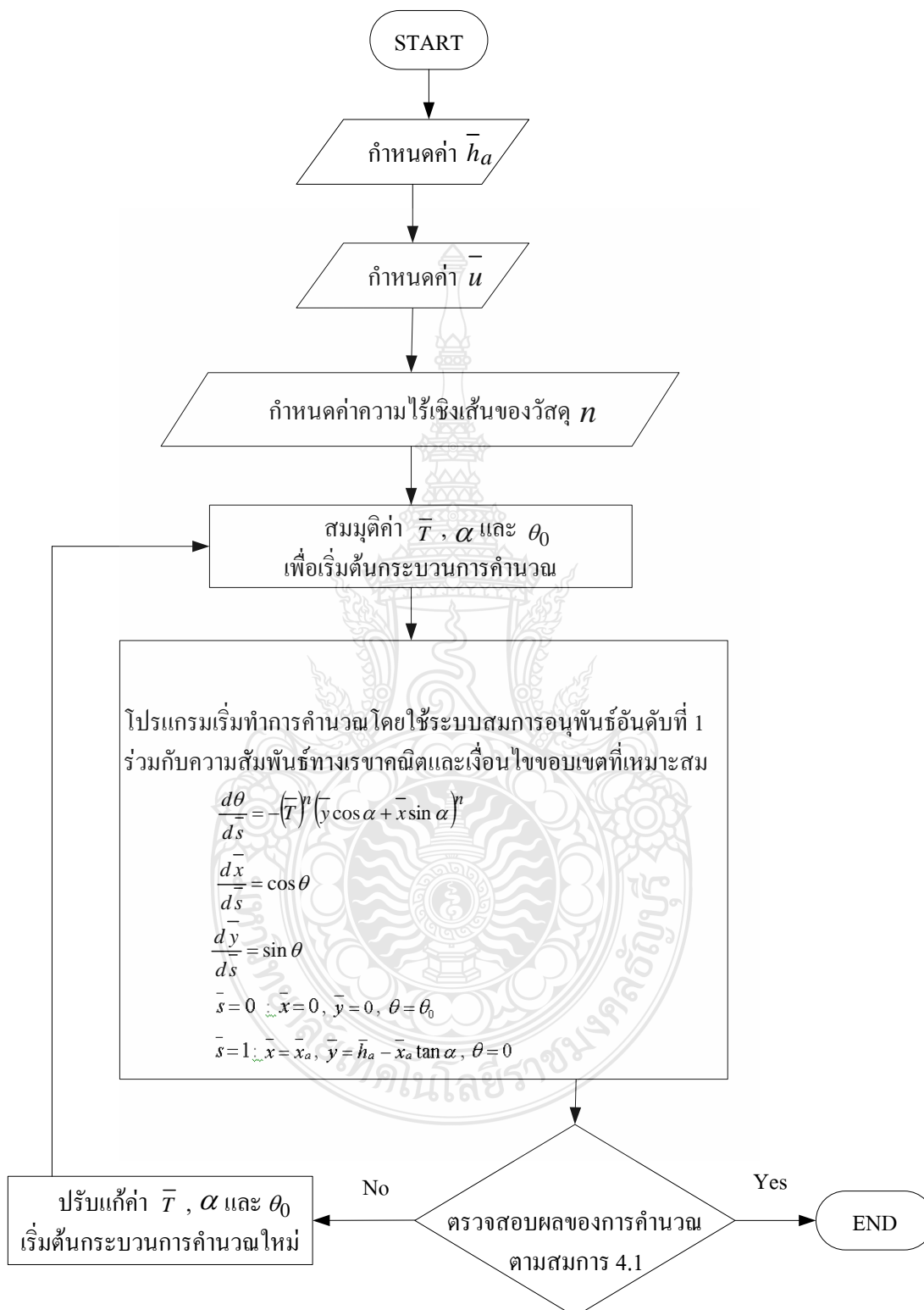
จากระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของปัญหาค่าขอบเขต (3.19) ถึง (3.21) ซึ่งเป็นปัญหาค่าขอบเขตแบบสองจุด (Two - Point Boundary Values Problem) ดังนั้นการอินทิเกรตชุดสมการ (3.19) ถึง (3.21) ต้องทำการอินทิเกรตพร้อมกันทั้งคู่ โดยทำการอินทิเกรตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา (Boundary Condition) ตามชุดสมการ (3.22 ก-ค) และ (3.22 ง-ฉ) โดยจะเห็นได้ว่ามีตัวแปรที่ต้องการหาทั้งหมด 6 ตัว ได้แก่ \bar{h}_a \bar{u} n \bar{T} α และ θ_0 แต่จะเป็นตัวแปรที่กำหนดค่า 3 ตัว ได้แก่ \bar{h}_a \bar{u} และ n จึงเหลือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าเพียง 3 ตัว ได้แก่ \bar{T} α และ θ_0 ดังนั้นต้องการสมการ 3 สมการในการคำนวณหาคำตอบของปัญหา ในส่วนของการป้อนข้อมูลเข้าโปรแกรมเพื่อทำการคำนวณผลลัพธ์ในแต่ละกรณีตามรูปแบบที่ได้กำหนดไว้ก่อน เพื่อให้การเก็บรวบรวมข้อมูลผลลัพธ์มาสรุปและวิเคราะห์ผลได้ง่ายขึ้น แล้วจึงสมมุติค่าเริ่มต้นของตัวแปรที่ใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณ เพื่อให้ผลลัพธ์ครอบคลุมปัญหาที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่เหมาะสมโดยการเขียนโปรแกรม จึงได้ทำการเขียนขั้นตอนการคำนวณผลลัพธ์ไว้ 2 แบบเพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขที่เหมาะสม รูปแบบที่ 1 เป็นการกำหนดค่า \bar{h}_a และ n แล้วสมมุติค่าเริ่มต้น \bar{u} เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณด้วยวิธียิงเป้า [10] ร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบรังเง-คูดตา อันดับที่ 7 โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการ ได้แก่ \bar{T} α θ_0 หลังจากได้ค่าผลลัพธ์จากการคำนวณตัวแปรที่ต้องการหาทั้งหมด 6 ตัว ได้แก่ \bar{h}_a \bar{u} n \bar{T} α และ θ_0 แล้วนำค่าดังกล่าวไปคำนวณค่าการโก่งตัว \bar{x} และ \bar{y} ตลอดความยาวของเสาต่อไป ส่วนรูปแบบที่ 2 เป็นการกำหนดค่า \bar{h}_a และ n แล้วสมมุติค่าเริ่มต้น θ_0 เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณ โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการ ได้แก่ \bar{T} α \bar{u} หลังจากได้ค่าผลลัพธ์จากการคำนวณตัวแปรที่ต้องการหาทั้งหมด 6 ตัว ได้แก่ \bar{h}_a θ_0 n \bar{T} α และ \bar{u} แล้วนำค่าดังกล่าวไปคำนวณค่าการโก่งตัว \bar{x} และ \bar{y} ตลอดความยาวของเสาต่อไป

ในส่วนของการตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณนั้น ได้ทำการเปรียบเทียบกับเงื่อนไขขอบเขตปลายที่ทราบค่าแน่นอน ซึ่งในที่นี้ใช้เงื่อนไขดังระบุในสมการที่ (4.1) และ (4.2) ซึ่งในแต่ละรอบของการคำนวณหากมีการตรวจสอบพบว่าค่าของฟังก์ชันทางขวาของสมการที่ (4.1) ยังมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้ ($\varepsilon = 10^{-9}$) จะเกิดการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าว

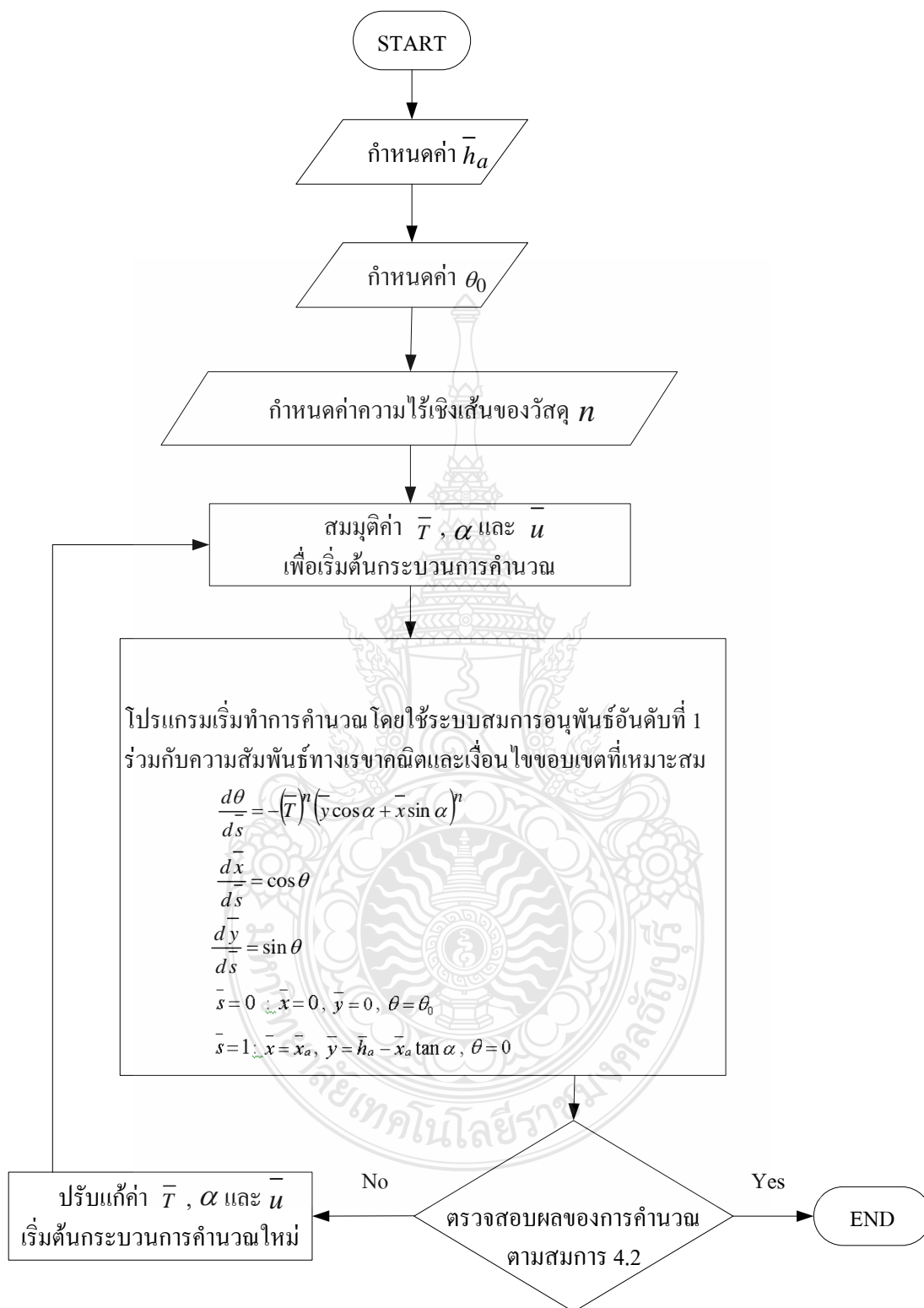
$$\frac{Min\phi}{\bar{T}, \theta_0, \alpha} = |\theta(1)| + |\bar{X}(1) - \bar{X}_a| + |\bar{Y}(1) - \bar{h}_a + \bar{X}_a \tan \alpha| \quad \text{สำหรับโปรแกรมรูปแบบที่ 1} \quad (4.1)$$

$$\frac{Min\phi}{\bar{T}, \bar{u}, \alpha} = |\theta(1)| + |\bar{X}(1) - \bar{X}_a| + |\bar{Y}(1) - \bar{h}_a + \bar{X}_a \tan \alpha| \quad \text{สำหรับโปรแกรมรูปแบบที่ 2} \quad (4.2)$$

4.4 ขั้นตอนการคำนวณ



ภาพที่ 4.1 ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมรูปแบบที่ 1



ภาพที่ 4.2 ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมรูปแบบที่ 2

4.5 การทดสอบเสถียรตัวอย่าง

4.5.1 อุปกรณ์และเครื่องมือวัด

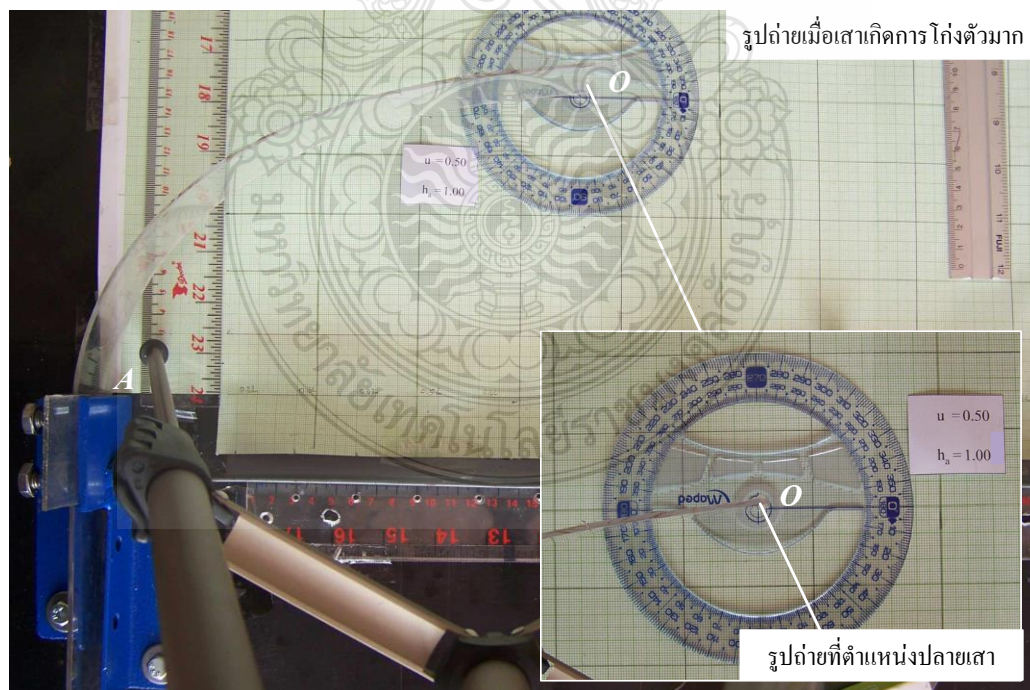
1. แผ่นวัสดุที่ใช้ทำเสาเป็นแผ่นโพลีคาร์บอเนต ขนาด 2 มม. x 50 มม. x 350 มม.
2. ไม้บรรทัด
3. ไม้วัดมุมแบบวงกลม
4. กระดาษกราฟ
5. โต้ะจับยึดอุปกรณ์พร้อมอุปกรณ์ประกอบ
6. ชุดจิกจับยึดเสา
7. สายเอ็น
8. ทรายแห้งแบบแขวน ค่าความละเอียด 10 กรัม
9. กล้องถ่ายภาพพร้อมชุดขาตั้งกล้อง
10. คอมพิวเตอร์

4.5.2 วิธีการทดสอบ

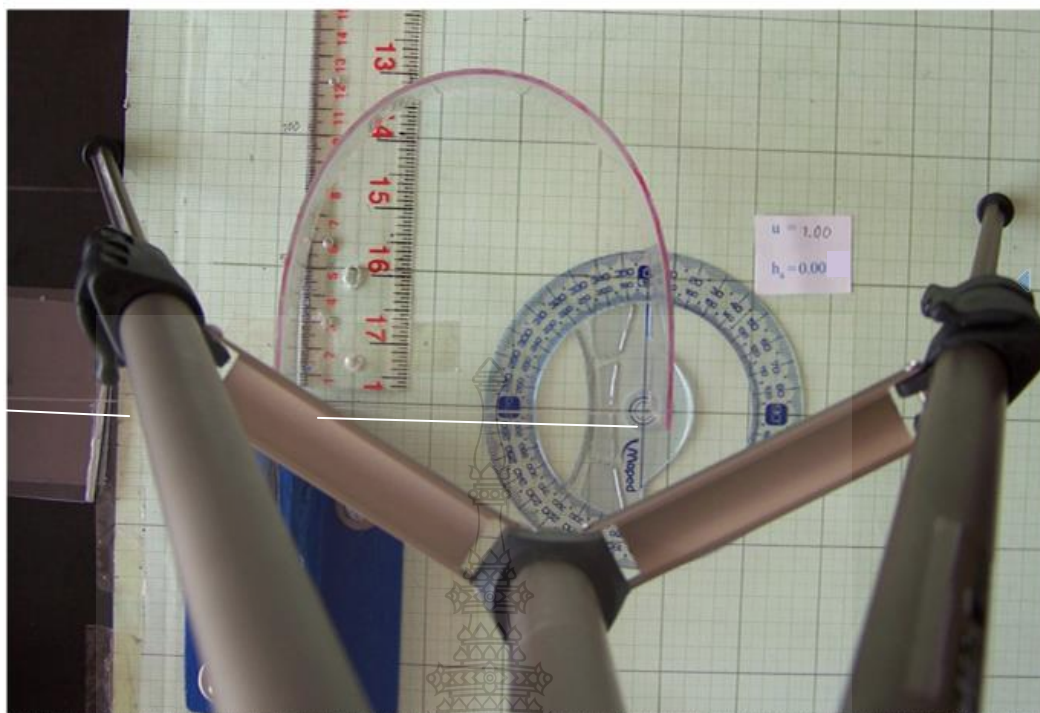
1. จากภาพที่ 4.3 จับยึดแผ่นวัสดุที่ใช้ทำเสากับชุดจิกจับยึดเสา (จุด A) ที่ปลายด้านอิสระ (จุด O) เจาะรูยึดด้วยสายเอ็นแล้วยึดปลายสายเอ็นเข้ากับฐานที่จุด B โดยที่จุด B แรงในสายเอ็นสามารถวิ่งผ่านได้ แต่ตำแหน่งฐานที่จุด B คงที่เสมอ
2. แปรผันค่า \bar{h}_a จาก 0.00 0.10 0.20 0.30 0.40 0.50 0.60 0.70 0.80 0.90 1.00 1.10 1.20 1.30 1.40 และ 1.50
3. แปรผันค่า \bar{u} ตามแนวแกนดิ่ง (แกน \bar{X}) จาก 0 ถึง 1.00 โดยเพิ่มขึ้นตามลำดับดังนี้ 0.10 0.20 0.30 0.40 0.50 0.60 0.70 0.80 0.90 และ 1.00
4. แต่ละขั้นตอนตามข้อ 2. ถึง 3. ทำการบันทึกค่าแรงดึงที่อ่านได้จากตราซั่ง ค่าการโก่งตัวตามแนวแกน \bar{X} \bar{Y} และ ถ่ายรูปโดยให้แกนกล้องตั้งฉากกับระนาบ \bar{X} \bar{Y} ของชุดเสาทดสอบ
5. วัดค่ามุมจากรูปถ่ายที่ถ่ายจากกล้องโดยใช้โปรแกรม Autocad
6. นำค่าตัวแปรต่างๆที่ได้จากการทดลองไปสรุปผลและเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข



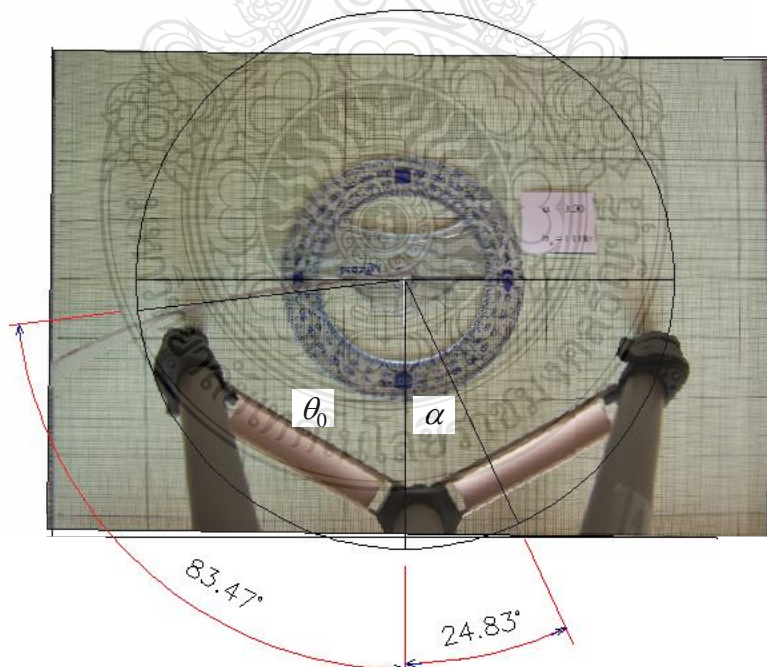
ภาพที่ 4.3 การเตรียมอุปกรณ์เพื่อทดสอบเสาตัวอย่าง



ภาพที่ 4.4 ตัวอย่างการบันทึกภาพถ่ายของการทดสอบเสาตัวอย่างที่สภาวะการ โกงตัวมาก



ภาพที่ 4.5 ตัวอย่างลักษณะการโค้งตัวของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล กรณี $\bar{h}_a = 0.00$



ภาพที่ 4.6 ตัวอย่างการวัดค่ามุมที่ปลายเสาจากภาพถ่ายของการทดสอบเสาตัวอย่างที่ $\bar{u} = 0.50$ และ $\bar{h}_a = 1.00$ ด้วยโปรแกรม Autocad

บทที่ 5

ผลการศึกษาและวิเคราะห์

5.1 การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ

การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณจะทำการเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต เพื่อที่จะชี้ให้เห็นว่ากระบวนการคำนวณที่พัฒนาขึ้นมา มีความถูกต้องน่าเชื่อถือได้ ซึ่งงานวิจัยในอดีต ที่นำมาเปรียบเทียบผล คือ [1] ซึ่งได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล แก้ปัญหาโดยวิธีอีลิปติกอินทิกรัล แล้วหาคำตอบในรูปแบบปิด (Closed-Form Solutions) ซึ่งเป็นกรณีที่เสาทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเป็นแบบเชิงเส้น $n = 1.0$ ที่ $\bar{h}_a = 0.00$ ภายใต้แรงดึงจากเคเบิลเหมือนกัน และจากงานวิจัยของ [17] เป็นกรณีคานที่รองรับอย่างง่ายภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายคาน (กรณีแรงผ่านจุดรองรับ $\bar{h}_a = 0.00$) โดยที่คานทำจากวัสดุประเภทลูควิก ซึ่งได้ศึกษากรณีค่า $n = 0.5$ 1.0 และ 2.0 ไว้ตามลำดับ และหาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธียิงเป้าและการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รังเง-คูดตา ผลการคำนวณจากตารางที่ 5.1 แสดงให้เห็นว่ากระบวนการคำนวณที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ให้คำตอบที่สอดคล้องกับงานวิจัยในอดีตทั้งสองกรณี ที่นำมาเปรียบเทียบ นอกจากนั้น ยังมีข้อสังเกตว่า ผลจากการคำนวณหาค่าผลรวมของมุมสูงสุดที่ส่วนปลายยื่นของเสา พบว่าจะเกิดขึ้นเมื่อ $\theta_0 + \alpha$ มีค่าเท่ากับ π ดังตารางที่ 5.2 เมื่อค่า $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 และ ระยะ $\bar{h}_a \geq 1.00$ โดยค่าผลรวมของมุมสูงสุดที่ส่วนปลายยื่นของเสา ($\theta_0 + \alpha$) ที่เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขค่าของการโค้งตัวของส่วนปลายยื่นของเสาในแนวแกนตั้งสูงสุดมีค่าเข้าใกล้ 1.00

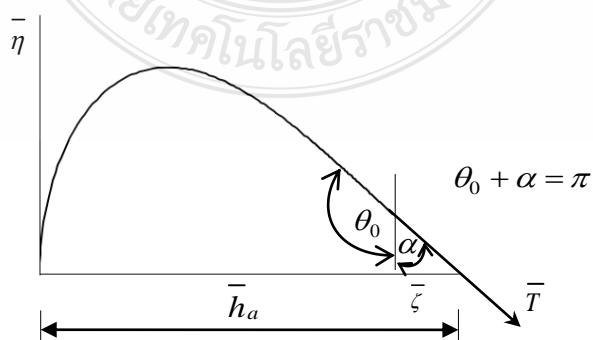
จากตารางที่ 5.1 และ 5.2 สามารถสรุปได้ว่ากระบวนการคำนวณที่พัฒนาขึ้นมา มีความถูกต้องเชื่อถือได้ ทั้งด้านการคำนวณการโค้งตัวของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล กรณีวัสดุทำเสาเป็นแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลูควิก ในขั้นต่อไป กระบวนการดังกล่าวถูกนำไปใช้ในการศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล กรณีวัสดุทำเสาเป็นแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นที่มีแบบจำลองวัสดุแบบลูควิก โดยการแปรผันค่าสัดส่วนระยะห่างระหว่างจุดรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา เป็นระยะทางความยาวตั้งแต่ 0.00 ถึง 1.50 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.10

ตารางที่ 5.1 เปรียบเทียบผลการคำนวณหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ จากงานวิจัยนี้กับรายการอ้างอิง [1, 17] ซึ่งเป็นกรณีแรงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา ($\bar{h}_a = 0.00$)

n	\bar{T}_{CN}		
	งานวิจัยนี้	Ref. [1]	Ref. [17]
0.5	0.00	-	0.00
1.0	9.869	9.869	9.984
2.0	∞	-	∞
3.0	∞	-	-

ตารางที่ 5.2 เปรียบเทียบผลการคำนวณหาค่าผลรวมของมุมสูงสุดที่ส่วนปลายยื่นของเสา เมื่อ \bar{u} มีค่าเข้าใกล้ 1.00 จากงานวิจัยนี้กับรายการอ้างอิง [1]

งานวิจัยนี้										Ref. [1]
n										n
0.5										1.0
1.0										2.0
2.0										3.0
3.0										1.0
ผลรวมของค่ามุมสูงสุดที่ส่วนปลายยื่นของเสา										
\bar{h}_a	θ_0	α	θ_0	α	θ_0	α	θ_0	α		
	$(\theta_0 + \alpha)$		$(\theta_0 + \alpha)$		$(\theta_0 + \alpha)$		$(\theta_0 + \alpha)$		$(\theta_0 + \alpha)$	
1.00	1.976	1.165	1.733	1.408	1.624	1.517	1.598	1.543	-	
	3.141		3.141		3.141		3.141		3.141 (π)	
1.50	1.825	1.316	1.654	1.487	1.596	1.545	1.587	1.554	-	
	3.141		3.141		3.141		3.141		3.141 (π)	



ภาพที่ 5.1 ตำแหน่งของการเกิดผลรวมของมุมสูงสุดที่ส่วนปลายยื่นของเสา

5.2 ผลการศึกษาพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบลูควิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิล

ในหัวข้อนี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิลโดยใช้กระบวนการคำนวณที่พัฒนาขึ้นซึ่งจะกำหนดขอบเขตของการศึกษาดังนี้

5.2.1 ค่าดัชนีความไม่เชิงเส้นของวัสดุ (n)

ค่าดัชนีความไม่เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่ใช้ในการศึกษานี้มีการเปลี่ยนแปลง 4 ระดับคือ 0.5 1.0 2.0 และ 3.0 ทั้งนี้เพื่อศึกษาผลกระทบของความไม่เชิงเส้นของวัสดุ (n) ที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น ที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลูควิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ซึ่งจะมีการเปลี่ยนแปลงตามสมการความเค้นและความเครียดแบบลูควิก

5.2.2 กำหนดค่า \bar{h}_a ให้มีการแปรผันเป็นสัดส่วนกับค่า l_a

\bar{h}_a กำหนดให้มีการแปรผันค่าจาก 0.00 ถึง 1.50 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.10

5.3 ผลการคำนวณการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุที่มีแบบจำลองของวัสดุแบบลูควิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิล

โดยพิจารณาผลกระทบของความไม่เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาได้ผลการคำนวณเชิงตัวเลข ดังแสดงไว้ในตารางที่ 5.3 ถึง 5.6 และ ตารางในภาคผนวก จ

5.3.1 การวิเคราะห์ผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

ผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขนี้ ได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.3 ถึง 5.6 ซึ่งได้แสดงค่าความสัมพันธ์ของตัวแปร \bar{u} \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่า $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ตามลำดับ สำหรับค่าของ \bar{h}_a อื่นๆ แสดงในตารางในภาคผนวก จ.1 ถึง จ.4 โดยที่ในแต่ละตารางได้แสดงค่าของ \bar{u} \bar{y} \bar{T} \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 1.50 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 ตามลำดับ โดยที่ค่า \bar{u} เป็นระยะขจัดตามแนวแกน \bar{x} ที่ปลายเสา กำหนดขึ้นมาให้เริ่มต้นจาก $\bar{u} = 0.10$ จนเข้าใกล้ถึง 1.00 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.10 ทั้งนี้เพื่อชี้ให้เห็นแนวโน้มของพฤติกรรมของการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่น อันเนื่องมาจากผลกระทบของความไม่เชิงเส้นของตัววัสดุทำเสา ในส่วนของค่า \bar{T} ซึ่งเป็นค่าแรงดึงในเคเบิลนั้น อยู่ในรูปไร้หน่วย ตามสมการ $\bar{T} = \left(\frac{T}{EI_n}\right) l_a^2$ โดยที่ $\frac{l_a^2}{EI_n}$ มีค่าเท่ากับ 13.154689 ดังนั้น $T = \bar{T} / 13.154689$ ซึ่งจะนำไปใช้ในการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดสอบเสาตัวอย่างในลำดับต่อไป โดยการนำค่าของตัวแปร \bar{u} \bar{y} \bar{T} \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 1.50 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 0.5$ 1.0

2.0 และ 3.0 ตามลำดับ ในตารางในภาคผนวก จ.1 ถึง จ.4 มาสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมกรโก่งตัวมากของเสาที่ทำด้วยวัสดุแบบยึดหยุ่นไม่เชิงเส้น $n < 1.0$ ($n = 0.5$) และ > 1.0 ($n = 2.0$ 3.0) ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดแบบไม่เชิงเส้น จากข้อมูลข้างต้นเมื่อทำการวิเคราะห์ปัญหาจะได้รับความสัมพันธ์ ดังแสดงไว้ดังนี้



ตารางที่ 5.3 ผลการคำนวณหาแรงดึงในเดมิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ เมื่อ $n = 0.5, 1.0, 2.0$ และ 3.0 ตามลำดับ

\bar{h}_a	\bar{u}	\bar{T}				θ_0 (Radian)				α (Radian)			
		$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$
0.00	0.01	2.740660	9.886126	17.216357	19.909254	0.237015	0.231311	0.223973	0.219451	-0.118507	-0.115655	-0.111986	-0.109725
	0.10	8.932585	10.041731	9.759249	9.290817	0.760540	0.742481	0.719154	0.704734	-0.380270	-0.371240	-0.359577	-0.352367
	0.20	13.095865	10.231132	8.285767	7.421931	1.094429	1.068913	1.035772	1.015198	-0.547215	-0.534457	-0.517886	-0.507599
	0.30	16.677988	10.441569	7.566226	6.529791	1.365854	1.334737	1.294042	1.268645	-0.682927	-0.667368	-0.647021	-0.634322
	0.40	20.099187	10.678203	7.123670	5.979602	1.609883	1.574286	1.527326	1.497816	-0.804941	-0.787143	-0.763663	-0.748908
	0.50	23.560641	10.948408	6.825904	5.600468	1.841183	1.802079	1.749889	1.716793	-0.920591	-0.901039	-0.874945	-0.858397
	0.60	27.219368	11.263279	6.620311	5.324395	2.068802	2.027299	1.971015	1.934859	-1.034401	-1.013650	-0.985507	-0.967430
	0.70	31.250427	11.640750	6.483688	5.119485	2.300379	2.258088	2.199359	2.160890	-1.150189	-1.129044	-1.099679	-1.080445
	0.80	35.908296	12.112983	6.409104	4.971317	2.544669	2.504483	2.446456	2.407161	-1.272334	-1.252241	-1.223228	-1.203580
	0.90	41.657137	12.748271	6.407785	4.880203	2.815223	2.783743	2.734611	2.698862	-1.407612	-1.391872	-1.367305	-1.349431
0.99	44.500678	13.618475	6.525989	4.882276	3.134061	3.099016	3.088106	3.077983	-1.567030	-1.549508	-1.544053	-1.538991	



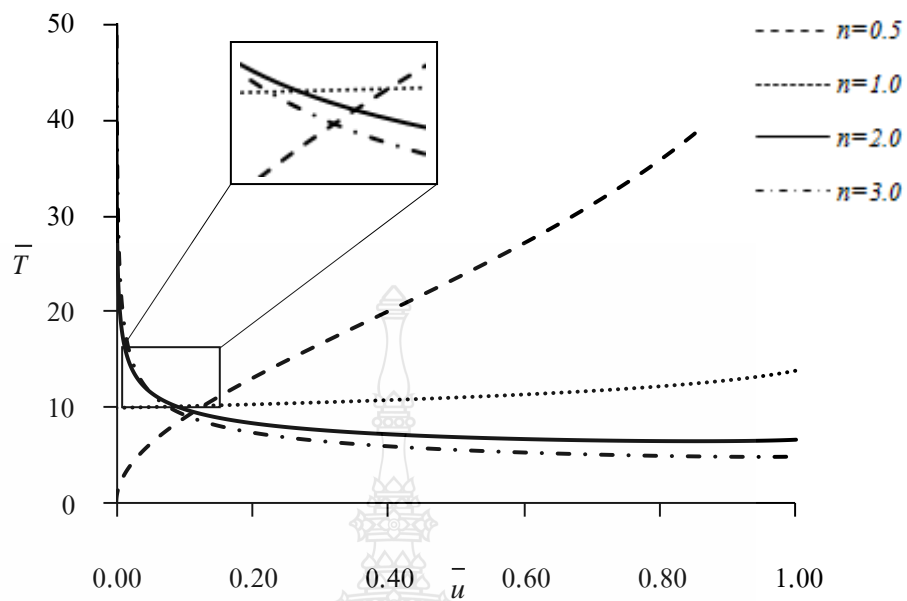
ตารางที่ 5.5 ผลการคำนวณหาแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$ เมื่อ $n = 0.5, 1.0, 2.0$ และ 3.0 ตามลำดับ

\bar{h}_a	\bar{u}	\bar{T}				θ_0 (Radian)				α (Radian)			
		$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$
1.00	0.01	0.129752	0.504011	0.950841	1.147317	0.211769	0.194647	0.177261	0.168458	0.723290	0.721831	0.720016	0.718931
	0.10	1.157253	1.406960	1.489932	1.485470	0.680101	0.625310	0.569143	0.540430	0.598961	0.592745	0.584831	0.579995
	0.20	2.262054	1.909671	1.685160	1.581576	0.975439	0.896278	0.815283	0.773811	0.535076	0.523940	0.509713	0.500957
	0.30	3.427847	2.311459	1.820332	-1.644576	1.211005	1.111614	1.010536	0.958844	0.498063	0.480991	0.459248	0.445839
	0.40	4.727960	2.688899	1.939289	1.700406	1.417156	1.299257	1.180446	1.119862	0.482348	0.457557	0.426197	0.406861
	0.50	6.270869	3.086152	2.060859	1.759190	1.604996	1.469511	1.334611	1.266105	0.490520	0.455245	0.411005	0.383745
	0.60	8.281640	3.559551	2.203966	1.830754	1.778638	1.626560	1.477344	1.401928	0.531311	0.481488	0.419430	0.381117
	0.70	11.367460	4.234331	2.406575	1.934776	1.936092	1.770175	1.609761	1.528982	0.621754	0.552405	0.465648	0.411421
	0.80	17.765921	5.525297	2.788653	2.134862	2.060583	1.892160	1.728477	1.645642	0.788791	0.699401	0.582534	0.506124
0.90	41.498755	9.725727	4.007839	2.787373	2.063046	1.954057	1.814996	1.740010	1.053282	0.973130	0.848123	0.754394	

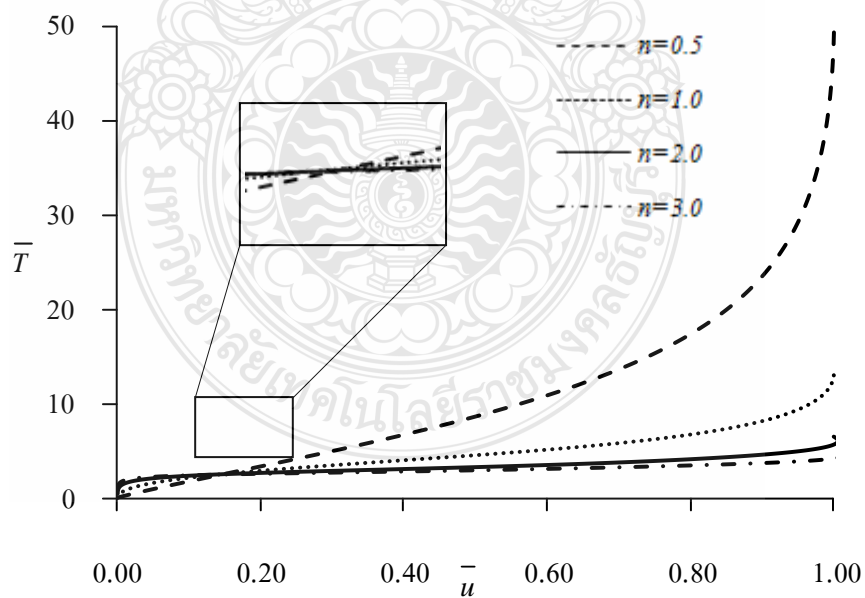
ตารางที่ 5.6 ผลการคำนวณหาแรงดึงโมเมนต์ (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$ เมื่อ $n = 0.5, 1.0, 2.0$ และ 3.0 ตามลำดับ

\bar{h}_a	\bar{u}	\bar{T}						θ_0 (Radian)						α (Radian)					
		$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$	$n = 0.5$	$n = 1.0$	$n = 2.0$	$n = 3.0$		
1.50	0.01	0.112191	0.434898	0.818462	0.986212	0.211508	0.194351	0.176996	0.168234	0.946434	0.945540	0.944434	0.944434	0.882789	0.887421	0.882789	0.880003		
	0.10	1.052706	1.271197	1.335112	1.324656	0.677307	0.622080	0.566168	0.537866	0.891127	0.887421	0.882789	0.882789	0.882789	0.887421	0.882789	0.880003		
	0.20	2.164705	1.807496	1.573997	1.465700	0.969009	0.888918	0.808507	0.767947	0.882515	0.876161	0.868257	0.868257	0.868257	0.876161	0.868257	0.863504		
	0.30	3.487665	2.314380	1.788541	1.598011	1.199488	1.098738	0.998831	0.948730	0.897702	0.888577	0.877340	0.877340	0.877340	0.888577	0.877340	0.870608		
	0.40	5.212683	2.898027	2.036995	1.759600	1.398079	1.278715	1.162186	1.104174	0.933078	0.921046	0.906438	0.906438	0.906438	0.921046	0.906438	0.897737		
	0.50	7.717864	3.678752	2.373956	1.987451	1.573826	1.437791	1.307348	1.242910	0.988783	0.973953	0.956259	0.956259	0.956259	0.973953	0.956259	0.945793		
	0.60	11.910697	4.891689	2.897912	2.349457	1.726065	1.577529	1.437192	1.368258	1.065535	1.048659	1.028906	1.028906	1.028906	1.048659	1.028906	1.017305		
	0.70	20.525625	7.147951	3.848374	3.009313	1.839688	1.692168	1.550149	1.479996	1.162715	1.145895	1.126421	1.126421	1.126421	1.145895	1.126421	1.115036		
0.80	45.576398	12.650925	6.012901	4.491386	1.857551	1.761244	1.637532	1.572918	1.276806	1.264387	1.249262	1.249262	1.249262	1.264387	1.249262	1.240341			

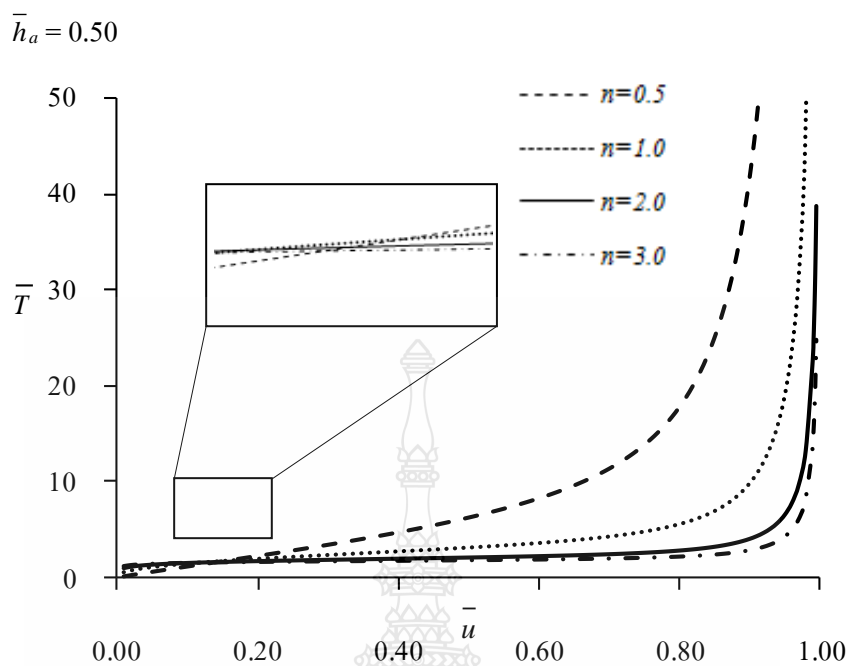
พิจารณากรณีตามภาพที่ 5.2 ถึง 5.5 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง กับ ที่ระยะ และ ค่า ต่างกัน พบว่าน้ำหนักรวมทุกวิถีของเสากรณีที่ $= 0.00$ ซึ่งเป็นกรณีที่แรงดึงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่น ของเสา พบว่าน้ำหนักรวมทุกวิถีของเสามีค่าเข้าใกล้ค่าน้ำหนักรวมทุกวิถีของ Euler ซึ่งมีค่า เท่ากับ 9.869 () เฉพาะกรณีที่วัสดุมีค่า $= 1.0$ และหากค่า เพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าของ เพิ่มขึ้นด้วย ส่วนกรณี $= 0.5$ นั้น น้ำหนักรวมทุกวิถีมีค่าเป็นศูนย์ และหากค่า เพิ่มมากขึ้นค่าของ ก็จะเพิ่มขึ้น ด้วยเช่นกัน ในส่วนกรณี $= 2.0$ และ 3.0 พบว่าน้ำหนักรวมทุกวิถีมีค่าเป็นอนันต์ ซึ่งวิธีการหาค่า น้ำหนักรวมทุกวิถีหาได้โดยสมมุติค่า ที่ค่าน้อยๆ หรืออาจหาจากการวิเคราะห์ซึ่งปรากฏอยู่ใน งานวิจัยของ [18, 21] ซึ่งเสาเกิดการโก่งตัวในแนวตั้ง จากนั้นก็จะคำนวณหาค่าน้ำหนักรวมทุกค่าที่ น้อยที่สุดที่ทำให้เสาเกิดการโก่งตัวในแนวตั้ง มีค่าเท่ากับค่า ที่สมมติขึ้น เช่นกรณีหาน้ำหนักรวมทุก วิถีของเสา กรณีที่ $= 0.00$ และ $= 1.0$ โดยสมมติ $= 0.0000001$ ได้น้ำหนักรวมทุกวิถีเท่ากับ 9.8696045 เป็นต้น ซึ่งในการคำนวณหาค่าดังกล่าวได้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับงานวิจัยของ [1, 17, 18, 21] ซึ่งกล่าวได้ว่า กรณีของภาพที่ 5.2 นั้นเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล กรณีแรงดึงในเคเบิล ผ่านจุดยึดแน่นของเสา เสาจะมีพฤติกรรมคล้ายกับเสาที่มีจุดรองรับแบบหมุนทั้งสองด้าน ภายใต้ น้ำหนัก บรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายเสา และกรณีของภาพที่ 5.3 เป็นกรณีที่ $= 0.50$ พบว่าเมื่อค่า เพิ่ม มากขึ้นค่าของ ก็จะเพิ่มขึ้นด้วยแต่พบว่ากรณี $= 1.0$ 2.0 และ 3.0 สัดส่วนที่เพิ่มขึ้นของค่า และ จะ ค่อยๆเพิ่มขึ้นซึ่งตรงกันข้ามกับกรณี $= 0.5$ สัดส่วนที่เพิ่มขึ้นของค่า และ จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยเฉพาะเมื่อค่า เข้าใกล้ค่า 1.00 ส่วนในกรณีของภาพที่ 5.4 และ 5.5 นั้น $= 1.00$ และ 1.50 ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่า เพิ่มมากขึ้นค่าของ ก็จะเพิ่มขึ้นด้วย กรณีนี้จะพบว่าในทุกค่า ที่พิจารณา $= 0.5$ 1.0 2.0 และ 3.0 สัดส่วนที่เพิ่มขึ้นของค่า และ จะค่อยๆเพิ่มขึ้นและจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อค่า เข้าใกล้ค่า 1.00 และหากพิจารณาค่าความแข็งแกร่ง จากความสัมพันธ์ระหว่าง และ ที่ระยะ และ ค่า ต่างกัน พบว่ากรณีที่ $= 0.00$ เมื่อ $< \text{วัสดุที่มีค่า} > 1.0$ จะมีค่าความแข็งแกร่งมากกว่าวัสดุที่มีค่า < 1.0 และ ตาม ภาพที่ 5.3 ถึง 5.5 พบว่ากรณีที่ > 0.00 เมื่อ $> \text{วัสดุที่มีค่า} < 1.0$ จะมีค่าความแข็งแกร่งมากกว่าวัสดุที่มี ค่า > 1.0 ซึ่งกล่าวได้ว่ายิ่งค่า น้อยยิ่งมีค่าความแข็งแกร่งมากขึ้น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าที่ระยะการ โกงตัวในแนวตั้งที่เท่ากันวัสดุที่มีค่า ยิ่งมีค่าน้อยยิ่งต้องออกแรงดึงมากขึ้น ดังนั้นจากพฤติกรรม การ โกงตัวที่แตกต่างกันของเสา ทำให้สรุปได้ว่าเป็นผลมาจากค่าดัชนีความเป็นเชิงเส้น () ที่แตกต่างกัน ของตัววัสดุทำเสา นอกจากนั้นแล้วตำแหน่งในการยึดรั้งเคเบิลที่ไม่เท่ากัน () ทำให้เสาเกิดการโก่งตัว ที่แตกต่างกันด้วย



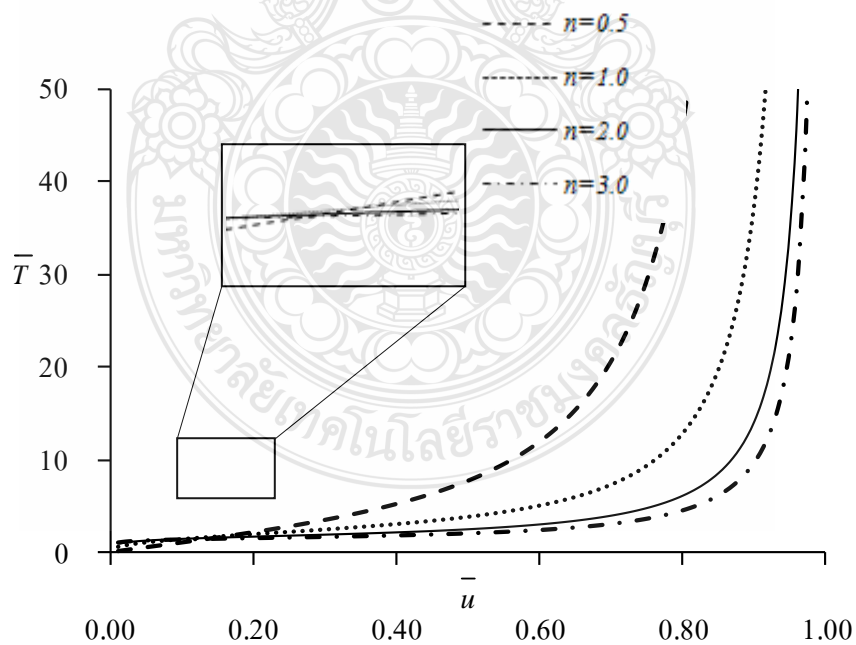
ภาพที่ 5.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$



ภาพที่ 5.3 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$

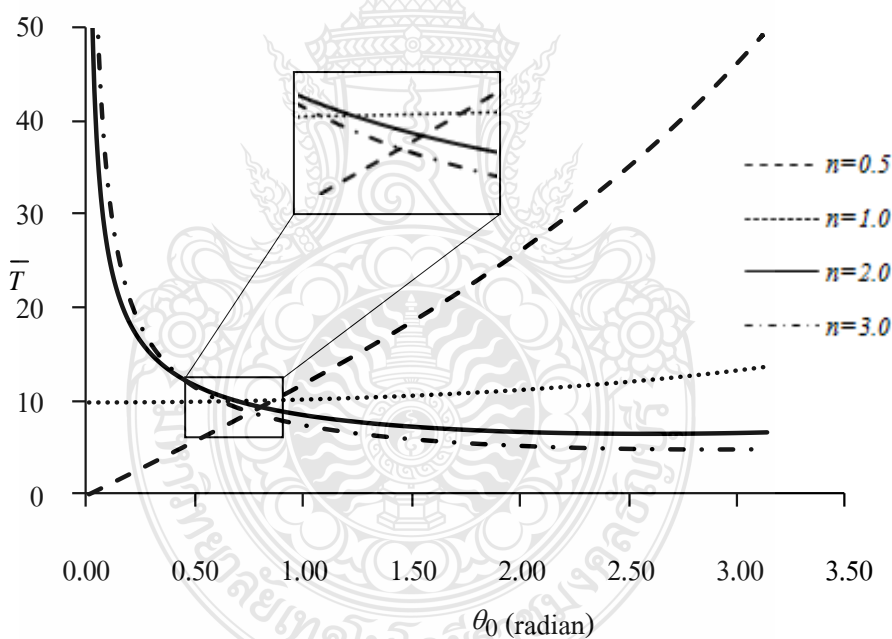


ภาพที่ 5.4 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$

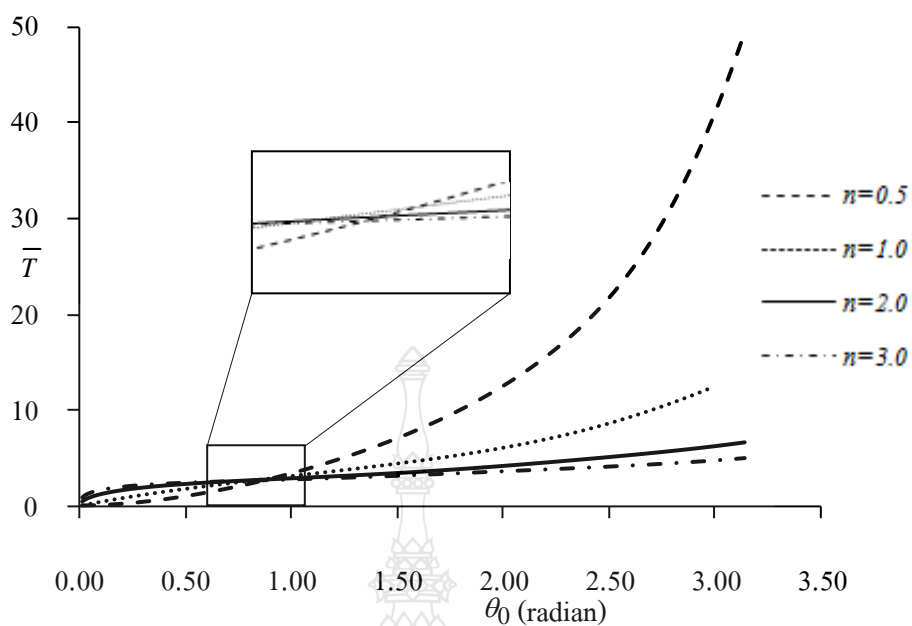


ภาพที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$

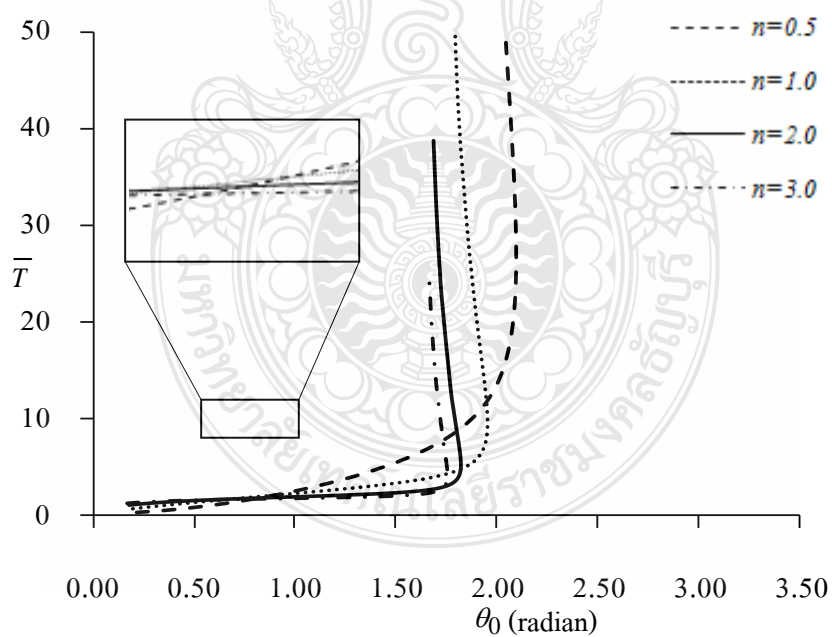
พิจารณากรณีตามภาพที่ 5.7 ถึง 5.9 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{T} กับ θ_0 ที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน พบว่าเมื่อค่า \bar{T} เพิ่มขึ้นค่า θ_0 ก็จะเพิ่มขึ้นด้วย แต่กรณีที่ค่า $0.00 < \bar{h}_a < 1.00$ ค่า θ_0 จะเพิ่มขึ้นเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ π ส่วนกรณีที่ $\bar{h}_a \geq 1.00$ เช่น $\bar{h}_a = 1.00$ และ $\bar{h}_a = 1.50$ ค่า θ_0 จะมีสูงสุดที่ $\theta_0 = 2.09$ และ 1.869 ตามลำดับ เมื่อค่า $n = 0.5$ และพบว่าค่า θ_0 สูงสุดจะลดลงเมื่อค่า n ของวัสดุเพิ่มสูงขึ้น และเป็นข้อสังเกตว่าในกรณีที่ค่า θ_0 สูงสุดแล้ว หากยังเพิ่มแรงดึงในเคเบิลต่อไปอีก ค่า θ_0 จะไม่เพิ่มขึ้นอีกหากแต่มีแนวโน้มลดลงเล็กน้อย ดังนั้นทำให้สามารถหาค่าผลรวมของมุมสูงสุดการโค้งตัวที่ปลายเสาในแต่ละกรณีได้ดังตารางที่ 5.2 ดังนั้นจากมุมการโค้งตัวที่แตกต่างกันของเสา ทำให้สรุปได้ว่าเป็นผลมาจากค่าดัชนีความเป็นเชิงเส้น (n) ที่แตกต่างกันของตัววัสดุทำเสานอกจากนั้นแล้วตำแหน่งในการยึดรั้งเคเบิลที่ไม่เท่ากัน (\bar{h}_a) ทำให้เสามีมุมการโค้งตัวที่ปลายเสาที่แตกต่างกันด้วย



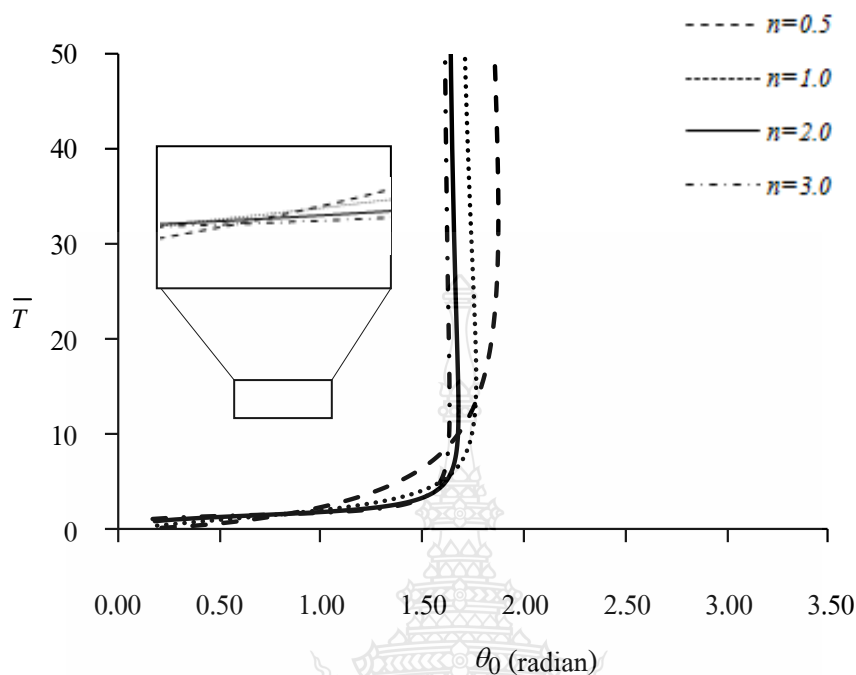
ภาพที่ 5.6 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโค้งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$



ภาพที่ 5.7 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.50$



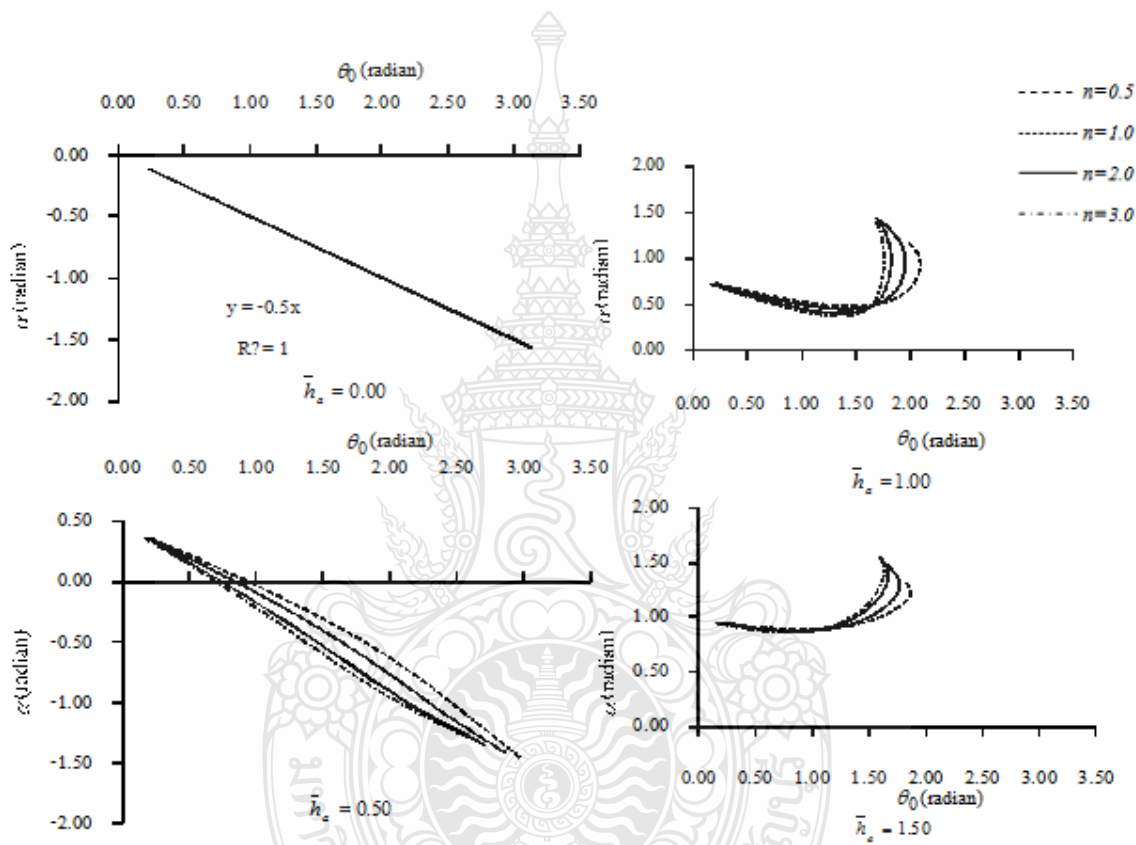
ภาพที่ 5.8 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$



ภาพที่ 5.9 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการโค้งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$

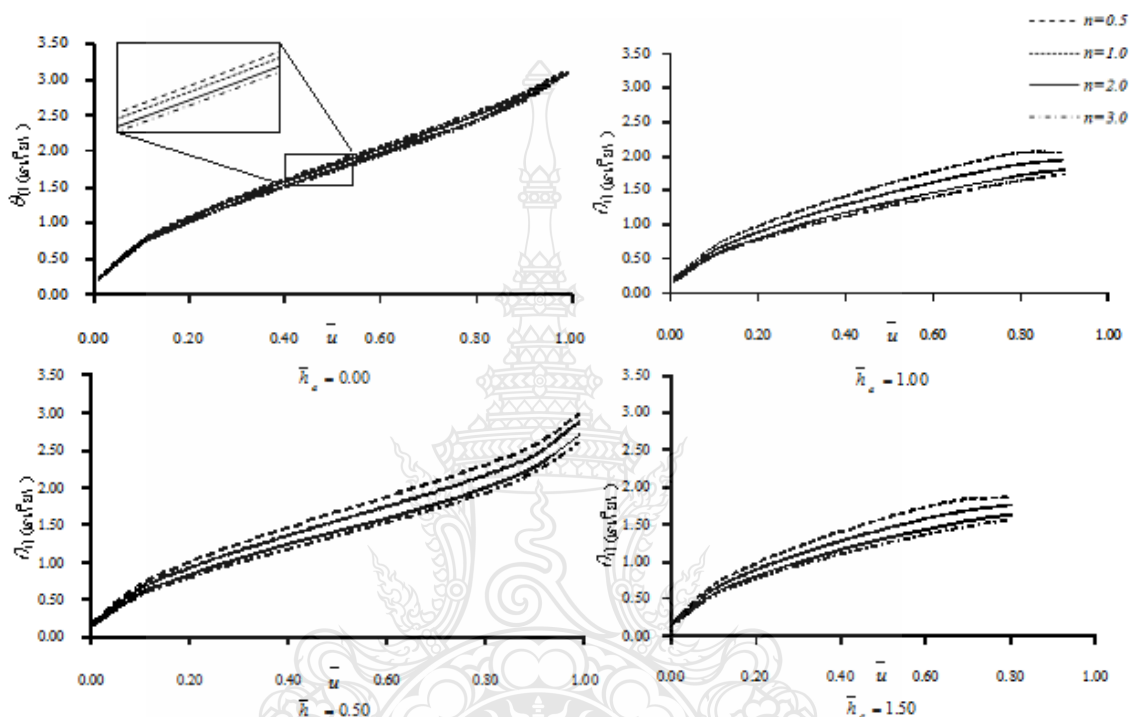
ตามภาพที่ 5.10 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง α กับ θ_0 ที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน ในกรณีที่มีค่า $\bar{h}_a = 0.00$ เมื่อแรงดึงในเคเบิลมีค่าเพิ่มมากขึ้น พบว่าทั้งค่า α และ θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นในลักษณะที่เป็นเส้นตรง และพบความสัมพันธ์ระหว่าง α กับ θ_0 นั่นคือค่ามุม θ_0 จะมีค่าเป็น 2 เท่าของค่ามุม α เสมอทุกกรณีค่า n ที่พิจารณา นอกจากนั้นยังพบว่า θ_0 จะมีค่าเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ π ส่วน α จะมีค่าเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ $-\pi/2$ ซึ่งทำให้ผลรวมของค่ามุมสูงสุดที่ปลายเสา ($\theta_0 + \alpha$) มีค่าเข้าใกล้ $\pi/2$ และในกรณีที่มีค่า $\bar{h}_a = 0.50$ เมื่อแรงดึงในเคเบิลมีค่าเพิ่มมากขึ้น พบว่าทั้งค่า α และ θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นในลักษณะที่เกือบเป็นเส้นตรงเช่นกัน แต่ความสัมพันธ์ระหว่าง α กับ θ_0 จะไม่เป็น 2 เท่า เหมือนกับกรณี $\bar{h}_a = 0.00$ แต่พบว่า θ_0 จะมีค่าเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ π ส่วน α จะมีค่าเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ $-\pi/2$ ซึ่งทำให้ผลรวมของค่ามุมสูงสุดที่ปลายเสา ($\theta_0 + \alpha$) มีค่าเข้าใกล้ $\pi/2$ เช่นกัน ส่วนกรณีที่มีค่า $\bar{h}_a = 1.00$ และ 1.50 พบว่าเมื่อแรงดึงในเคเบิลมีค่าเพิ่มมากขึ้น พบว่าทั้งค่า α และ θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นโดยที่มีค่าเป็นบวกทั้งคู่ θ_0 จะมีค่าเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ $\pi/2$ และ α จะมีค่าเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ $\pi/2$ เช่นกัน ซึ่งทำให้ผลรวมของค่ามุมสูงสุดที่ปลายเสา ($\theta_0 + \alpha$) มีค่าเข้าใกล้ π ดังแสดงไว้ในตาราง

ที่ 5.2 และเป็นข้อสังเกตว่าที่ $\bar{h}_a = 1.00$ และ $\bar{h}_a = 1.50$ ค่า θ_0 จะมีสูงสุดที่ $\theta_0 = 2.09$ และ 1.869 ตามลำดับ เมื่อค่า $n = 0.5$ และพบว่าค่า θ_0 สูงสุดจะลดลงเมื่อค่า n ของวัสดุเพิ่มสูงขึ้น นอกจากนั้น หากพิจารณาตารางที่ 5.2 ประกอบด้วย พบว่าผลรวมของค่ามุมสูงสุดของการโก่งตัวที่ส่วนปลายยื่นของเสา สามารถที่จะสรุปได้ว่า $\theta_0 + \alpha = \pi$ เมื่อ $\bar{h}_a \geq 1.00$ และ $\theta_0 + \alpha = \pi/2$ เมื่อ $\bar{h}_a < 1.00$ ภายใต้งเงื่อนไข \bar{u} มีค่าเข้าใกล้ 1.00 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ [1]



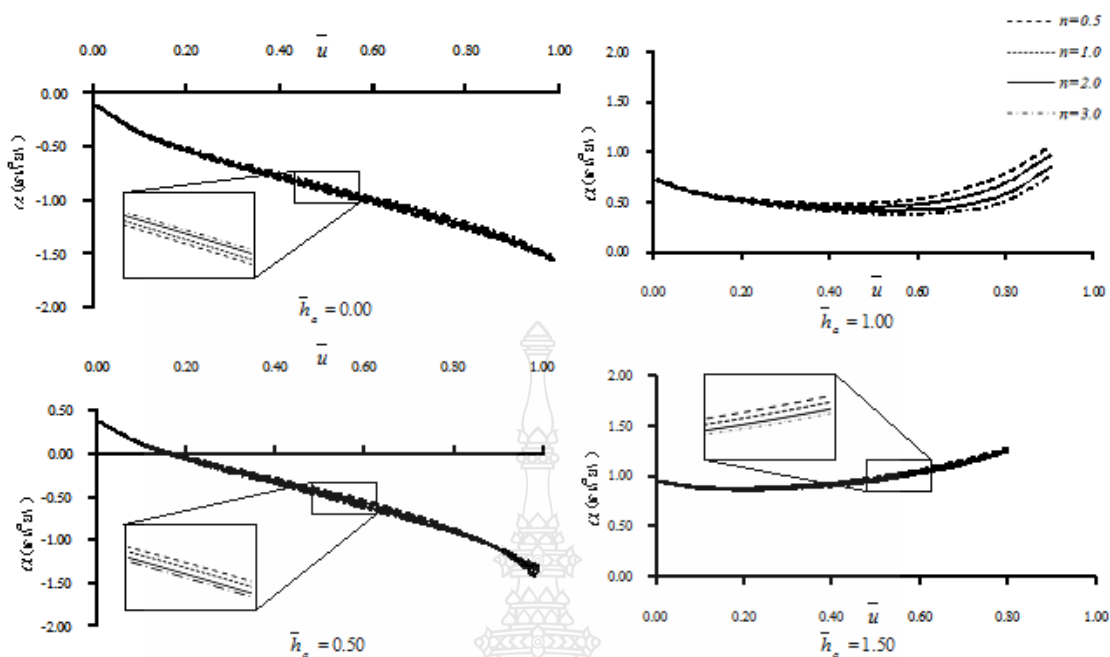
ภาพที่ 5.10 ความสัมพันธ์ระหว่างมุม α กับค่ามุมของการโก่งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50

พิจารณากรณีตามภาพที่ 5.11 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} กับ θ_0 ที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน พบว่าเมื่อค่า \bar{u} เพิ่มขึ้นค่า θ_0 ก็จะเพิ่มขึ้นด้วย ในทุกกรณี $\bar{h}_a < 1.00$ และ $\bar{h}_a \geq 1.00$ โดยหากพิจารณาที่ค่าการโค้งในแนวแกนตั้งที่เท่ากัน (\bar{u} เท่ากัน) พบว่าค่ามุมของการโค้งตัวที่ปลายเสา ในทุกกรณี \bar{h}_a ที่พิจารณา วัสดุที่มีค่า n น้อยกว่าจะมีมุมของการโค้งตัวที่ปลายเสามากกว่า



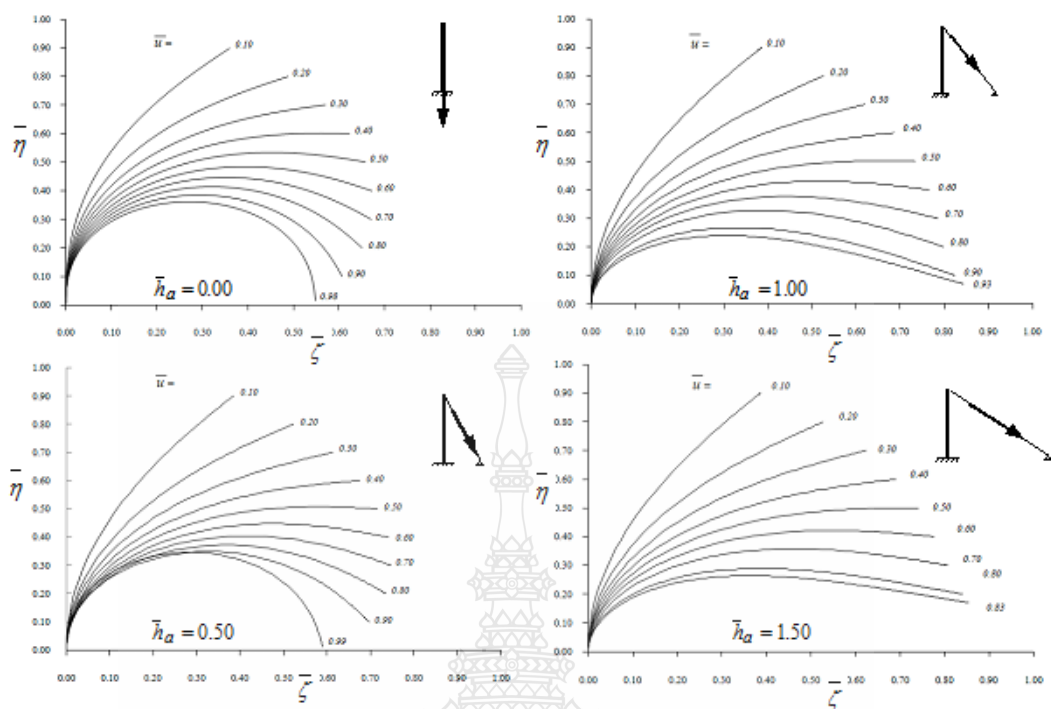
ภาพที่ 5.11 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการโค้งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) กับค่ามุมของการโค้งตัวที่ปลายเสา (θ_0) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00, 0.50, 1.00$ และ 1.50

กรณีตามภาพที่ 5.12 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} กับ α ที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน พบว่าเมื่อค่า \bar{u} เพิ่มขึ้นค่า α ก็จะเพิ่มขึ้นด้วย โดยในกรณี $\bar{h}_a < 1.00$ ค่ามุม α จะเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ ขึ้นอยู่กับค่าของตำแหน่งแรงดึงในเคเบิล และเมื่อค่า \bar{u} มีค่าเข้าใกล้ 1.0 ค่ามุม α ก็มีแนวโน้มที่จะเข้าใกล้ค่า $\pi/2$ ส่วนกรณี $\bar{h}_a \geq 1.00$ ค่ามุม α จะเป็นค่าบวกอย่างเดียวและมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่งซึ่งเป็นผลบวกระหว่างค่านี้กับค่า θ_0 แล้วทำให้ผลรวมของค่ามุมโค้งตัวมากที่ปลายเสามีแนวโน้มที่จะเข้าใกล้ค่า π โดยหากพิจารณาที่ค่าการโค้งในแนวแกนตั้งที่เท่ากัน (\bar{u} เท่ากัน) พบว่าค่ามุมของการโค้งตัวที่ปลายเสาในกรณี $\bar{h}_a \geq 1.00$ วัสดุที่มีค่า n น้อยกว่าจะมีมุมของการโค้งตัวที่ปลายเสามากกว่า

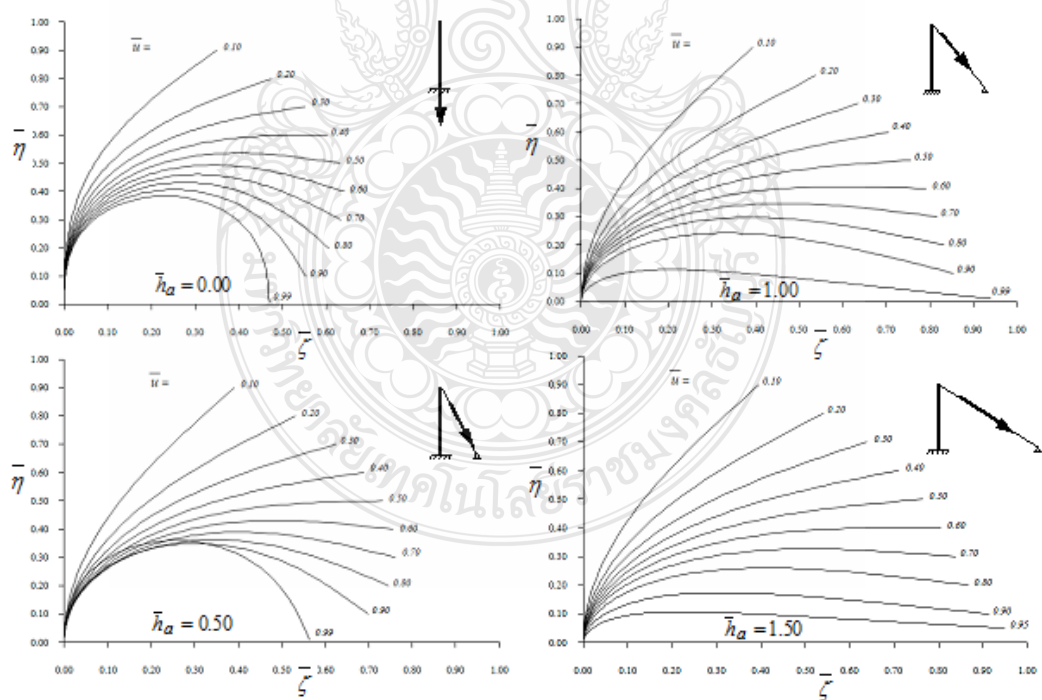


ภาพที่ 5.12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการโก่งตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) กับค่ามุม α ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50

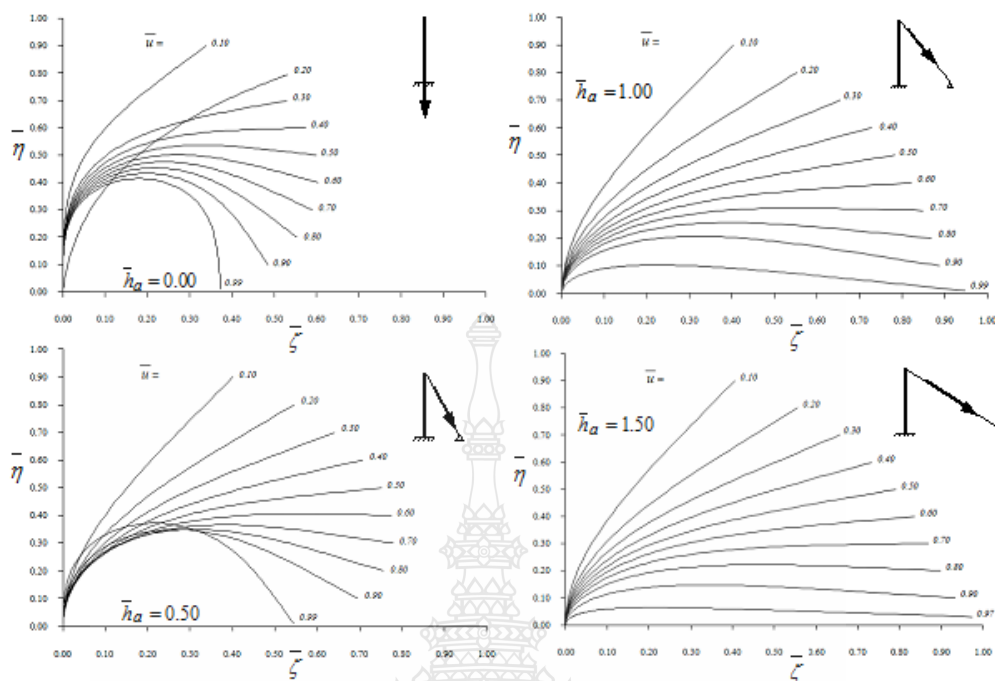
ต่อไปพิจารณาตามภาพที่ 5.13 ถึง 5.16 แสดงค่าการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่น ที่ถูกยึดรั้งปลายด้วยสายเคเบิล เมื่อแรงดึงในเคเบิลเพิ่มมากขึ้น โดยภาพที่ 5.13 เป็นกรณีที่ $n = 0.5$ ภาพที่ 5.14 เป็นกรณีที่ $n = 1.0$ ภาพที่ 5.15 เป็นกรณีที่ $n = 2.0$ และ ภาพที่ 5.16 เป็นกรณีที่ $n = 3.0$ ตามลำดับ โดยทั้ง 4 กรณีพิจารณาที่ระยะยึดสายเคเบิลคือ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ หากพิจารณาที่ค่า n เดียวกัน \bar{h}_a ต่างกัน พบว่าที่ค่าการโก่งตัวมาก (\bar{u}) ของปลายเสาในแนวแกนตั้ง ($\bar{\eta}$) ที่ค่าเท่ากัน หากระยะยึดเคเบิล (\bar{h}_a) เพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าการโก่งตัวในแนวแกนนอน (\bar{z}) เพิ่มขึ้นด้วย โดยที่ระบบแกน $\bar{\eta}$, \bar{z} ถูกสร้างขึ้นเพื่อทำให้กราฟรูปร่างการโก่งตัวของเสาในการคำนวณสอดคล้องกับการทดลอง (ภาคผนวก ฉ)



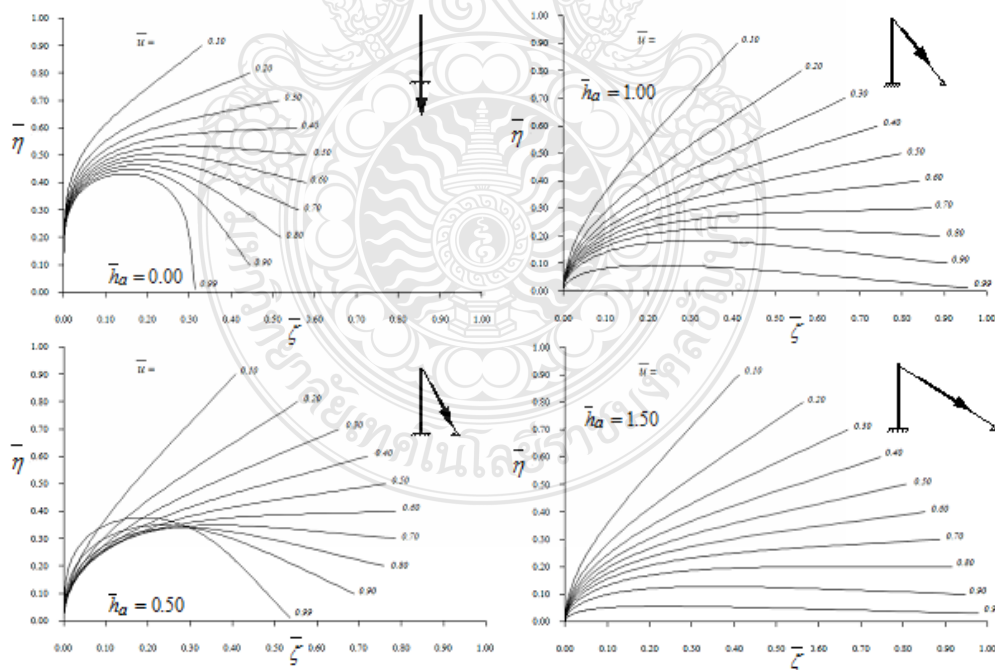
ภาพที่ 5.13 การ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลของวัสดุ $n = 0.5$ เมื่อ $\bar{u} < 1.0$
 $\bar{h}_a = 0.00 \ 0.50 \ 1.00$ และ 1.50



ภาพที่ 5.14 การ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลของวัสดุ $n = 1.0$ เมื่อ $\bar{u} < 1.0$
 $\bar{h}_a = 0.00 \ 0.50 \ 1.00$ และ 1.50

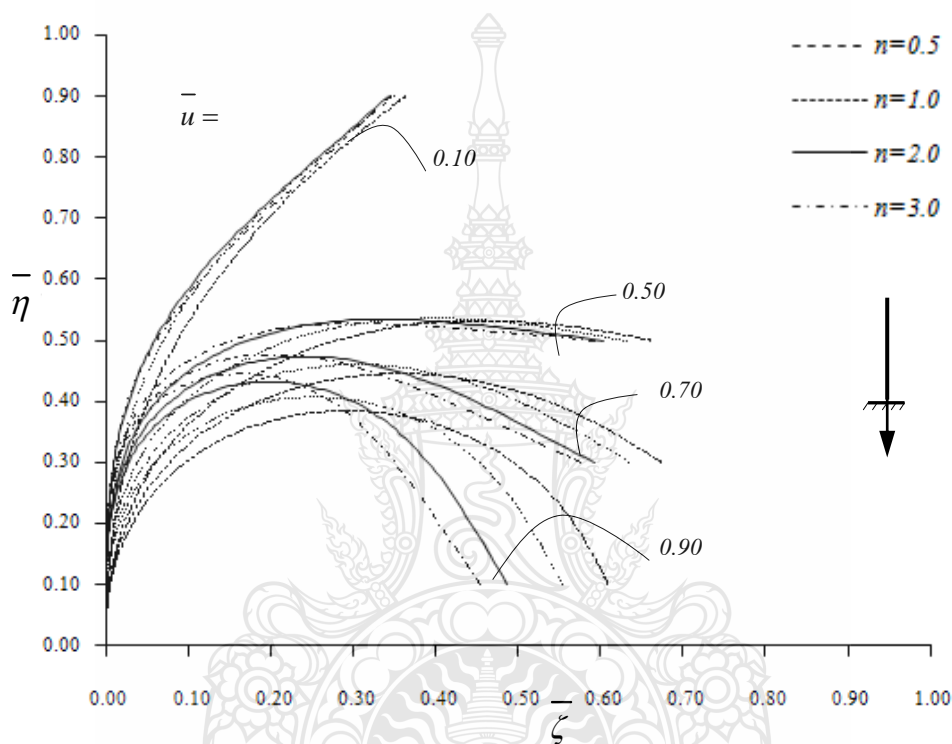


ภาพที่ 5.15 การ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลของวัสดุ $n = 2.0$ เมื่อ $\bar{u} < 1.0$
 $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50

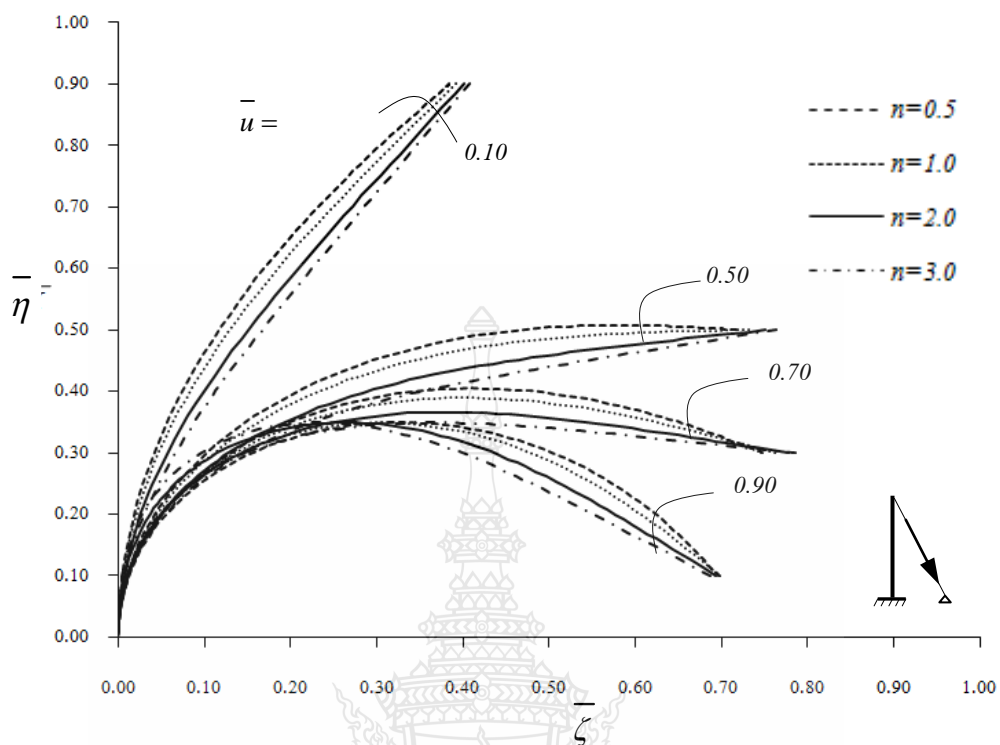


ภาพที่ 5.16 การ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลของวัสดุ $n = 3.0$ เมื่อ $\bar{u} < 1.0$
 $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50

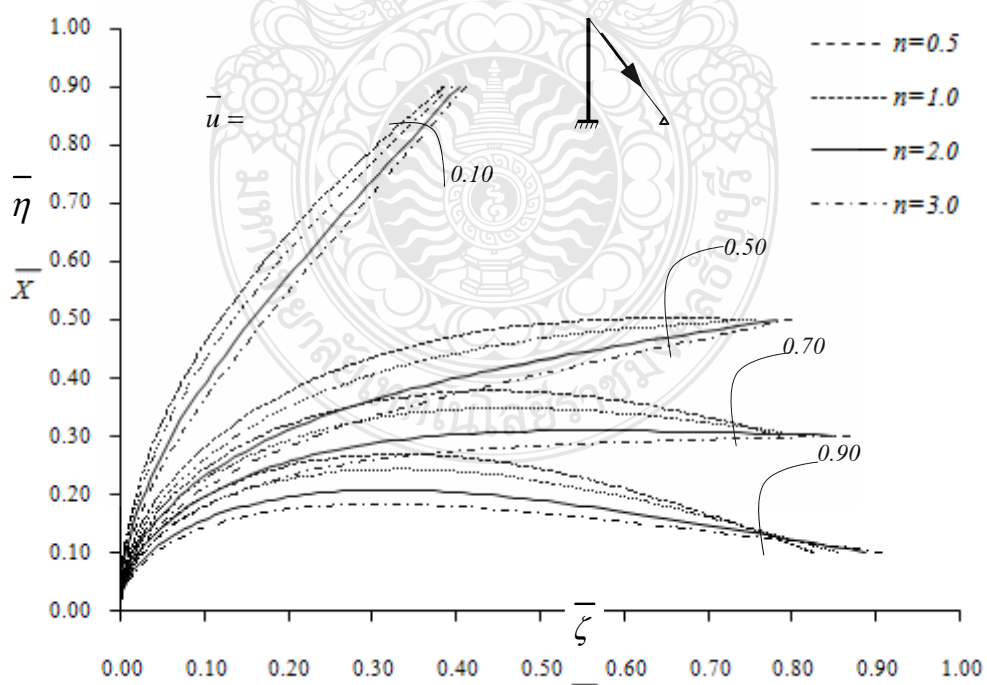
และตามภาพที่ 5.17 ถึง 5.20 แสดงค่าการโค้งตัวของเสาปลายยื่น ที่ถูกยึดครึ่งปลายด้วยสายเคเบิล เมื่อแรงดึงในเคเบิลเพิ่มมากขึ้น พบว่าเสามีการโค้งตัวมากขึ้นเช่นกัน และ ที่ระยะการโค้งตัวเท่ากันในแนวแกนตั้ง เสาที่ทำจากวัสดุที่มีค่า $n = 3.0$ จะมีระยะการโค้งตัวในแนวแกน $\bar{\zeta}$ น้อยที่สุด ดังนั้น แสดงว่าวัสดุทำเสามีค่าความหยุ่นตัวเรียงจากมากไปน้อย คือ $n = 3.0$ 2.0 1.0 และ 0.5 ตามลำดับ



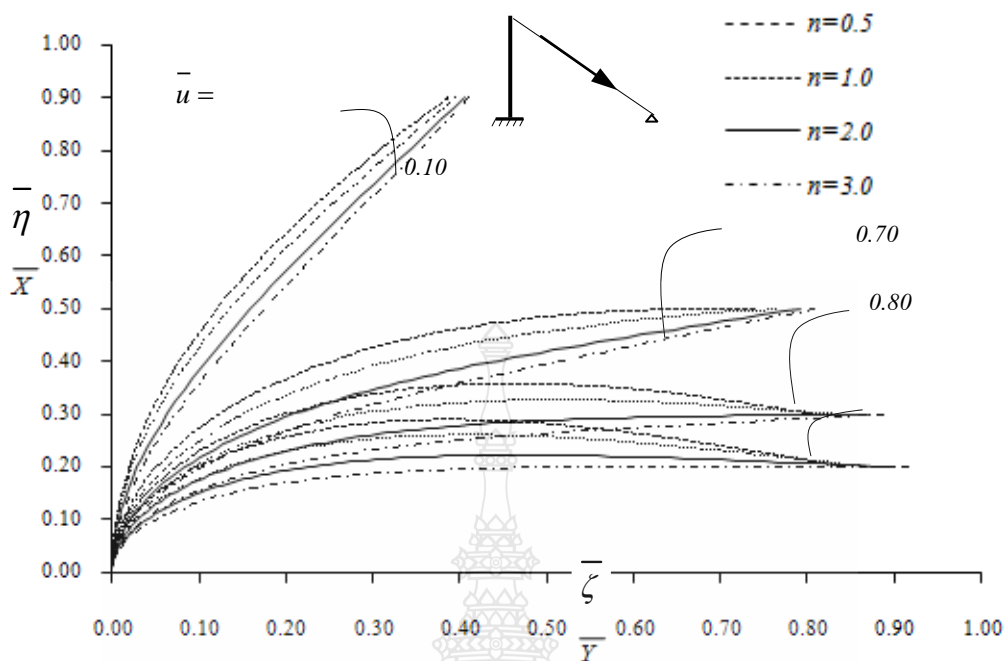
ภาพที่ 5.17 การโค้งตัวของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.00$



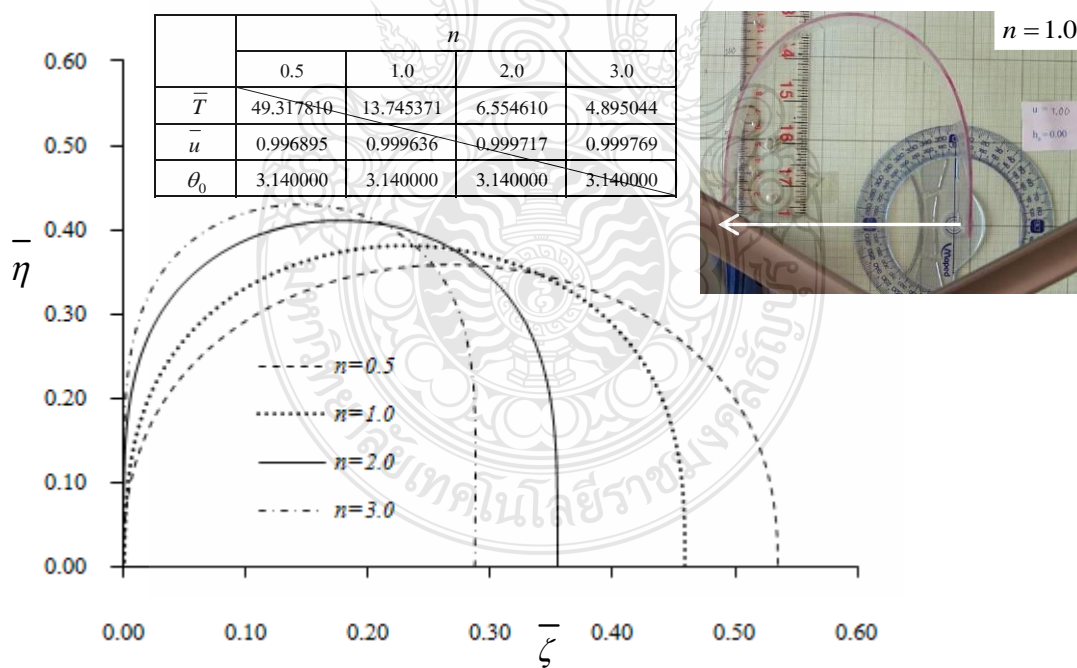
ภาพที่ 5.18 การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.50$



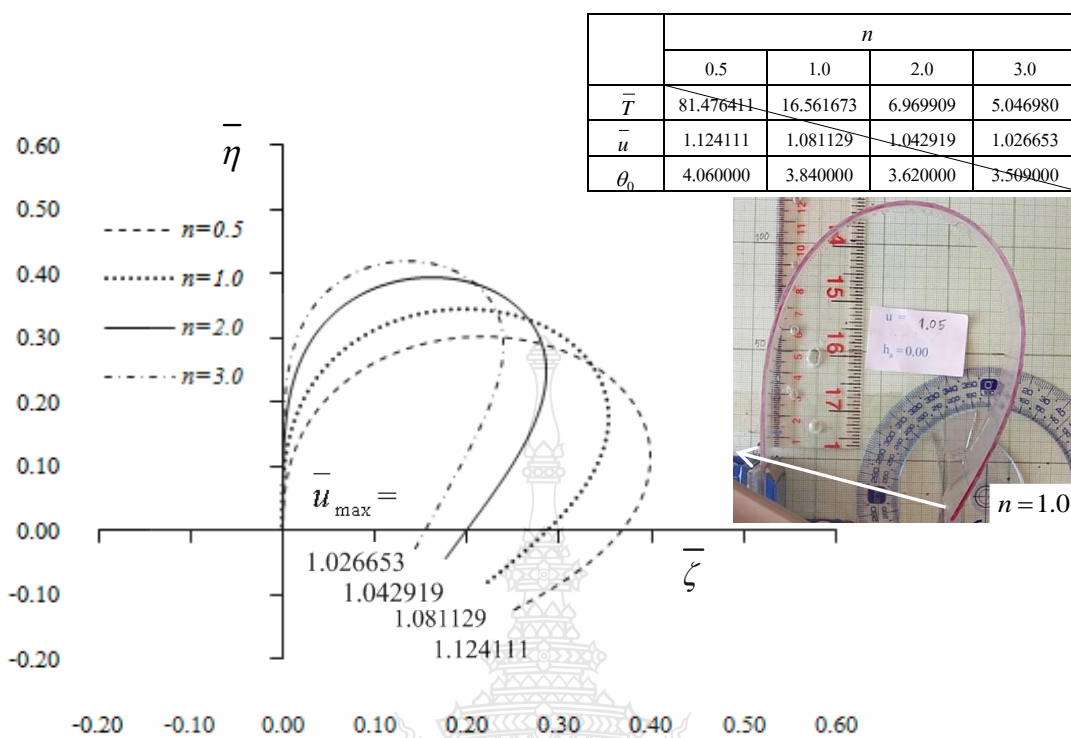
ภาพที่ 5.19 การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิลที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.00$



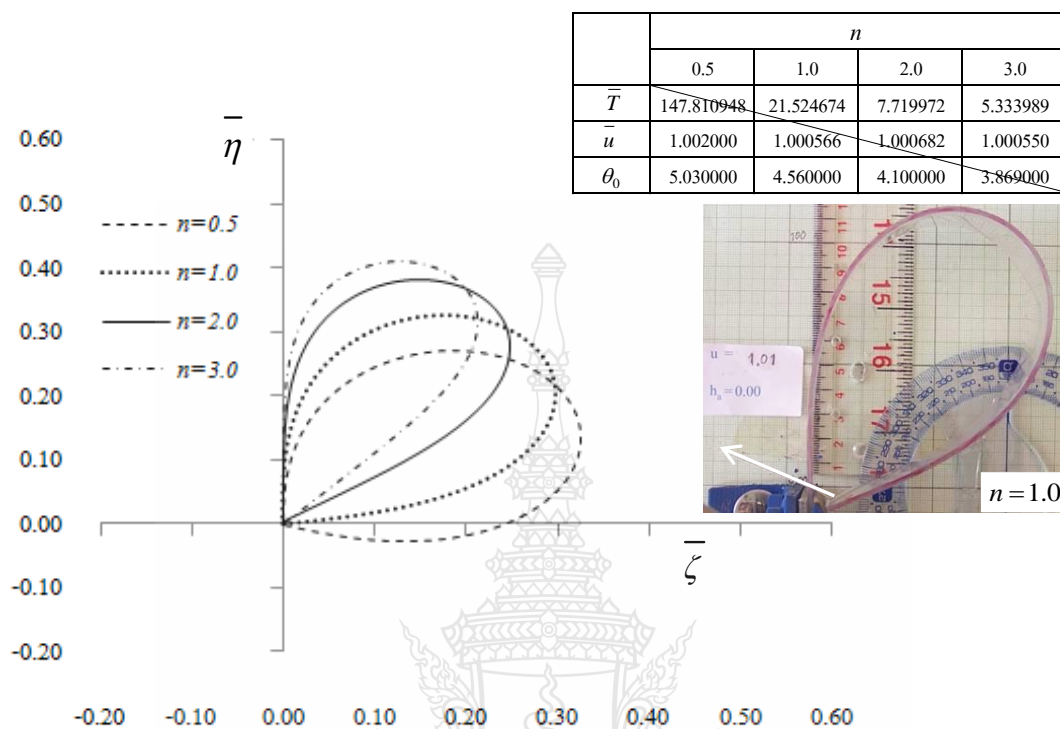
ภาพที่ 5.20 การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงค้ำจากเคเบิลที่ระยะ $\bar{h}_a = 1.50$



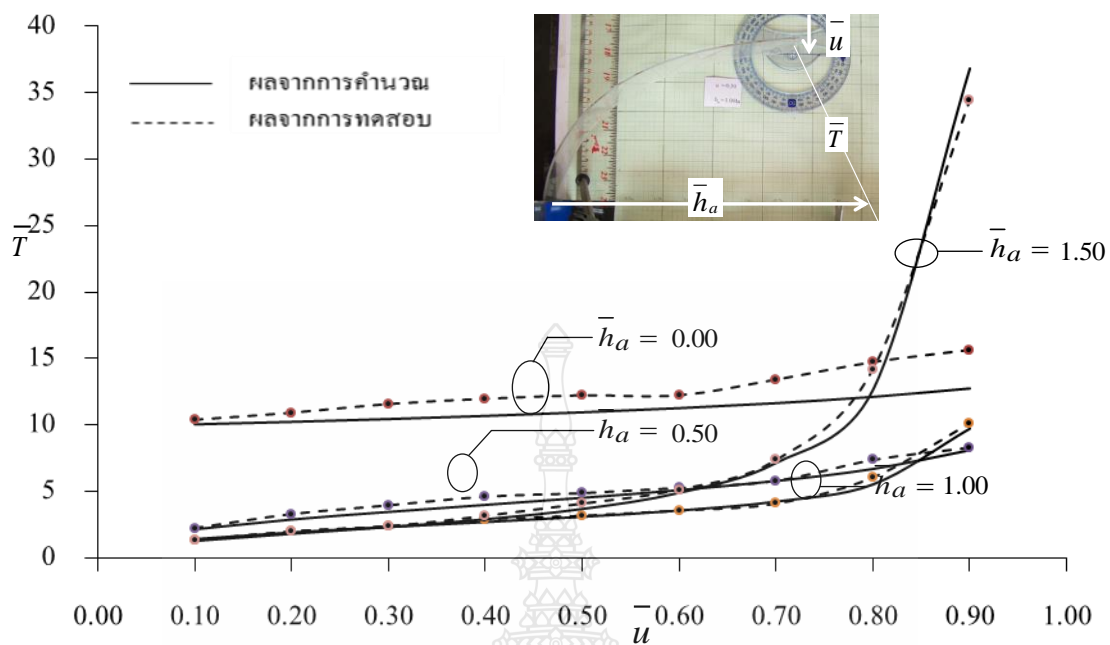
ภาพที่ 5.21 ผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโค้งตัวมากของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงค้ำจากเคเบิล ที่ \bar{u} เข้าใกล้ 1.0 กรณี $\bar{h}_a = 0.00$



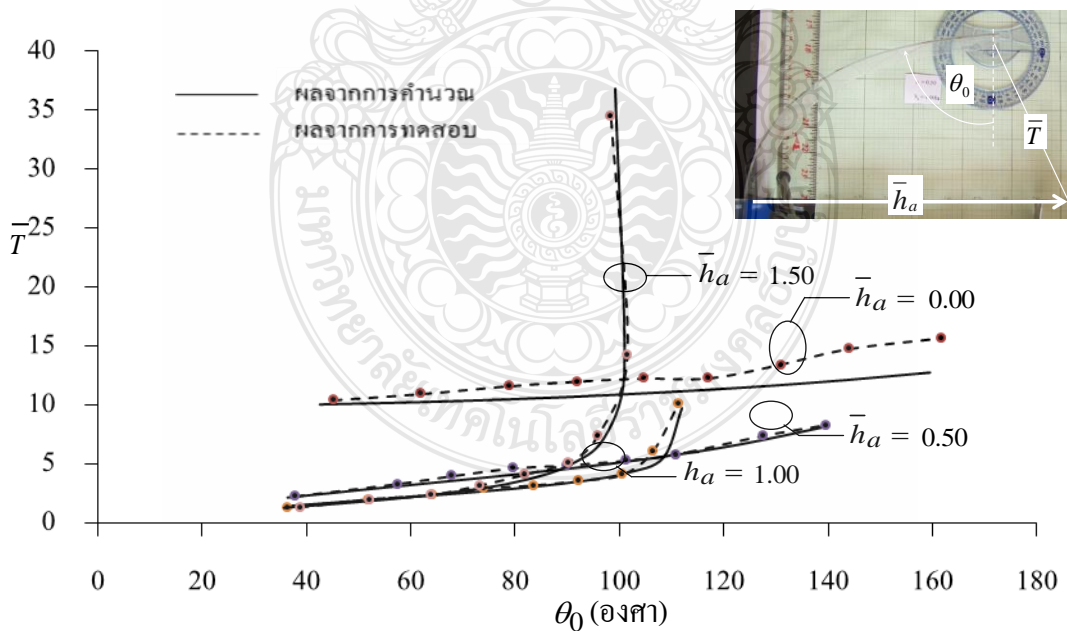
ภาพที่ 5.22 ผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโค้งตัวมากของเสา
ปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ที่ u_{\max} กรณี $h_a = 0.00$



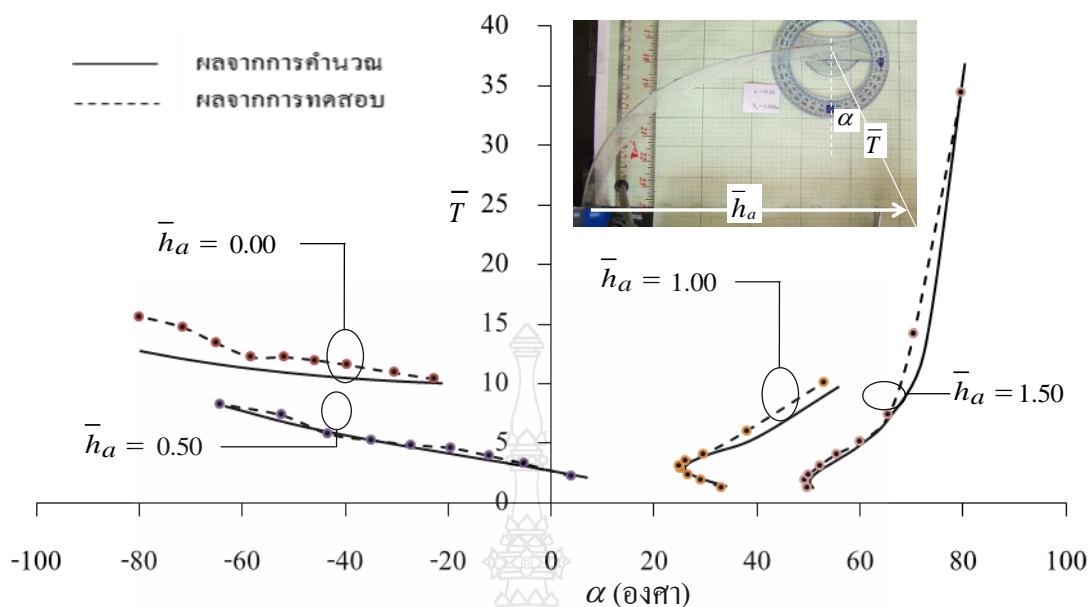
ภาพที่ 5.23 ผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโค้งตัวของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ที่ตำแหน่งปลายเสาอยู่ที่จุดเดียวกันกับจุดยึดแน่น กรณี $\bar{h}_a = 0.00$



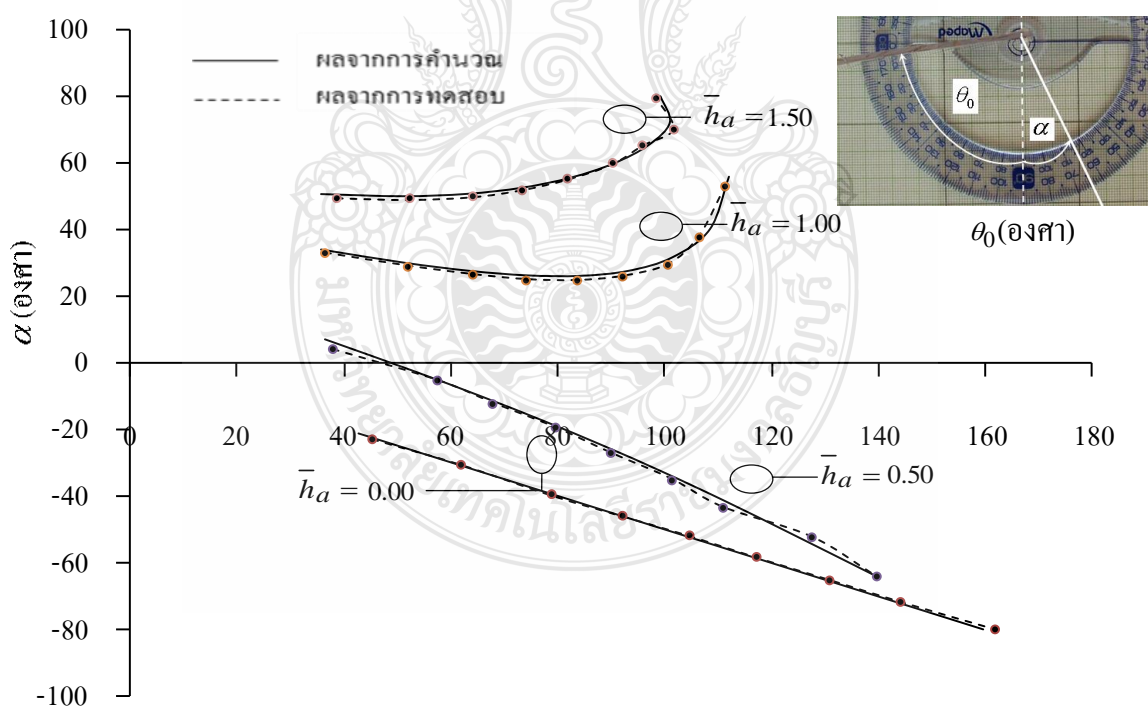
ภาพที่ 5.24 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาทัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$



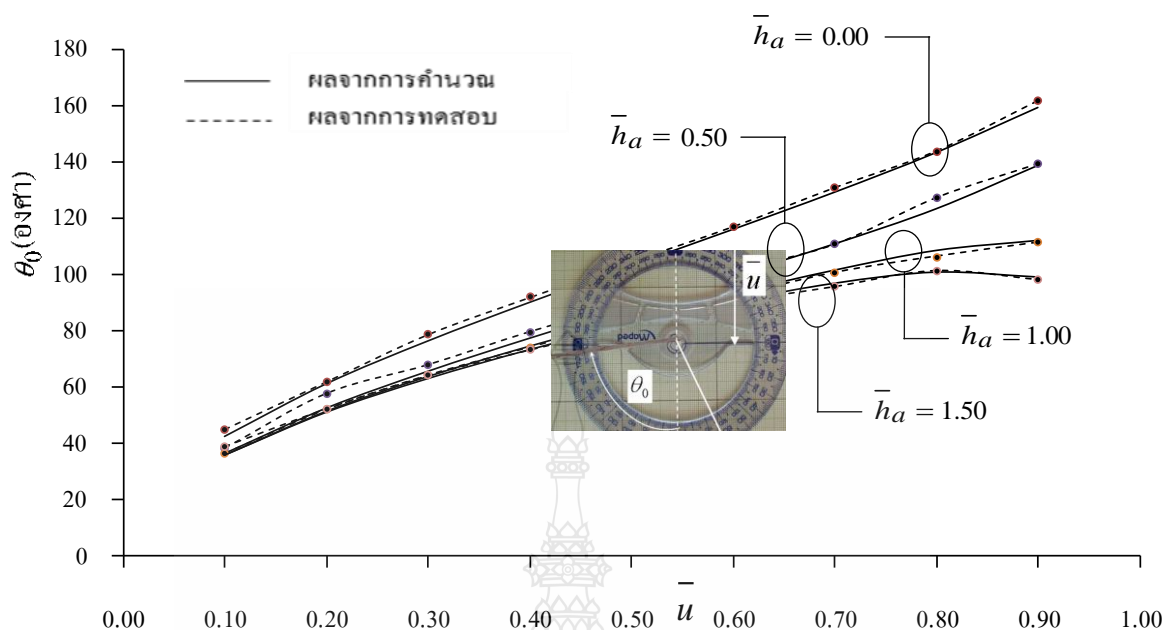
ภาพที่ 5.25 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ θ_0 ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาทัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$



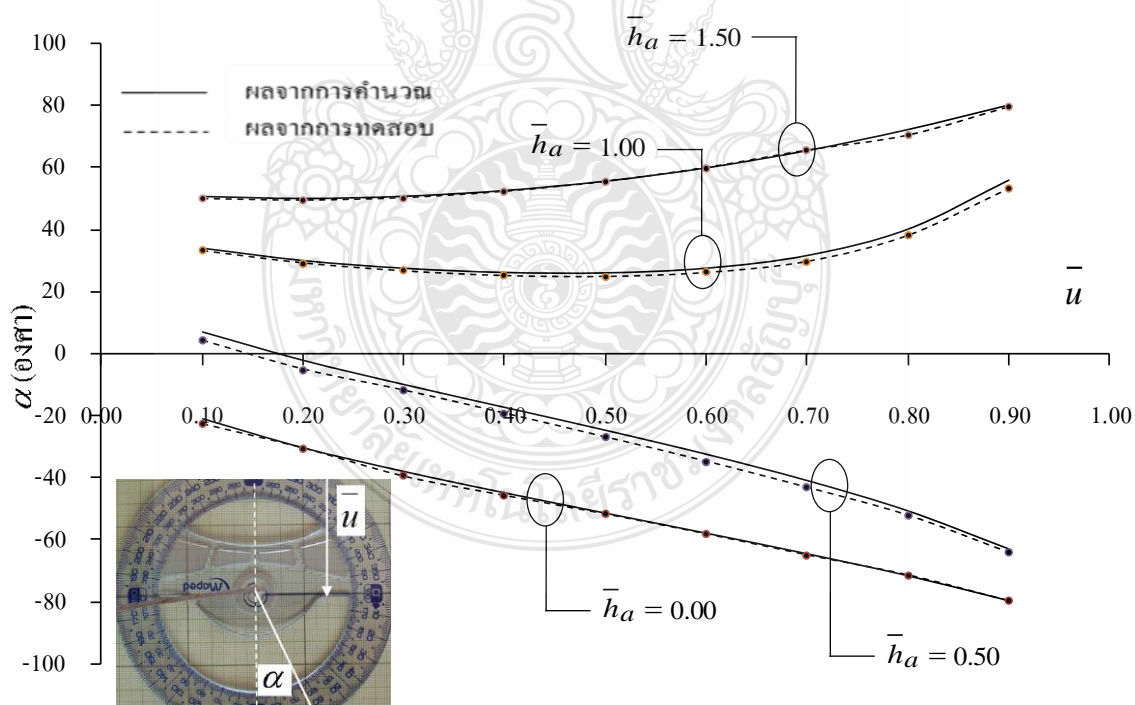
ภาพที่ 5.26 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ α ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาทัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$



ภาพที่ 5.27 เปรียบเทียบค่าของ θ_0 และ α ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาทัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$



ภาพที่ 5.28 เปรียบเทียบค่าของ θ_0 และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาทัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$



ภาพที่ 5.29 เปรียบเทียบค่าของ α และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาทัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ กรณี $n = 1.0$

5.4 ผลการทดสอบการโค้งตัวของเสาตัวอย่าง

โดยทำการทดสอบเฉพาะกรณีที่ว่าเสาทำจากแผ่นโพลีคาร์บอเนตมีค่า $n = 1.0$ ได้ผลการทดสอบดังตารางในภาคผนวก จ

5.5 เปรียบเทียบผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลจากการทดสอบเสาตัวอย่าง

การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ นอกจากจะทำการเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีตเพื่อที่จะชี้ให้เห็นว่ากระบวนการคำนวณที่พัฒนาขึ้นมีความถูกต้องน่าเชื่อถือได้แล้ว ก็นำผลที่ได้จากการทดสอบเสาตัวอย่างเพื่อหาค่าตัวแปรต่างๆ มาทำการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณ เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องอีกทางหนึ่งด้วย โดยทำการทดสอบเฉพาะกรณีที่ว่าเสาทำจากแผ่นโพลีคาร์บอเนตมีค่า $n = 1.0$ ได้ผลการทดสอบดังตารางในภาคผนวก จ และจากตารางที่ 5.7 เป็นการเปรียบเทียบค่าของตัวแปรต่างๆ ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างเมื่อ $\bar{h}_a = 0.00$ 0.50 1.00 และ 1.50 ตามลำดับ ในกรณี $n = 1.0$ และนำค่าของตัวแปรเหล่านี้มาเปรียบเทียบกัน ซึ่งจากภาพที่ 5.24 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ \bar{u} ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างพบว่าเมื่อค่าแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) เพิ่มมากขึ้น ค่าการโค้งตัวของเสาในแนวแกนดิ่ง (\bar{u}) ก็จะเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกันซึ่งพบว่า ค่าของตัวแปร \bar{T} และ \bar{u} ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ต่อไปพิจารณาภาพที่ 5.25 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ θ_0 ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง พบว่าเมื่อค่าแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) เพิ่มมากขึ้น ค่ามุมการโค้งตัวของเสา (θ_0) ก็จะเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกันซึ่งพบว่า ค่าของตัวแปร \bar{T} และ θ_0 ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี โดยที่ θ_0 มีค่าเป็นบวกอย่างเดียว เมื่อค่า \bar{T} เพิ่มมากขึ้น ส่วนภาพที่ 5.26 เปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ α ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง พบว่าเมื่อค่าแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) เพิ่มมากขึ้น ค่ามุมที่วัดระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) เป็นได้ทั้งค่าลบและค่าบวกขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่ยึดสายเคเบิล โดยพบว่ากรณี $\bar{h}_a = 1.00$ และ 1.50 ค่ามุมที่วัดได้ระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) มีค่าเป็นบวกเพียงอย่างเดียว ในกรณี $\bar{h}_a = 0.50$ ค่ามุมที่วัดได้ระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) มีค่าเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบขึ้นอยู่กับขนาดของแรงดึงในเคเบิล ส่วนกรณี $\bar{h}_a = 0.00$ ค่ามุมที่วัดได้ระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) มีค่าเป็นลบเพียงอย่างเดียว สรุปได้ว่าในทุกกรณีตามภาพที่ 5.26 ผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ต่อไปพิจารณาภาพที่ 5.27 ซึ่งเปรียบเทียบค่ามุม θ_0 และ α ที่ได้จาก การคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง พบว่าเมื่อค่าแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) เพิ่มมากขึ้น ผลบวก

ของค่ามุมที่วัดได้ระหว่าง θ_0 และ α จะมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่งนั่นคือ $\theta_0 + \alpha = \pi$ เมื่อ $\bar{h}_a \geq 1.00$ และ $\theta_0 + \alpha = \pi/2$ เมื่อ $\bar{h}_a < 1.00$ และเมื่อเพิ่มค่าแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) มากขึ้นอีกผลบวกของค่ามุมที่วัดได้ระหว่าง θ_0 และ α จะเพิ่มขึ้นน้อยมาก จนอาจพิจารณาได้ว่าไม่เพิ่มขึ้น และมีข้อสังเกตว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง θ_0 และ α จะเป็นเส้นตรงในกรณีที่แรงดึงในเคเบิลผ่านจุดแน่นของเสา นอกจากนั้นยังพบความสัมพันธ์ระหว่าง α กับ θ_0 นั่นคือค่ามุม θ_0 จะมีค่าเป็น 2 เท่าของค่ามุม α ด้วย ในส่วนของกระบวนการพิสูจน์สามารถดูได้ใน ภาคผนวก ข ซึ่งผลที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างมีความสอดคล้องกัน ส่วนภาพที่ 5.28 เปรียบเทียบค่าของ θ_0 และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00 \ 0.50 \ 1.00$ และ 1.50 ตามลำดับ พบว่าเมื่อเสาปลายยื่นมีค่าการโก่งตัวมากตามแนวแกนดิ่ง (\bar{u}) มีค่าเพิ่มขึ้น ค่ามุมการโก่งตัวมากที่ปลายยื่นของเสา (θ_0) ก็เพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน ซึ่งพบว่า ค่าของตัวแปร θ_0 และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ส่วนภาพที่ 5.29 เปรียบเทียบค่าของ α และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่าง เมื่อ $\bar{h}_a = 0.00 \ 0.50 \ 1.00$ และ 1.50 ตามลำดับ พบว่าค่าของตัวแปร α และ \bar{u} ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสาตัวอย่างมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี และมีลักษณะการเปลี่ยนแปลงคล้ายกันกับกรณีเปรียบเทียบค่าของ \bar{T} และ α นั่นคือเมื่อค่าการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่น (\bar{u}) เพิ่มขึ้น ค่ามุมที่วัดระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) เป็นได้ทั้งค่าลบและค่าบวกขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่ยึดสายเคเบิล โดยพบว่ากรณี $\bar{h}_a = 1.00$ และ 1.50 ค่ามุมที่วัดได้ระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) มีค่าเป็นบวกเพียงอย่างเดียว ในกรณี $\bar{h}_a = 0.50$ ค่ามุมที่วัดได้ระหว่างเคเบิลกับแกนแนวดิ่ง (α) มีค่าเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่ยึดสายเคเบิล ส่วนกรณี $\bar{h}_a = 0.00$ ค่ามุมที่วัดได้ มีค่าเป็นลบเพียงอย่างเดียว ในส่วนของตารางที่ 5.8 เป็นการเปรียบเทียบค่าของตัวแปรต่างๆ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลการทดสอบเสาตัวอย่าง ซึ่งเป็นกรณี $n = 1.0$ เพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุด การเปรียบเทียบทำโดยจับคู่ตัวแปรเป็นคู่ๆ โดยนำข้อมูลเริ่มตั้งแต่ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 1.50 เพิ่มขึ้น ครั้งละ 0.10 และ $\bar{u} = 0.10$ ถึง 0.90 เพิ่มขึ้น ครั้งละ 0.10 มาทำการเปรียบเทียบกัน

ตารางที่ 5.7 เปรียบเทียบค่าตัวแปรต่างๆ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบเสถียรตัวอย่าง ที่
 ระยะ $\bar{h}_a = 0.00 \ 0.50 \ 1.00$ และ 1.50 ตามลำดับ
 เมื่อ $n = 1.0$

\bar{h}_a	$\bar{\mu}$		$\bar{\zeta}$				\bar{T}		(องศา)		
	จำนวน	ทดสอบ	จำนวน		ทดสอบ		จำนวน	ทดสอบ	จำนวน	ทดสอบ	
	(ไร่หน่วย)	(ไร่หน่วย)	(กก.)	(ไร่หน่วย)	(กก.)	(ไร่หน่วย)	องศา	องศา	องศา	องศา	
0.00	0.10	-0.35	-0.37	0.76	10.04	0.79	10.39	42.54	45.20	-21.27	-22.65
	0.20	-0.47	-0.48	0.78	10.23	0.83	10.92	61.24	62.04	-30.62	-30.49
	0.30	-0.55	-0.56	0.79	10.44	0.88	11.58	76.47	78.79	-38.24	-39.62
	0.40	-0.60	-0.61	0.81	10.68	0.91	11.97	90.20	91.94	-45.10	-45.83
	0.50	-0.63	-0.63	0.83	10.95	0.93	12.23	103.25	104.64	-51.63	-51.82
	0.60	-0.64	-0.64	0.86	11.26	0.93	12.23	116.16	117.06	-58.08	-58.25
	0.70	-0.63	-0.63	0.88	11.64	1.02	13.42	129.38	130.92	-64.69	-65.06
	0.80	-0.61	-0.60	0.92	12.11	1.12	14.73	143.50	143.94	-71.75	-71.53
	0.90	-0.55	-0.53	0.97	12.75	1.19	15.65	159.50	161.78	-79.75	-79.87
0.50	0.10	-0.39	-0.43	0.16	2.15	0.17	2.24	36.35	37.97	6.89	6.45
	0.20	-0.53	-0.56	0.22	2.88	0.25	3.29	52.50	57.54	-2.29	-2.14
	0.30	-0.62	-0.65	0.26	3.45	0.30	3.95	65.63	67.84	-10.10	-12.03
	0.40	-0.69	-0.72	0.30	3.98	0.35	4.60	77.42	79.61	-17.48	-19.46
	0.50	-0.73	-0.75	0.34	4.52	0.37	4.87	88.60	90.00	-24.87	-27.11
	0.60	-0.76	-0.78	0.39	5.10	0.40	5.26	99.65	101.29	-32.62	-34.92
	0.70	-0.76	-0.79	0.44	5.79	0.44	5.79	111.06	110.84	-41.11	-43.32
	0.80	-0.75	-0.78	0.51	6.69	0.56	7.37	123.58	127.50	-50.91	-52.30
	0.90	-0.70	-0.72	0.62	8.10	0.63	8.29	139.02	139.63	-63.20	-64.25
1.00	0.10	-0.39	-0.40	0.11	1.41	0.10	1.32	35.83	36.33	33.96	33.08
	0.20	-0.54	-0.54	0.15	1.91	0.15	1.97	51.35	51.90	30.02	29.17
	0.30	-0.63	-0.64	0.18	2.31	0.18	2.37	63.69	64.11	27.56	26.62
	0.40	-0.70	-0.71	0.20	2.69	0.22	2.89	74.44	74.06	26.22	25.11
	0.50	-0.76	-0.76	0.23	3.09	0.24	3.16	84.20	83.47	26.08	24.83
	0.60	-0.79	-0.80	0.27	3.56	0.27	3.55	93.20	92.17	27.59	26.11
	0.70	-0.82	-0.83	0.32	4.23	0.31	4.08	101.42	100.62	31.65	29.65
	0.80	-0.83	-0.85	0.42	5.53	0.46	6.05	108.41	106.40	40.07	37.99
	0.90	-0.85	-0.87	0.74	9.73	0.77	10.13	111.96	111.34	55.76	52.98
1.50	0.10	-0.39	-0.43	0.10	1.27	0.10	1.32	35.64	38.76	50.85	49.76
	0.20	-0.54	-0.56	0.14	1.81	0.15	1.97	50.93	52.19	50.20	49.27
	0.30	-0.64	-0.66	0.18	2.31	0.18	2.37	62.95	64.01	50.91	50.08
	0.40	-0.71	-0.73	0.22	2.90	0.24	3.16	73.26	73.19	52.77	52.16
	0.50	-0.76	-0.79	0.28	3.68	0.31	4.08	82.38	81.82	55.80	55.38
	0.60	-0.80	-0.83	0.37	4.89	0.39	5.13	90.39	90.10	60.08	59.92
	0.70	-0.84	-0.87	0.54	7.15	0.56	7.37	96.95	95.80	65.65	65.55
	0.80	-0.87	-0.90	0.96	12.65	1.08	14.21	100.91	101.52	72.44	70.45
	0.90	-0.91	-0.95	2.80	36.84	2.62	34.47	99.17	98.34	80.34	79.69

 θ_0

ตารางที่ 5.8 สรุปค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุดในแต่ละกรณีจาก ภาคผนวก ญ

ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุด (เปอร์เซ็นต์)						
\bar{h}_a	$\bar{T} - \bar{u}$	$\bar{T} - \theta_0$	$\bar{T} - \alpha$	$\theta_0 - \alpha$	$\theta_0 - \bar{u}$	$\alpha - \bar{u}$
0.00	<u>22.79</u>	<u>21.26</u>	<u>22.61</u>	1.74	6.25	6.49
0.10	8.61	10.28	7.90	3.41	2.84	2.36
0.20	8.81	8.64	10.71	12.87	3.19	18.44
0.30	8.42	9.97	7.55	9.73	2.24	8.88
0.40	15.81	15.01	11.30	6.16	3.46	7.42
0.50	15.59	12.42	22.10	17.15	<u>9.59</u>	<u>19.09</u>
0.60	8.66	7.46	21.76	<u>24.99</u>	7.90	14.55
0.70	14.87	13.66	17.32	21.83	7.47	11.79
0.80	15.30	13.89	20.41	14.60	6.33	7.22
0.90	10.55	11.16	20.73	16.30	7.67	10.21
1.00	9.52	11.59	15.52	5.90	1.86	6.32
1.10	15.61	15.87	17.49	4.08	1.81	4.13
1.20	10.70	11.99	9.90	3.82	2.42	3.73
1.30	14.17	16.16	17.51	2.49	2.19	2.85
1.40	9.14	10.30	10.09	10.04	5.41	5.15
1.50	12.30	11.63	10.91	6.96	8.75	6.75
ค่าเฉลี่ย	12.55	12.58	15.24	10.13	4.96	8.46

จากตารางที่ 5.8 เป็นตารางสรุปค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุดในแต่ละกรณี ของค่าตัวแปรต่างๆ จากภาคผนวก ญ ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับผลที่ได้จากการทดสอบเสถียรภาพว่าค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ สูงสุดของ $\bar{T} - \bar{u}$ $\bar{T} - \theta_0$ $\bar{T} - \alpha$ $\theta_0 - \alpha$ $\theta_0 - \bar{u}$ และ $\alpha - \bar{u}$ มีค่าเท่ากับ 22.79 21.26 22.61 24.49 9.59 และ 19.09 ตามลำดับ ส่วนค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์สูงสุดเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 12.55 12.58 15.24 10.13 4.96 และ 8.46 ตามลำดับ

บทที่ 6

สรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

จากผลการศึกษาพฤติกรรมการ โกงตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากสายเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดเข้ากับจุดรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิล มีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ โดยพิจารณาผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการ โกงตัวมากของเสาปลายยื่น และภายใต้เงื่อนไขขอบเขตของการศึกษารั้งนี้ สามารถสรุปได้ดังนี้

6.1.1 พบว่าผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุมีผลต่อพฤติกรรมการ โกงตัวมากของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล แบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 เมื่อเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสาน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเกิดขึ้นอยู่กับตัวแปร n ของวัสดุแบบลูคูวิก ($\bar{p}_{cr} = 0$ สำหรับ $n < 1.0$, $\bar{p}_{cr} = \pi^2$ สำหรับ $n = 1.0$ และ $\bar{p}_{cr} = \infty$ สำหรับ $n > 1.0$) ในกรณีนี้เสามีพฤติกรรมคล้ายกันกับเสาที่มีจุดรองรับแบบหมุนทั้งสองด้าน ภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายเสา กรณีที่ 2 เมื่อเคเบิลผ่านตำแหน่งของฐานยึดที่จุดรองรับที่ฐาน ซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา พฤติกรรมของเสาในส่วนของความแข็งแรงและความหยุ่นตัวขึ้นอยู่กับค่าความไร้เชิงเส้นของวัสดุ (n)

6.1.2 พบว่าค่าความแข็งแรงที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน พบว่ากรณีที่ $\bar{h}_a = 0.00$ เมื่อ $\bar{u} < \bar{u}_c$ วัสดุที่มีค่า $n > 1.0$ จะมีค่าความแข็งแรงมากกว่าวัสดุที่มีค่า $n < 1.0$ และ ที่ $\bar{h}_a > 0.00$ เมื่อ $\bar{u} > \bar{u}_c$ วัสดุที่มีค่า $n < 1.0$ จะมีค่าความแข็งแรงมากกว่าวัสดุที่มีค่า $n > 1.0$ ซึ่งกล่าวได้ว่ายิ่งค่า n น้อยยิ่งมีค่าความแข็งแรงมากขึ้น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าที่ระยะการ โกงตัวในแนวตั้งที่เท่ากันวัสดุที่มีค่า n ยิ่งมีค่าน้อยยิ่งต้องออกแรงดึงมากขึ้น ดังนั้นจากพฤติกรรมการ โกงตัวที่แตกต่างกันของเสา ทำให้สรุปได้ว่าเป็นผลมาจากค่าดัชนีความเป็นเชิงเส้น (n) ที่แตกต่างกันของตัววัสดุทำเสา นอกจากนั้นแล้วตำแหน่งในการยึดรั้งเคเบิลที่ไม่เท่ากัน (\bar{h}_a) ทำให้เสาก่อเกิดการ โกงตัวที่แตกต่างกันด้วย

6.1.3 พบว่าค่าผลรวมของมุมของการ โกงตัวสูงสุดที่ส่วนปลายยื่นของเสา ($\theta_0 + \alpha$) ในกรณีที่ค่า $\bar{h}_a = 0.00$ เมื่อแรงดึงในเคเบิลมีค่าเพิ่มมากขึ้น พบว่าทั้งค่า α และ θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นในลักษณะที่เป็นสมการเส้นตรง และพบความสัมพันธ์ระหว่าง α กับ θ_0 คือค่ามุม θ_0 จะมีค่าเป็น 2 เท่าของค่ามุม α เสมอทุกกรณีค่า n ที่พิจารณา ส่วนกรณีที่ $\bar{h}_a > 0.00$ ค่ามุมระหว่าง α กับ θ_0 จะแตกต่างจากกรณี

$\bar{h}_a = 0.00$ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า $\theta_0 + \alpha = \pi$ เมื่อ $\bar{h}_a \geq 1.00$ และ $\theta_0 + \alpha = \pi/2$ เมื่อ $\bar{h}_a < 1.00$ ภายใต้เงื่อนไข \bar{u} เข้าใกล้ค่า 1.00

6.1.4 พบว่าค่าดัชนีความเป็นเชิงเส้น (n) ของวัสดุมีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยมีผลกระทบให้มีการโก่งตัวที่ปลายเสามากน้อยต่างกันทั้งตามแกนแนวดิ่งและแกนในแนวนอนที่พิจารณา รวมทั้งระยะยึดสายเคเบิล (\bar{h}_a) และการเปลี่ยนแปลงขนาดของแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) ก็มีผลกระทบให้เกิดการโก่งตัวที่ปลายเสาได้มากน้อยต่างกันเช่นกัน นอกจากนี้ยังพบว่ามีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเสาในส่วนของความแข็งแกร่งและความหยุ่นตัวเมื่อวัสดุมีความไร้เชิงเส้นอีกด้วย

6.1.5 จากการทดสอบเสาตัวอย่าง กรณี $n = 1.0$ พบว่าค่าของตัวแปรต่างๆ ที่ได้จากการทดสอบเสาตัวอย่างสอดคล้องกันกับผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นอย่างดี

6.2 ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ถือได้ว่าเป็นงานวิจัยแรกที่ได้จัดการกับปัญหาการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ รวมทั้งคำนึงถึงผลกระทบของความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวมากด้วย ดังนั้นงานวิจัยในลักษณะนี้จึงยังสามารถที่ปรับปรุงเปลี่ยนแปลงลักษณะต่างๆของเสาได้อีกมากอันได้แก่

6.2.1 คุณสมบัติของจตุรรองรับที่แรงดึงในเคเบิลผ่านตำแหน่งของฐานยึด

ในงานวิจัยนี้จตุรรองรับที่แรงดึงในเคเบิลผ่านตำแหน่งของฐานยึดนั้น ตั้งอยู่บนสมมติฐานที่คิดว่าไร้แรงเสียดทานระหว่างฐานยึดกับเคเบิล ซึ่งในความเป็นจริงแล้วจุดนี้มีแรงเสียดทานเกิดขึ้น ดังนั้นลักษณะของจตุรรองรับของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล ในงานวิจัยในอนาคตควรจะพิจารณาปรับปรุงให้ปลายด้านจตุรรองรับที่แรงดึงในเคเบิลผ่านตำแหน่งของฐานยึดไร้แรงเสียดทานอย่างแท้จริง เพื่อให้ปัญหาสอดคล้องกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น

6.2.2 ลักษณะของแรงดึงในเคเบิลที่กระทำกับเสาปลายยื่น

ลักษณะของแรงดึงในเคเบิลที่กระทำกับเสาปลายยื่นในงานวิจัยนี้ ได้พิจารณาเฉพาะกรณีสายเคเบิลมีเพียงหนึ่งสาย อีกทั้งตำแหน่งยึดสายเคเบิลก็มีเพียงจุดเดียวคือที่ปลายเสา ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วแรงดึงในลักษณะดังกล่าวมีไม่มากนัก เช่น คันเบ็ดตกปลา ในขณะที่ลักษณะของแรงดึงที่พบได้บ่อยจะเป็นลักษณะเสาปลายยื่นที่ยึดด้วยสายเคเบิลหลายๆสาย ในลักษณะสามมิติ และที่ระยะยึดต่างๆ ที่เป็นสัดส่วนกับความสูงของเสา เช่น เสาอากาศ เสาไฟฟ้าแรงสูง เป็นต้น รวมทั้งอาจจะ

พิจารณาแรงอันเนื่องมาจากลม และ แรงอันเนื่องมาจากแผ่นดินไหว รวมเข้าไปด้วย ซึ่งสามารถอาศัยงานวิจัยนี้เป็นแนวทางในการดำเนินงานวิจัยต่อไปได้

6.2.3 คุณสมบัติวัสดุของเสาปลายยื่น

วัสดุของเสาปลายยื่นที่นำมาพิจารณาในงานวิจัยนี้ เป็นวัสดุที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด มีลักษณะเป็นแบบไม่เชิงเส้นแบบลูควิก แต่ยังมีกฎที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด แบบไม่เชิงเส้นแบบอื่นๆอีก เช่น Generalized Ludwigh's Material, Ramberg-Osgood's Material รวมทั้งในงานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบเสาตัวอย่างเฉพาะกรณีวัสดุเป็นแบบเชิงเส้นเท่านั้น ($n = 1.0$) เนื่องจากข้อจำกัดในด้านการจัดหาวัสดุ แต่วัสดุบางตัวที่เป็นแบบไม่เชิงเส้น และน่าจะนำมาวิจัยซึ่งจะทำให้งานวิจัยในแนวนี้มีความสมบูรณ์และครอบคลุมปัญหามากขึ้น เช่น ค่าคงที่ของวัสดุ n เป็น 2.1598 และ 4.7846 สำหรับทองแดงบริสุทธิ์ และอลูมิเนียมอัลลอยชนิด N.P.8 ตามลำดับ



รายการอ้างอิง

- [1] Yau, J.-D. 2010. **Closed-Form Solutions of Large Deflection for a Guyed Cantilever Column Pulled by an Inclination Cable**. Journal of Marine Science and Technology 18 : 130-136.
- [2] Boonchai Phungpaingam. 2011. **Effect of Self-contact on postbuckling behavior of variable-arc-length elastics** PEC 9. Phuket.
- [3] Holland, D.B., Virgin, L.N. and Plaut, R.H. 2008. **Large deflections and vibration of a tapered cantilever pulled at its tip by a cable**. Journal of Sound and Vibration 310 : 433–441.
- [4] Ohtsuki, A. 2001. **Materials and Science in Sports**. Nagoya Japan : TMS.
- [5] ทินกร มนต์ประภัสสร. 2540. การวิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้โดยคำนึงถึงผลของการยึดรั้งและความเสียดทานของที่รองรับและผลของแรงเฉือน. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- [6] สมเจตน์ อยู่สนิท. 2536. การใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานที่มีปลายข้างหนึ่งเลื่อนได้อย่างอิสระ. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- [7] Bisshopp, K.E. and Drucker, D.C. 1945. **Large deflections of cantilever beams**. Quarterly of Applied Mathematics 3 : 272–275.
- [8] Rao, B.N. and Rao, G.V. 1986. **Large deflections of a cantilever beam subjected to a tip concentrated rotational load**. Aeronautical Journal 90 : 262–266.
- [9] Lee, B.K., Wilson, J.F. and Oh, S.J. 1993. **Elastica of cantilevered beams with variable cross sections**. International Journal of Non-Linear Mechanics 28 : 579–589.
- [10] Wang, C.M. and Kitipornchai, S. 1992. **Shooting – optimization technique for large deflection analysis of structural members**. Engineering Structures 14 : 231–240.
- [11] Sripirom, P. and Chucheepsakul, S. 2001. **Large Deflections of a Cantilever Beam Using Intrinsic Coordinate Finite Elements**. Master's Degree of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi.

- [12] Farid, A. 2007. **Exact and Numerical Solutions for Large Deflection of Elastic Non-Prismatic Beams**. Seattle : FAC Systems Inc.
- [13] Sadder, S.A., Shatnawi A.S. and Dado M. 2007. **Exact post-buckling configurations of cantilevered column subjected to forces produced by tensioned cable**. Mechanics Research Communications 34 : 395–404.
- [14] Lewis, G. and Monasa, F. 1981. **Large deflections of cantilever beams of non-linear materials**. Computers & Structures. 14 : 357–360.
- [15] Lee, K. 2002. **Large deflections of cantilever beams of nonlinear elastic material under a combined loading**. International Journal of Non-Linear Mechanics 37 : 439–443.
- [16] มงคล นามลักษณะ และ คณะ. 2548. การโก่งตัวมากของคานายืนที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นภายใต้แรงกระทำแบบติดตามการเสียรูปที่ปลายคาน. การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 10, 1 : 53-58.
- [17] นฤพนธ์ สีลาภากุล. 2548. การอ่อนตัวมากของคานที่ทำจากวัสดุแบบไม่เชิงเส้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- [18] Brojan, M., Puksic, A. and Kosel, F. 2007. **Buckling and post-buckling of a nonlinearly elastic column**. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik 87 : 518-527.
- [19] Athisakul, C., Phungpaingam, B., Juntarakong, G. and Chucheepsakul, S. 2012. **Effect of Material Nonlinearity on Large Deflection of Variable-Arc-Length Beams Subjected to Uniform Self-Weight**. Mathematical Problems in Engineering, 2012 : 1–9.
- [20] Solano-Carrillo, E. 2009. **Semi-exact solutions for large deflections of cantilever beams of non-linear elastic behavior**. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik 44 : 253-256.
- [21] Phungpaingam, B., Athisakul, C. and Chucheepsakul, S. 2011. **Alternative Model for Postbuckling Analysis of A Nonlinearly Elastic Column**. 16th National Convention on Civil Engineering. 1 : 1-11.
- [22] Sathyamoorthy, M. 1998. **Nonlinear Analysis of Structures**, BocaRaton : CRC Press.
- [23] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. 1961. **Theory of Elastic Stability**. NewYork : McGraw-Hill.

- [24] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P. 1992. **Numerical Recipes in Fortran The Art of Scientific Computing**. 2nd ed. New York, Cambridge University Press.
- [25] ปราโมทย์ เดชะอำไพ และ นิพนธ์ วรรณโสภากย์. 2553. **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม**. กรุงเทพมหานคร. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [26] Kempf, J. 1987. **Numerical Software Tools in C**. 2nd ed. New Jersey. Prentice-Hall.
- [27] Ramberg, W. and Osgood, W. R. **Description of stress-strain curves by three parameters**. *Technical Note No.902*. National Advisory Committee For Aeronautics. Washington DC.



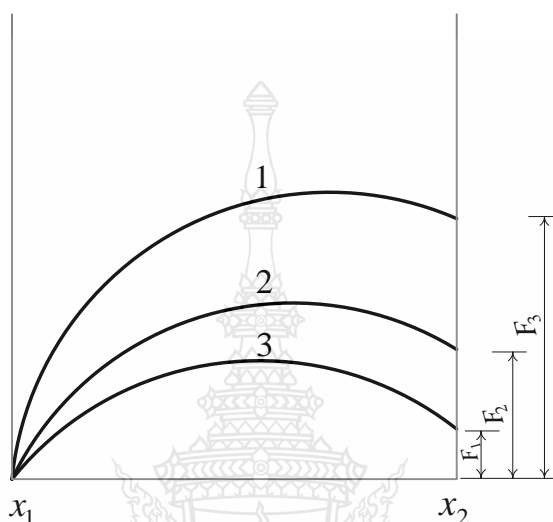
ภาคผนวก





ภาคผนวก ก
ระเบียบวิธีการยิงเป้า

วิธีการนี้เป็นวิธีการเชิงตัวเลขวิธีการหนึ่งซึ่งสามารถจัดการกับปัญหาของระบบสมการอนุพันธ์ที่ขึ้นกับตัวแปร 1 ตัว โดยมีเงื่อนไขขอบเขตแบบ 2 จุด (จุดเริ่มต้น x_1 และ จุดปลาย x_2) ได้เป็นอย่างดี โดยมีหลักการคือพยายามปรับแก้ค่าที่ทำการประมาณจนกระทั่งค่าเหล่านั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตทั้ง 2 จุด ตามรูปที่ ก.1 โดยที่วิธีการปรับแก้ที่ใช้คือวิธีการนิวตัน-รฟสัน



ภาพที่ ก.1 วิธีการยิงเป้า

กระบวนการในการแก้ปัญหานี้โดยใช้ระเบียบวิธีการยิงเป้าซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ที่จุดเริ่มต้น x_1 นี้จะมีค่าเริ่มต้นอยู่ N ค่าแต่ละค่าเหล่านี้จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่ x_1 อยู่ n_1 ค่า ดังนั้น จะเหลือค่าของพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องอาศัยการประมาณค่าอยู่ $n_2 = N - n_1$ ค่าซึ่งจะเรียกพารามิเตอร์เหล่านี้ว่า เวกเตอร์ V มีขนาดเท่ากับ $n_2 x_1$ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$y_i(x_1) = y_i(x_1, V_1, \dots, V_{n_2}) \quad i=1, \dots, N \quad (ก.1)$$

2. ทำการอินทิเกรตระบบสมการอนุพันธ์จากจุด x_1 ไปจนถึงจุด x_2 ณ ตำแหน่ง x_2 นี้ให้ทำการหาค่าความแตกต่างของค่าที่อินทิเกรตได้ กับ เงื่อนไขขอบเขตที่ x_2 ซึ่งเรียกค่านี้ว่า เวกเตอร์ของค่าที่แตกต่าง (Discrepancy vector F) ซึ่งเวกเตอร์นี้มีขนาดเท่ากับ $n_2 x_1$ เช่นเดียวกับเวกเตอร์ V

3. ใช้กระบวนการนิวตัน-รฟสัน เพื่อหาค่าของเวกเตอร์ V ที่ทำให้เวกเตอร์ F มีค่าเป็นศูนย์

โดย

มีขั้นตอนในการปรับแก้ดังนี้

$$V_{new} = V_{old} + \delta V \quad (ก.2)$$

$$J \cdot \delta V = -F \quad (ก.3)$$

J คือ ยาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian Matrix) มีค่าเท่ากับ

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial V_j} \quad (ก.4)$$

ค่าของเวกเตอร์ V ที่ทำให้เวกเตอร์ มีค่าเท่าศูนย์คือค่าของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตทั้ง 2 จุดนั่นเอง โดยที่รายละเอียดสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [26]





ภาคผนวก ญ

ค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ
เชิงตัวเลขกับการทดสอบเสถียรตัวอย่าง

ตารางที่ 5.8 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ

u	\bar{h}_a											
	0.00			0.10			0.20			0.30		
	\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	10.041731	10.392205	3.49	6.1752721	6.314251	2.25	4.2292902	4.472594	5.75	3.175649	3.288672	3.56
0.20	10.231132	10.918392	6.72	7.301907	7.366626	0.89	5.408296	5.788063	7.02	4.200360	4.341048	3.35
0.30	10.441569	11.576127	10.87	8.038994	8.682095	8.00	6.261368	6.445798	2.95	4.989570	5.130329	2.82
0.40	10.678203	11.970767	12.10	8.646185	9.076736	4.98	6.996729	7.103532	1.53	5.702601	6.182704	<u>8.42</u>
0.50	10.948408	12.233861	11.74	9.211530	9.471376	2.82	7.695384	8.287454	7.69	6.407020	6.708892	4.71
0.60	11.263279	12.233861	8.62	9.784352	10.392205	6.21	8.408794	8.682095	3.25	7.151351	7.629720	6.69
0.70	11.640750	13.417783	15.27	10.408214	10.655298	2.37	9.187971	9.997564	<u>8.81</u>	7.990088	8.550548	7.01
0.80	12.112983	14.733252	21.63	11.142618	12.102314	<u>8.61</u>	10.109588	10.786845	6.70	9.013005	9.339829	3.63
0.90	12.748271	15.654080	<u>22.79</u>	12.109041	12.628502	4.29	11.347264	11.576127	2.02	10.440178	11.181486	7.10

ตารางที่ 5.8 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	0.40			0.50			0.60			0.70		
	\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	2.546849	2.762485	8.47	2.1452886	2.236297	4.24	1.8772579	1.973203	5.11	1.693095	1.710110	1.00
0.20	3.409742	3.683313	8.02	2.879012	3.288672	14.23	2.517230	2.630938	4.52	2.269312	2.499391	10.14
0.30	4.089109	4.735688	<u>15.81</u>	3.454687	3.946407	14.23	3.012254	3.025579	0.44	2.709890	2.894032	6.80
0.40	4.715752	5.393423	14.37	3.983194	4.604141	<u>15.59</u>	3.457519	3.551766	2.73	3.098407	3.551766	14.63
0.50	5.349425	5.788063	8.20	4.516314	4.867235	7.77	3.895106	4.209501	8.07	3.468418	3.683313	6.20
0.60	6.038082	6.445798	6.75	5.097834	5.261876	3.22	4.358193	4.735688	<u>8.66</u>	3.841104	4.341048	13.02
0.70	6.841273	7.366626	7.68	5.786403	5.788063	0.03	4.890540	5.130329	4.90	4.237270	4.867235	<u>14.87</u>
0.80	7.862797	7.892814	0.38	6.691907	7.366626	10.08	5.579674	5.656516	1.38	4.691105	5.261876	12.17
0.90	9.364291	9.602923	2.55	8.103430	8.287454	2.27	6.682700	6.840438	2.36	5.305654	6.051157	14.05

ตารางที่ 5.8 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	0.80			0.90			1.00			1.10		
	\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	1.564086	1.710110	9.34	1.4725208	1.447016	1.73	1.4069605	1.315469	6.50	1.359768	1.447016	6.42
0.20	2.099969	2.367844	12.76	1.985534	2.104750	6.00	1.909671	1.973203	3.33	1.860931	2.104750	13.10
0.30	2.509942	2.894032	<u>15.30</u>	2.384232	2.499391	4.83	2.311459	2.367844	2.44	2.275695	2.630938	<u>15.61</u>
0.40	2.870759	3.157125	9.98	2.743328	2.894032	5.49	2.688899	2.894032	7.63	2.685097	3.025579	12.68
0.50	3.212595	3.683313	14.65	3.096808	3.420219	10.44	3.086152	3.157125	2.30	3.147474	3.551766	12.84
0.60	3.553209	4.077954	14.77	3.474533	3.814860	9.79	3.559551	3.551766	0.22	3.753937	4.077954	8.63
0.70	3.907442	4.472594	14.46	3.926894	4.341048	<u>10.55</u>	4.234331	4.077954	3.69	4.724765	5.130329	8.58
0.80	4.294686	4.867235	13.33	4.602894	4.604141	0.03	5.525297	6.051157	<u>9.52</u>	6.804569	7.366626	8.26
0.90	4.768793	5.261876	10.34	6.294898	6.182704	1.78	9.725727	10.129111	4.15	14.312457	13.812424	3.49

ตารางที่ 5.8 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	1.20			1.30			1.40			1.50		
	\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}			\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	1.325726	1.183922	<u>10.70</u>	1.3012018	1.447016	11.21	1.2836354	1.183922	7.77	1.271197	1.315469	3.48
0.20	1.831247	1.841657	0.57	1.814928	1.973203	8.72	1.807957	1.973203	<u>9.14</u>	1.807496	1.973203	9.17
0.30	2.265277	2.236297	1.28	2.271861	2.499391	10.02	2.289582	2.367844	3.42	2.314380	2.367844	2.31
0.40	2.714737	2.894032	6.60	2.765374	3.157125	<u>14.17</u>	2.828395	2.894032	2.32	2.898027	3.157125	8.94
0.50	3.253835	3.288672	1.07	3.385740	3.814860	12.67	3.530143	3.683313	4.34	3.678752	4.077954	10.85
0.60	4.011247	4.077954	1.66	4.298872	4.735688	10.16	4.596353	4.867235	5.89	4.891689	5.130329	4.88
0.70	5.307929	5.261876	0.87	5.925651	6.445798	8.78	6.544876	6.314251	3.52	7.147951	7.366626	3.06
0.80	8.243886	8.550548	3.72	9.732746	9.997564	2.72	11.212246	11.444580	2.07	12.650925	14.207065	<u>12.30</u>
0.90	19.590522	21.310597	8.78	25.246296	27.361754	8.38	31.049296	29.992692	3.40	36.837107	34.465286	6.44

ตารางที่ 5.9 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \theta_0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ

θ_0	\bar{h}_a									θ_0	\bar{T}	คลาดเคลื่อน (%)		
	0.00			θ_0	0.10			θ_0	0.20					
	\bar{T}				\bar{T}				\bar{T}					
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ				ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.74	10.041731	9.780858	2.60	0.68	6.175272	6.487861	5.06	0.66	4.229290	4.334153	2.48			
1.07	10.231132	10.778343	5.35	1.00	7.301907	7.581617	3.83	0.96	5.408296	5.790947	7.08			
1.33	10.441569	11.235965	7.61	1.26	8.038994	8.865304	10.28	1.21	6.261368	6.468585	3.31			
1.57	10.678203	11.744211	9.98	1.50	8.646185	9.166237	6.01	1.44	6.996729	7.131993	1.93			
1.80	10.948408	12.071525	10.26	1.72	9.211530	9.722914	5.55	1.66	7.695384	8.359948	8.64			
2.03	11.263279	12.139351	7.78	1.95	9.784352	10.648270	8.83	1.88	8.408794	8.745513	4.00			
2.26	11.640750	13.259841	13.91	2.18	10.408214	10.794061	3.71	2.11	9.187971	9.900673	7.76			
2.50	12.112983	14.687835	21.26	2.44	11.142618	11.923316	7.01	2.37	10.109588	10.937367	8.19			
2.78	12.748271	15.433150	21.06	2.73	12.109041	12.435720	2.70	2.67	11.347264	11.820892	4.17			

ตารางที่ 5.9 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \theta_0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

θ_0	\bar{h}_a									θ_0	\bar{T}	คลาดเคลื่อน (%)		
	0.30			θ_0	0.40			θ_0	0.50					
	\bar{T}				\bar{T}				\bar{T}					
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ				ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.65	3.175649	3.216540	1.29	0.64	2.546849	2.670079	4.84	0.63	2.145289	2.140925	0.20			
0.94	4.200360	4.395000	4.63	0.93	3.409742	3.648401	7.00	0.92	2.879012	3.000793	4.23			
1.18	4.989570	5.219849	4.62	1.16	4.089109	4.656028	13.86	1.15	3.454687	3.818037	10.52			
1.40	5.702601	6.271275	9.97	1.37	4.715752	5.423436	15.01	1.35	3.983194	4.477721	12.42			
1.61	6.407020	6.714633	4.80	1.58	5.349425	5.690114	6.37	1.55	4.516314	4.791586	6.10			
1.82	7.151351	7.765771	8.59	1.78	6.038082	6.316395	4.61	1.74	5.097834	5.176684	1.55			
2.05	7.990088	8.744051	9.44	1.99	6.841273	7.262545	6.16	1.94	5.786403	5.799524	0.23			
2.29	9.013005	9.383822	4.11	2.22	7.862797	7.814649	0.61	2.16	6.691907	7.140060	6.70			
2.60	10.440178	11.377446	8.98	2.52	9.364291	9.477421	1.21	2.43	8.103430	8.251211	1.82			

ตารางที่ 5.9 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \theta_0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

θ_0	\bar{h}_a										
	0.60			θ_0	0.70			θ_0	0.80		
	\bar{T}				\bar{T}				\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.63	1.877258	1.828742	2.58	0.63	1.693095	1.591299	6.01	0.63	1.564086	1.608281	2.83
0.91	2.517230	2.526247	0.36	0.91	2.269312	2.454778	8.17	0.90	2.099969	2.242264	6.78
1.14	3.012254	2.952556	1.98	1.13	2.709890	2.831927	4.50	1.12	2.509942	2.837694	13.06
1.34	3.457519	3.526548	2.00	1.32	3.098407	3.521703	13.66	1.31	2.870759	3.127465	8.94
1.52	3.895106	4.148676	6.51	1.51	3.468418	3.605641	3.96	1.49	3.212595	3.641093	13.34
1.71	4.358193	4.683159	7.46	1.68	3.841104	4.266927	11.09	1.66	3.553209	4.046801	13.89
1.89	4.890540	5.095568	4.19	1.86	4.237270	4.802358	13.34	1.82	3.907442	4.404117	12.71
2.09	5.579674	5.645119	1.17	2.03	4.691105	5.222274	11.32	1.98	4.294686	4.839834	12.69
2.33	6.682700	6.876514	2.90	2.23	5.305654	5.992258	12.94	2.13	4.768793	5.161415	8.23

ตารางที่ 5.9 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \theta_0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

θ_0	\bar{h}_a										
	0.90			θ_0	1.00			θ_0	1.10		
	\bar{T}				\bar{T}				\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.63	1.472521	1.343963	8.73	0.63	1.406960	1.297279	7.80	0.62	1.359768	1.432509	5.35
0.90	1.985534	2.016978	1.58	0.90	1.909671	1.952404	2.24	0.89	1.860931	2.117551	13.79
1.12	2.384232	2.460780	3.21	1.11	2.311459	2.352360	1.77	1.11	2.275695	2.636912	15.87
1.31	2.743328	2.886496	5.22	1.30	2.688899	2.908956	8.18	1.29	2.685097	3.078295	14.64
1.48	3.096808	3.439934	11.08	1.47	3.086152	3.184615	3.19	1.46	3.147474	3.595441	14.23
1.64	3.474533	3.787664	9.01	1.63	3.559551	3.591266	0.89	1.61	3.753937	4.140960	10.31
1.79	3.926894	4.365116	11.16	1.77	4.234331	4.110521	2.92	1.75	4.724765	5.212438	10.32
1.93	4.602894	4.603610	0.02	1.89	5.525297	6.165626	11.59	1.86	6.804569	7.502751	10.26
2.04	6.294898	6.098287	3.12	1.95	9.725727	10.185443	4.73	1.89	14.312457	13.842916	3.28

ตารางที่ 5.9 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \theta_0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

θ_0	\bar{h}_a										
	1.20			θ_0	1.30			θ_0	1.40		
	\bar{T}				\bar{T}				\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.62	1.325726	1.166804	11.99	0.62	1.301202	1.449454	11.39	0.62	1.283635	1.185894	7.61
0.89	1.831247	1.847957	0.91	0.89	1.814928	1.994014	9.87	0.89	1.807957	1.948465	7.77
1.11	2.265277	2.241865	1.03	1.10	2.271861	2.541816	11.88	1.10	2.289582	2.379202	3.91
1.29	2.714737	2.965664	9.24	1.29	2.765374	3.212359	16.16	1.28	2.828395	2.922213	3.32
1.45	3.253835	3.327321	2.26	1.45	3.385740	3.838226	13.36	1.44	3.530143	3.893829	10.30
1.60	4.011247	4.134434	3.07	1.59	4.298872	4.841139	12.61	1.58	4.596353	4.958582	7.88
1.73	5.307929	5.332299	0.46	1.72	5.925651	6.540886	10.38	1.70	6.544876	6.415745	1.97
1.83	8.243886	8.700485	5.54	1.80	9.732746	10.221640	5.02	1.78	11.212246	11.627848	3.71
1.83	19.590522	21.444851	9.47	1.79	25.246296	27.723313	9.81	1.76	31.049296	30.391453	2.12

ตารางที่ 5.9 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \theta_0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

θ_0	\bar{h}_a		
	1.50		
	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.62	1.271197	1.209666	4.84
0.89	1.807496	1.925611	6.53
1.10	2.314380	2.328747	0.62
1.28	2.898027	3.160359	9.05
1.44	3.678752	4.105833	11.61
1.58	4.891689	5.146601	5.21
1.69	7.147951	7.455372	4.30
1.76	12.650925	14.121958	11.63
1.73	36.837107	34.756714	5.65

ตารางที่ 5.10 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ

			\bar{h}_a								
			0.00			0.10			0.20		
α	\bar{T}			α	\bar{T}			α	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
-0.37	10.041731	9.759267	2.81	-0.30	6.175272	6.409669	3.80	-0.20	4.229290	3.776271	<u>10.71</u>
-0.53	10.231132	10.965700	7.18	-0.47	7.301907	7.379919	1.07	-0.38	5.408296	5.552085	2.66
-0.67	10.441569	11.172157	7.00	-0.61	8.038994	8.674156	<u>7.90</u>	-0.52	6.261368	6.150589	1.77
-0.79	10.678203	11.780086	10.32	-0.73	8.646185	9.085888	5.09	-0.65	6.996729	6.637663	5.13
-0.90	10.948408	12.188001	11.32	-0.85	9.211530	9.391269	1.95	-0.78	7.695384	8.004180	4.01
-1.01	11.263279	12.197704	8.30	-0.96	<u>9.784352</u>	10.392697	6.22	-0.90	8.408794	8.561599	1.82
-1.13	11.640750	13.341364	14.61	-1.08	10.408214	10.601059	1.85	-1.03	9.187971	10.027845	9.14
-1.25	12.112983	14.778184	22.00	-1.21	11.142618	12.007402	7.76	-1.17	10.109588	10.807810	6.91
-1.39	12.748271	15.630243	<u>22.61</u>	-1.36	12.109041	12.336817	1.88	-1.33	11.347264	11.693435	3.05

ตารางที่ 5.10 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

			\bar{h}_a								
			0.30			0.40			0.50		
α	\bar{T}			α	\bar{T}			α	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
-0.10	3.175649	3.415371	<u>7.55</u>	0.01	2.546849	2.834683	<u>11.30</u>	0.12	2.145289	2.389042	11.36
-0.27	4.200360	4.206912	0.16	-0.16	3.409742	3.429023	0.57	-0.04	2.879012	3.515355	<u>22.10</u>
-0.42	4.989570	4.712002	5.56	-0.30	4.089109	4.502742	10.12	-0.18	3.454687	3.313722	4.08
-0.56	5.702601	5.835928	2.34	-0.44	4.715752	5.210750	10.50	-0.31	3.983194	4.135679	3.83
-0.69	6.407020	6.319394	1.37	-0.57	5.349425	5.568459	4.09	-0.43	4.516314	4.464987	1.14
-0.82	7.151351	7.249798	1.38	-0.71	6.038082	6.226582	3.12	-0.57	5.097834	4.914913	3.59
-0.95	7.990088	8.225151	2.94	-0.85	6.841273	7.198494	5.22	-0.72	5.786403	5.492721	5.08
-1.10	9.013005	9.054684	0.46	-1.01	7.862797	7.739633	1.57	-0.89	6.691907	7.171467	7.17
-1.28	10.440178	10.898601	4.39	-1.21	9.364291	9.422855	0.63	-1.10	8.103430	8.151868	0.60

ตารางที่ 5.10 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

			\bar{h}_a								
			0.60			0.70			0.80		
α	\bar{T}			α	\bar{T}			α	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.23	1.877258	2.285660	21.76	0.33	1.693095	1.938659	14.50	0.42	1.564086	1.843098	17.84
0.08	2.517230	2.789281	10.81	0.20	2.269312	2.503650	10.33	0.32	2.099969	2.400248	14.30
-0.04	3.012254	3.000324	0.40	0.10	2.709890	3.179373	17.32	0.24	2.509942	2.957690	17.84
-0.16	3.457519	3.100687	10.32	0.00	3.098407	3.520832	13.63	0.16	2.870759	3.182983	10.88
-0.27	3.895106	4.100593	5.28	-0.09	3.468418	3.669286	5.79	0.10	3.212595	3.776410	17.55
-0.39	4.358193	4.522931	3.78	-0.18	3.841104	3.964333	3.21	0.05	3.553209	4.278522	20.41
-0.53	4.890540	5.003134	2.30	-0.29	4.237270	4.886875	15.33	0.00	3.907442	4.174266	6.83
-0.70	5.579674	5.447385	2.37	-0.42	4.691105	5.222504	11.33	-0.03	4.294686	4.849137	12.91
-0.93	6.682700	6.738542	0.84	-0.60	5.305654	5.917274	11.53	-0.01	4.768793	5.260851	10.32

ตารางที่ 5.10 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

			\bar{h}_a								
			0.90			1.00			1.10		
α	\bar{T}			α	\bar{T}			α	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.51	1.472521	1.562967	6.14	0.59	1.406960	1.350535	4.01	0.67	1.359768	1.461978	7.52
0.43	1.985534	2.344052	18.06	0.52	1.909671	2.030671	6.34	0.61	1.860931	2.112777	13.53
0.36	2.384232	2.576198	8.05	0.48	2.311459	2.451344	6.05	0.59	2.275695	2.673799	17.49
0.32	2.743328	2.780127	1.34	0.46	2.688899	3.021510	12.37	0.58	2.685097	3.045192	13.41
0.29	3.096808	3.416585	10.33	0.46	3.086152	3.316521	7.46	0.60	3.147474	3.588365	14.01
0.28	3.474533	4.194877	20.73	0.48	3.559551	3.752717	5.43	0.65	3.753937	4.084692	8.81
0.30	3.926894	4.310061	9.76	0.55	4.234331	4.353094	2.80	0.75	4.724765	5.190094	9.85
0.38	4.602894	4.627103	0.53	0.70	5.525297	6.382896	15.52	0.91	6.804569	7.370931	8.32
0.62	6.294898	6.458651	2.60	0.97	9.725727	10.659889	9.61	1.16	14.312457	14.407631	0.66

ตารางที่ 5.10 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

			\bar{h}_a								
			1.20			1.30			1.40		
α	\bar{T}			α	\bar{T}			α	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.73	1.325726	1.211345	8.63	0.79	1.301202	1.465402	12.62	0.84	1.283635	1.190270	7.27
0.69	1.831247	1.912952	4.46	0.76	1.814928	2.023967	11.52	0.82	1.807957	1.990387	10.09
0.68	2.265277	2.298149	1.45	0.76	2.271861	2.537219	11.68	0.83	2.289582	2.384783	4.16
0.69	2.714737	2.954426	8.83	0.78	2.765374	3.249666	17.51	0.86	2.828395	2.909572	2.87
0.72	3.253835	3.385219	4.04	0.82	3.385740	3.851563	13.76	0.91	3.530143	3.502751	0.78
0.79	4.011247	4.182030	4.26	0.90	4.298872	4.761752	10.77	0.98	4.596353	4.882422	6.22
0.89	5.307929	5.372732	1.22	1.00	5.925651	6.498826	9.67	1.08	6.544876	6.311389	3.57
1.05	8.243886	8.649028	4.91	1.15	9.732746	9.966953	2.41	1.21	11.212246	11.473545	2.33
1.26	19.590522	21.530268	9.90	1.33	25.246296	27.676250	9.62	1.37	31.049296	30.051466	3.21

ตารางที่ 5.10 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\bar{T} - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

			\bar{h}_a				
			1.50				
α	\bar{T}			α	\bar{T}		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.84	1.271197	1.273353	0.17				
0.82	1.807496	1.885757	4.33				
0.83	2.314380	2.242877	3.09				
0.86	2.898027	2.966571	2.37				
0.91	3.678752	3.819924	3.84				
0.98	4.891689	4.810520	1.66				
1.08	7.147951	6.976869	2.39				
1.21	12.650925	14.030741	10.91				
1.37	36.837107	33.973817	7.77				

ตารางที่ 5.11 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ

			\bar{h}_a								
			0.00			0.10			0.20		
α	θ_0			α	θ_0			α	θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
-0.37	0.742481	0.740841	0.22	-0.30	0.680564	0.672362	1.21	-0.20	0.656734	0.572201	<u>12.87</u>
-0.53	1.068913	1.087494	<u>1.74</u>	-0.47	0.997287	0.970755	2.66	-0.38	0.959711	0.920125	4.12
-0.67	1.334737	1.327157	0.57	-0.61	1.258383	1.231250	2.16	-0.52	1.210636	1.151121	4.92
-0.79	1.574286	1.579095	0.31	-0.73	1.495514	1.482405	0.88	-0.65	1.439708	1.339919	6.93
-0.90	1.802079	1.819466	0.96	-0.85	1.722522	1.663768	<u>3.41</u>	-0.78	1.660242	1.589589	4.26
-1.01	2.027299	2.037044	0.48	-0.96	1.948569	1.901801	2.40	-0.90	1.881319	1.841756	2.10
-1.13	2.258088	2.271971	0.61	-1.08	2.182314	2.143294	1.79	-1.03	2.111950	2.139077	1.28
-1.25	2.504483	2.519888	0.62	-1.21	2.435349	2.452524	0.71	-1.17	2.365006	2.336991	1.18
-1.39	2.783743	2.819294	1.28	-1.36	2.729960	2.708249	0.80	-1.33	2.667646	2.638882	1.08

ตารางที่ 5.11 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ(ต่อ)

			\bar{h}_a								
			0.30			0.40			0.50		
α	θ_0			α	θ_0			α	θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
-0.10	0.645264	0.685151	6.18	0.01	0.638678	0.678051	<u>6.16</u>	0.12	0.634439	0.707966	11.59
-0.27	0.938465	0.898303	4.28	-0.16	0.925246	0.869611	6.01	-0.04	0.916353	1.073485	<u>17.15</u>
-0.42	1.180186	1.065364	<u>9.73</u>	-0.30	1.159824	1.121641	3.29	-0.18	1.145517	0.994208	13.21
-0.56	1.400333	1.303123	6.94	-0.44	1.372092	1.318284	3.92	-0.31	1.351305	1.248082	7.64
-0.69	1.612143	1.517248	5.89	-0.57	1.575099	1.541423	2.14	-0.43	1.546382	1.440979	6.82
-0.82	1.824771	1.703530	6.64	-0.71	1.777847	1.752568	1.42	-0.57	1.739222	1.651274	5.06
-0.95	2.047553	1.926045	5.93	-0.85	1.989611	1.972064	0.88	-0.72	1.938353	1.835812	5.29
-1.10	2.294345	2.213871	3.51	-1.01	2.224512	2.203158	0.96	-0.89	2.156854	2.166342	0.44
-1.28	2.596213	2.486945	4.21	-1.21	2.515567	2.501084	0.58	-1.10	2.426346	2.397133	1.20

ตารางที่ 5.11 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ(ต่อ)

			\bar{h}_a								
			0.60			0.70			0.80		
α	θ_0			α	θ_0			α	θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.23	0.631492	0.789272	24.99	0.33	0.629328	0.766702	21.83	0.42	0.627673	0.719316	14.60
0.08	0.910002	1.004752	10.41	0.20	0.905256	0.923279	1.99	0.32	0.901583	0.965106	7.05
-0.04	1.135016	1.153379	1.62	0.10	1.127027	1.265301	12.27	0.24	1.120765	1.168159	4.23
-0.16	1.335575	1.174292	12.08	0.00	1.323356	1.323029	0.02	0.16	1.313643	1.336962	1.78
-0.27	1.523846	1.506184	1.16	-0.09	1.505893	1.532475	1.77	0.10	1.491369	1.546795	3.72
-0.39	1.707502	1.649082	3.42	-0.18	1.681390	1.562152	7.09	0.05	1.659772	1.754811	5.73
-0.53	1.893679	1.859328	1.81	-0.29	1.855181	1.887830	1.76	0.00	1.822240	1.727137	5.22
-0.70	2.092788	2.019483	3.50	-0.42	2.033595	2.033685	0.00	-0.03	1.980210	1.984016	0.19
-0.93	2.330196	2.283443	2.01	-0.60	2.230078	2.202173	1.25	-0.01	2.130422	2.171465	1.93

ตารางที่ 5.11 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ(ต่อ)

			\bar{h}_a								
			0.90			1.00			1.10		
α	θ_0			α	θ_0			α	θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.51	0.626367	0.728436	16.30	0.59	0.625310	0.650981	4.11	0.67	0.624438	0.637284	2.06
0.43	0.898659	1.044386	16.22	0.52	0.896278	0.932207	4.01	0.61	0.894302	0.892286	0.23
0.36	1.115736	1.168067	4.69	0.48	1.111614	1.158389	4.21	0.59	1.108177	1.123679	1.40
0.32	1.305763	1.257644	3.69	0.46	1.299257	1.349528	3.87	0.58	1.293803	1.279891	1.08
0.29	1.479442	1.469400	0.68	0.46	1.469511	1.530378	4.14	0.60	1.461136	1.458261	0.20
0.28	1.641737	1.818241	10.75	0.48	1.626560	1.699685	4.50	0.65	1.613675	1.591748	1.36
0.30	1.794143	1.771514	1.26	0.55	1.770175	1.874638	5.90	0.75	1.749678	1.742178	0.43
0.38	1.933078	1.942943	0.51	0.70	1.892160	1.958837	3.52	0.91	1.857038	1.824411	1.76
0.62	2.036705	2.157060	5.91	0.97	1.954057	2.045078	4.66	1.16	1.885444	1.962359	4.08

ตารางที่ 5.11 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ(ต่อ)

			\bar{h}_a								
			1.20			1.30			1.40		
α	θ_0			α	θ_0			α	θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.73	0.623706	0.647515	3.82	0.79	0.623083	0.629939	1.10	0.84	0.622547	0.624844	0.37
0.69	0.892638	0.924033	3.52	0.76	0.891216	0.904604	1.50	0.82	0.889988	0.909137	2.15
0.68	1.105269	1.133018	2.51	0.76	1.102779	1.100785	0.18	0.83	1.100623	1.103205	0.23
0.69	1.289172	1.284287	0.38	0.78	1.285192	1.300118	1.16	0.86	1.281739	1.276194	0.43
0.72	1.453993	1.479294	1.74	0.82	1.447838	1.452869	0.35	0.91	1.442485	1.297608	10.04
0.79	1.602638	1.621088	1.15	0.90	1.593106	1.566982	1.64	0.98	1.584807	1.560466	1.54
0.89	1.732076	1.745210	0.76	1.00	1.716881	1.705841	0.64	1.08	1.703689	1.675978	1.63
1.05	1.827081	1.816275	0.59	1.15	1.801578	1.756689	2.49	1.21	1.779839	1.756221	1.33
1.26	1.830968	1.838261	0.40	1.33	1.788729	1.785692	0.17	1.37	1.756154	1.736508	1.12

ตารางที่ 5.11 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \alpha$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ(ต่อ)

			\bar{h}_a				
			1.50				
α	θ_0			α	θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)		คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.84	0.622080	0.654831	5.26				
0.82	0.888918	0.870520	2.07				
0.83	1.098738	1.058224	3.69				
0.86	1.278715	1.200306	6.13				
0.91	1.437791	1.337671	6.96				
0.98	1.577529	1.474514	6.53				
1.08	1.692168	1.583561	6.42				
1.21	1.761244	1.749868	0.65				
1.37	1.730870	1.691882	2.25				

ตารางที่ 5.12 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ

u	\bar{h}_a											
	0.00			0.10			0.20			0.30		
	θ_0			θ_0			θ_0			θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.742481	0.788889	6.25	0.6805638	0.662352	2.68	0.656734	0.677711	3.19	0.645264	0.659734	2.24
0.20	1.068913	1.082802	1.30	0.997287	0.969007	2.84	0.959711	0.959233	0.05	0.938465	0.926944	1.23
0.30	1.334737	1.375145	3.03	1.258383	1.232377	2.07	1.210636	1.206372	0.35	1.180186	1.159946	1.71
0.40	1.574286	1.604656	1.93	1.495514	1.480912	0.98	1.439708	1.433963	0.40	1.400333	1.380555	1.41
0.50	1.802079	1.826313	1.34	1.722522	1.677960	2.59	1.660242	1.645845	0.87	1.612143	1.610764	0.09
0.60	2.027299	2.043082	0.78	1.948569	1.901711	2.40	1.881319	1.867677	0.73	1.824771	1.792802	1.75
0.70	2.258088	2.284985	1.19	2.182314	2.154260	1.29	2.111950	2.132618	0.98	2.047553	2.002242	2.21
0.80	2.504483	2.512227	0.31	2.435349	2.471910	1.50	2.365006	2.332458	1.38	2.294345	2.283589	0.47
0.90	2.783743	2.823594	1.43	2.729960	2.772281	1.55	2.667646	2.612409	2.07	2.596213	2.551497	1.72

ตารางที่ 5.12 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	0.40			0.50			0.60			0.70		
	θ_0			θ_0			θ_0			θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.638678	0.660782	3.46	0.634439	0.662702	4.45	0.6314918	0.681377	7.90	0.629328	0.676315	7.47
0.20	0.925246	0.934100	0.96	0.916353	1.004262	9.59	0.910002	0.947714	4.14	0.905256	0.921708	1.82
0.30	1.159824	1.179668	1.71	1.145517	1.184031	3.36	1.135016	1.163087	2.47	1.127027	1.151743	2.19
0.40	1.372092	1.364498	0.55	1.351305	1.389457	2.82	1.335575	1.345125	0.72	1.323356	1.334653	0.85
0.50	1.575099	1.602212	1.72	1.546382	1.570796	1.58	1.523846	1.546187	1.47	1.505893	1.538333	2.15
0.60	1.777847	1.814270	2.05	1.739222	1.767844	1.65	1.707502	1.726654	1.12	1.681390	1.710597	1.74
0.70	1.989611	2.018124	1.43	1.938353	1.934523	0.20	1.893679	1.906598	0.68	1.855181	1.880243	1.35
0.80	2.224512	2.246762	1.00	2.156854	2.225295	3.17	2.092788	2.097013	0.20	2.033595	2.049017	0.76
0.90	2.515567	2.548879	1.32	2.426346	2.437003	0.44	2.330196	2.317972	0.52	2.230078	2.251998	0.98

ตารางที่ 5.12 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	0.80			0.90			1.00			1.10		
	θ_0			θ_0			θ_0			θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.627673	0.667414	<u>6.33</u>	0.6263666	0.674395	<u>7.67</u>	0.6253102	0.634078	1.40	0.624438	0.630762	1.01
0.20	0.901583	0.952077	5.60	0.898659	0.937765	4.35	0.896278	0.905826	1.07	0.894302	0.888896	0.60
0.30	1.120765	1.143016	1.99	1.115736	1.133242	1.57	1.111614	1.118931	0.66	1.108177	1.105666	0.23
0.40	1.313643	1.326101	0.95	1.305763	1.309171	0.26	1.299257	1.292591	0.51	1.293803	1.271647	1.71
0.50	1.491369	1.508663	1.16	1.479442	1.470963	0.57	1.469511	1.456826	0.86	1.461136	1.443387	1.21
0.60	1.659772	1.672549	0.77	1.641737	1.653525	0.72	1.626560	1.608670	1.10	1.613675	1.589122	1.52
0.70	1.822240	1.850573	1.55	1.794143	1.784250	0.55	1.770175	1.756150	0.79	1.749678	1.722116	1.58
0.80	1.980210	1.991421	0.57	1.933078	1.933301	0.01	1.892160	1.857030	<u>1.86</u>	1.857038	1.823345	<u>1.81</u>
0.90	2.130422	2.171888	1.95	2.036705	2.064899	1.38	1.954057	1.943250	0.55	1.885444	1.881290	0.22

ตารางที่ 5.12 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\theta_0 - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	1.20			1.30			1.40			1.50		
	θ_0			θ_0			θ_0			θ_0		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.623706	0.632856	1.47	0.6230834	0.622035	0.17	0.6225468	0.621512	0.17	0.622080	0.676490	<u>8.75</u>
0.20	0.892638	0.889594	0.34	0.891216	0.881915	1.04	0.889988	0.901288	1.27	0.888918	0.910887	2.47
0.30	1.105269	1.102524	0.25	1.102779	1.084373	1.67	1.100623	1.095369	0.48	1.098738	1.117185	1.68
0.40	1.289172	1.258033	<u>2.42</u>	1.285192	1.263095	1.72	1.281739	1.269378	0.96	1.278715	1.277406	0.10
0.50	1.453993	1.437104	1.16	1.447838	1.439024	0.61	1.442485	1.364498	<u>5.41</u>	1.437791	1.428028	0.68
0.60	1.602638	1.580745	1.37	1.593106	1.558404	2.18	1.584807	1.555612	1.84	1.577529	1.572542	0.32
0.70	1.732076	1.709201	1.32	1.716881	1.691922	1.45	1.703689	1.676738	1.58	1.692168	1.672025	1.19
0.80	1.827081	1.795595	1.72	1.801578	1.762084	<u>2.19</u>	1.779839	1.751787	1.58	1.761244	1.771858	0.60
0.90	1.830968	1.819506	0.63	1.788729	1.765401	1.30	1.756154	1.733112	1.31	1.730870	1.716357	0.84

ตารางที่ 5.13 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\alpha - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ

u	\bar{h}_a											
	0.00			0.10			0.20			0.30		
	α			α			α			α		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	-0.371240	-0.395317	<u>6.49</u>	-0.298001	-0.293564	1.49	-0.202179	-0.239459	<u>18.44</u>	-0.097516	-0.093899	3.71
0.20	-0.534457	-0.532151	0.43	-0.468243	-0.467399	0.18	-0.378530	-0.394619	4.25	-0.274345	-0.283092	3.19
0.30	-0.667368	-0.691499	3.62	-0.606122	-0.606676	0.09	-0.522601	-0.547684	4.80	-0.421272	-0.458673	<u>8.88</u>
0.40	-0.787143	-0.799884	1.62	-0.730109	-0.729373	0.10	-0.652836	-0.698655	7.02	-0.556010	-0.589049	5.94
0.50	-0.901039	-0.904430	0.38	-0.847978	-0.855211	0.85	-0.777095	-0.804597	3.54	-0.686206	-0.728500	6.16
0.60	-1.013650	-1.016654	0.30	-0.964689	-0.964643	0.00	-0.900483	-0.913156	1.41	-0.816938	-0.859749	5.24
0.70	-1.129044	-1.135511	0.57	-1.084757	-1.090307	0.51	-1.027786	-1.024683	0.30	-0.953117	-0.990823	3.96
0.80	-1.252241	-1.248434	0.30	-1.214054	-1.223650	0.79	-1.165523	-1.163262	0.19	-1.101690	-1.136384	3.15
0.90	-1.391872	-1.393994	0.15	-1.363672	-1.395914	<u>2.36</u>	-1.327022	-1.313709	1.00	-1.277751	-1.310917	2.60

ตารางที่ 5.13 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\alpha - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	0.40			0.50			0.60			0.70		
	α			α			α			α		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.011104	0.010821	2.55	0.1202628	0.112574	6.39	0.2270371	0.196000	13.67	0.329039	0.290248	<u>11.79</u>
0.20	-0.160209	-0.172089	<u>7.42</u>	-0.039925	-0.037350	6.45	0.082527	0.077842	5.68	0.203153	0.202807	0.17
0.30	-0.304846	-0.320617	5.17	-0.176302	-0.209963	<u>19.09</u>	-0.039808	-0.040143	0.84	0.099322	0.090408	8.97
0.40	-0.439765	-0.455182	3.51	-0.305083	-0.339641	11.33	-0.155110	-0.177675	<u>14.55</u>	0.004152	0.004189	0.88
0.50	-0.572576	-0.595157	3.94	-0.434055	-0.473159	9.01	-0.271008	-0.278205	2.66	-0.088673	-0.089012	0.38
0.60	-0.708614	-0.733562	3.52	-0.569281	-0.609469	7.06	-0.394059	-0.412596	4.70	-0.184251	-0.201760	9.50
0.70	-0.853259	-0.873188	2.34	-0.717497	-0.756077	5.38	-0.532574	-0.546114	2.54	-0.289141	-0.287979	0.40
0.80	-1.014209	-1.034282	1.98	-0.888625	-0.912807	2.72	-0.700390	-0.727279	3.84	-0.415745	-0.418879	0.75
0.90	-1.208241	-1.231330	1.91	-1.103028	-1.121374	1.66	-0.927063	-0.941082	1.51	-0.597520	-0.611040	2.26

ตารางที่ 5.13 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\alpha - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	0.80			0.90			1.00			1.10		
	α			α			α			α		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.424555	0.393921	<u>7.22</u>	0.5125819	0.474555	7.42	0.5927453	0.577355	2.60	0.665145	0.658338	1.02
0.20	0.318459	0.314159	1.35	0.425879	0.382402	<u>10.21</u>	0.523940	0.509113	2.83	0.612144	0.609818	0.38
0.30	0.235451	0.230383	2.15	0.363750	0.352906	2.98	0.480991	0.464607	3.41	0.585697	0.576308	1.60
0.40	0.164525	0.163188	0.81	0.317722	0.330740	4.10	0.457557	0.438252	4.22	0.580922	0.577180	0.64
0.50	0.101998	0.099484	2.47	0.287150	0.287456	0.11	0.455245	0.433365	4.81	0.600408	0.594285	1.02
0.60	0.047061	0.044855	4.69	0.276363	0.251327	9.06	0.481488	0.455705	5.35	0.651909	0.650833	0.16
0.70	0.001629	0.001745	7.15	0.297534	0.299673	0.72	0.552405	0.517490	<u>6.32</u>	0.749170	0.740543	1.15
0.80	-0.026430	-0.026529	0.37	0.381853	0.379958	0.50	0.699401	0.663051	5.20	0.911769	0.911236	0.06
0.90	-0.005758	-0.005760	0.02	0.615704	0.589398	4.27	0.973130	0.924675	4.98	1.157499	1.109680	<u>4.13</u>

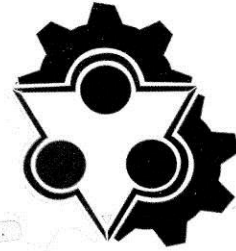
ตารางที่ 5.13 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ของ $\alpha - \bar{u}$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขกับการทดสอบ (ต่อ)

u	\bar{h}_a											
	1.20			1.30			1.40			1.50		
	α			α			α			α		
	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)	คำนวณ	ทดสอบ	คลาดเคลื่อน (%)
0.10	0.730196	0.713665	2.26	0.7884843	0.778591	1.25	0.8406709	0.836187	0.53	0.840671	0.868476	3.31
0.20	0.690713	0.664970	<u>3.73</u>	0.760311	0.741241	2.51	0.821815	0.814720	0.86	0.821815	0.859924	4.64
0.30	0.677802	0.659560	2.69	0.758130	0.746826	1.49	0.827931	0.822050	0.71	0.827931	0.874061	5.57
0.40	0.687400	0.673348	2.04	0.778239	0.756077	<u>2.85</u>	0.855417	0.850848	0.53	0.855417	0.910364	6.42
0.50	0.722040	0.701448	2.85	0.822558	0.814720	0.95	0.905405	0.952077	<u>5.15</u>	0.905405	0.966563	<u>6.75</u>
0.60	0.788081	0.768468	2.49	0.895543	0.890642	0.55	0.980609	0.977559	0.31	0.980609	1.045801	6.65
0.70	0.894792	0.876330	2.06	1.002494	0.994314	0.82	1.083533	1.084024	0.05	1.083533	1.144063	5.59
0.80	1.051491	1.039518	1.14	1.146650	1.150172	0.31	1.214324	1.211259	0.25	1.214324	1.229584	1.26
0.90	1.262008	1.249132	1.02	1.327220	1.312139	1.14	1.371020	1.368338	0.20	1.371020	1.390853	1.45



ภาคผนวก ฎ

ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่



NCCE 17

เอกสารประกอบการประชุม

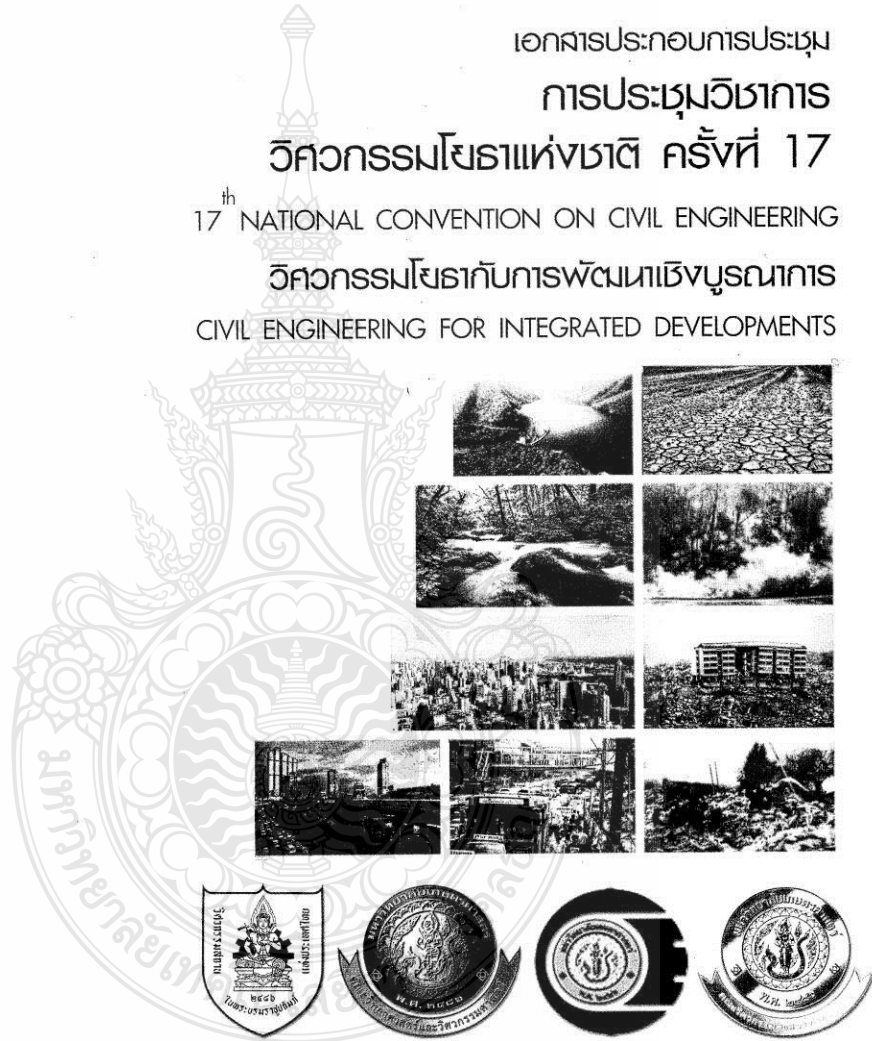
การประชุมวิชาการ

วิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 17

17th NATIONAL CONVENTION ON CIVIL ENGINEERING

วิศวกรรมโยธากับการพัฒนาเชิงบูรณาการ

CIVIL ENGINEERING FOR INTEGRATED DEVELOPMENTS



9 - 11 พฤษภาคม 2555

โรงแรม เซ็นทารา แอนด์คอนเวนชันเซ็นเตอร์ อุดรธานี

ร่วมจัดโดย วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
 สาขาวิชาวิศวกรรมโยธาและสิ่งแวดล้อม คณะวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์
 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตเฉลิมพระเกียรติ จังหวัดสกลนคร
 ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน
 คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน



ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินบทความ
การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 17

กรมทางหลวง

1. ดร.สุรพล สวงแก้ว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. รศ.ดร.เกษม ชูจารุกุล
3. ผศ.ดร.จิตติชัย รุจนกนกนาฎ
4. ศ.ดร.เฉลิมชนม์ สติระพจน์*
5. รศ.ดร.ชวลิต รัตนธรรมสกุล
6. ผศ.ดร.ชัยพร ภูประเสริฐ
7. รศ.ดร.ธนิต ธงทอง
8. ผศ.ดร.นพดล จอกแก้ว
9. อ.ดร.เบญจพร บุญชยาอนันต์
10. ผศ.ดร.พิชญ รัชฎาวงศ์
11. รศ.ดร.เพ็ชรพร เขาวกิจเจริญ*

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน

21. อ.ดร.กมล อมรฟ้า
22. รศ.ดร.วราวุธ วุฒินิชย์*
23. อ.ดร.วิษุวัฒน์ แต้สมบัติ
24. อ.ดร.สมชาย ดอนเจดีย์

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตเฉลิมพระเกียรติ จังหวัดสกลนคร

28. อ.ฐิตาภรณ์ พอบุตรดี
29. อ.ต่อศักดิ์ ประเสริฐสังข์
30. อ.ทศพล จตุระบุล
31. อ.นันทกาญจน์ ประเสริฐสังข์
32. อ.ดร.นิธิรัชต์ สวงวณเด็อน
33. อ.ภักดี คบกลาง

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน

40. รศ.ดร.ก่อโชค จันทรวงศ์*
41. รศ.ดร.กอบเกียรติ ผ่องพุ่ม
42. ผศ.ดร.กิจพัฒน์ ภูววรรณ
43. รศ.ดร.ชาติ เจียมไชยศรี*
44. รศ.ดร.ตระกูล อรามรักษ์*
45. ผศ.พีชวุฒิ พุทธภิรมย์
46. ผศ.ดร.ทรงวุฒิ เสงพระธานี
47. อ.ดร.ธนัช สุขวิมลเสรี
48. รศ.ดร.ธีรพงษ์ พิพัฒน์พงศา

12. ผศ.ดร.วิษระ เพ็ชรสุภาพ
13. ผศ.ดร.วิบูลย์ลักษณ์ พึ่งรัมย์
14. รศ.ดร.วิสุทธิ์ ช่อวิเชียร
15. รศ.ดร.วีระศักดิ์ ลิขิตเรืองศิลป์
16. ผศ.ดร.ศรัณย์ เตชะเสน
17. ผศ.ดร.ศักดิ์สิทธิ์ เถลิงพงศ์
18. รศ.ดร.สรวิศ นฤปิติ*
19. รศ.ดร.สุธา ชาวเอียร
20. ดร.อัศวินทร์ เล่นาวารี

25. รศ.สันติ ทองพำนัก
26. อ.ดร.สิริญา ทองชาติ
27. ผศ.ดร.เอกสิทธิ์ ไสยดีสกุลชัย

34. อ.ยุวดี หิรัญ
35. ผศ.ดร.วิจันวงศ์ กวีพล
36. อ.วิทยา ศรีสมบูรณ์
37. อ.ดร.วิรัช หิรัญ
38. อ.ดร.สมณพร สุทธิบาท
39. อ.อธิกา วงศ์กวางกลม

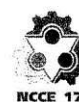
55. อ.ดร.วรพงศ์ ศรีไสหส
56. รศ.ดร.วรากร ไม้เรียง*
57. ผศ.ดร.วันชัย ยอดสุดใจ
58. ศ.ดร.วิโรจน์ รุโจปการ*
59. อ.ดร.วีระเกษตร สวนผลกา
60. รศ.ดร.ศุภกิจ นนทนานันท์*
61. อ.ดร.สโรช บุญศิริพันธ์
62. รศ.ดร.สันติ ชินานูวัตวงศ์*
63. ผศ.ดร.สิตางค์ พิลัยหล้า

ร่วมจัดโดย



49. รศ.ดร.ประเสริฐ สุวรรณวิทยา*	สุวรรณวิทยา*	64. รศ.ดร.สุธาริน	สถาปัตยงานท์
50. อ.ดร.ปิยนุช เวทย์วิวัฒน์	เวทย์วิวัฒน์	65. ผศ.ดร.สุนีรัตน์	กุตลาชัย
51. ผศ.ดร.ปิยะ โชติกไกร	โชติกไกร	66. รศ.ดร.สุวิมล	สังจาวาณิชย์*
52. อ.ดร.พรรณพิมพ์ พุทธรักษาเมเปียม	พุทธรักษาเมเปียม	67. อ.ดร.เหมือนมาศ	วิเชียรสินธุ์
53. รศ.ภัชราภรณ์ สุวรรณวิทยา*	สุวรรณวิทยา*	68. ผศ.ดร.อดิษฐ์	พรพรหมินทร์
54. อ.ดร.รังสรรค์ วงศ์จิรัฏฐ	วงศ์จิรัฏฐ		
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตศรีราชา			
69. อ.ดร.เชิดวงศ์ แสงศุภวานิช	แสงศุภวานิช	71. อ.ดร.สิรางค์	กลิ่นคำสอน
70. ผศ.ดร.สถาพร เชื้อเพ็ง	เชื้อเพ็ง	72. อ.ดร.อำพน	จรัสจรุงเกียรติ
มหาวิทยาลัยเกษมบัณฑิต			
73. อ.ดร.พิชิตต์มร์ จรัสบำรุงโรจน์	จรัสบำรุงโรจน์		
มหาวิทยาลัยขอนแก่น			
74. อ.ณรงค์ เหลืองบุตรนาค	เหลืองบุตรนาค	82. ผศ. ประกอบ	มณีเนตร*
75. ผศ.ดร.ณัฐพงษ์ อารีมิตร	อารีมิตร	83. รศ.ดร.พงศกร	พรรณรัตนศิลป์
76. อ.ดลฤดี หอมดี	หอมดี	84. อ.รัตมณี	นันทสาร
77. อ.ดร.ธนากร เมธาธรรม	เมธาธรรม	85. อ.ลัดดา	ต้นวาณิชกุล
78. ผศ.ดร.ธเนศ เสถียรนาม	เสถียรนาม	86. รศ.ดร.วัชรินทร์	กาลลัก*
79. ดร.ธัญลักษณ์ ราชภูริภักดี	ราชภูริภักดี	87. ผศ.ดร.วันชัย	สะตะ
80. ผศ.ดร.ธัญดา พรรณเชษฐ์	พรรณเชษฐ์	88. รศ.ดร.วันเพ็ญ	วิโรจนกัญ*
81. ผศ.ดร.เนตรนภิส ดันเต็มทรัพย์	ดันเต็มทรัพย์	89. รศ.ดร.วีระ	หอสกุลโท
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่			
90. รศ.ดร.ขจรศักดิ์ โสภจรรย์	โสภจรรย์	94. ผศ.ดร.บุญเทพ	นานนกรังสรรค์
91. ผศ.ดร.ชยานนท์ หารัชฎิญา	หารัชฎิญา	95. อ.ดร.ปรีดา	พิชยาพันธ์
92. รศ.ดร.ธนพร สุปรียศิลป์*	สุปรียศิลป์*	96. อ.ดร.มานพ	แก้วโมราเจริญ
93. อ.ดร.ธวัชชัย ดันชัยสวัสดิ์	ดันชัยสวัสดิ์	97. รศ.ดร.อนิรุทธ์	ธงไชย
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี			
98. ศ.ดร.ชัย จาตุรพิทักษ์กุล*	จาตุรพิทักษ์กุล*	102. อ.ดร.วีรชาติ	ตั้งจิรัฏฐ
99. ศ.ดร.ชัยยุทธ ชินณะราศรี	ชินณะราศรี	103. ผศ.ดร.สนธิ	วงษา
100. อ.ดร.ชัยวัฒน์ เอกวัฒน์พานิชย์	เอกวัฒน์พานิชย์	104. ผศ.ดร.สุทัศน์	ลีลาทวีวัฒน์
101. อ.ดร.ธรรมบุญ เสงฆ์กุล	สงฆ์กุล	105. ดร.อภิชาติ	อัฐกุล
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ			
106. ผศ.ดร.กิตติภูมิ รอดสิน	รอดสิน	108. รศ.ดร.พานิช	วุฒิปุณษ์
107. รศ.ดร.ปิติ สุนทรสุขกุล	สุนทรสุขกุล		
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร			
109. อ.ดร.นที สุริยานนท์	สุริยานนท์	111. รศ.ดร.สายสุนีย์	พุทธาคุณเจริญ
110. ดร.ประกิจ เปรมธรรมกร	เปรมธรรมกร		
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี			
112. ผศ.ดร.ฉัตรชัย โชติษฐยางกูร	โชติษฐยางกูร	116. อ.ดร.รัฐพล	ภูบุผาพันธ์
113. อ.ดร.ฉัตรเพชร ยศพล	ยศพล	117. ผศ.ดร.วชรภูมิ	เบญจไธหาร
114. ผศ.ดร.ปรียาพร โภษา	โภษา	118. รศ.ดร.สิทธิชัย	แสงอาทิตย์

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 17
9-11 พฤษภาคม 2555 | อุดรธานี



115. ผศ.ดร.พรพจน์ ด้อยเส็ง		119. ผศ.ดร.สุดจิต คุรุจิต	
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์			
120. อ.ดร.ทองกฤษณ์ โตชัยวัฒน์		121. รศ.ดร.อมร พิมานมาศ*	
มหาวิทยาลัยนครสวรรค์			
122. ผศ.ดร.ปาจรีย์ ทองสนิท		123. รศ.ดร.ศรินทร์ทิพย์ แทนธานี*	
มหาวิทยาลัยบูรพา			
124. อ.ดร.ฐิติมา วงศ์อินตา		126. อ.ดร.ปิติ โรจนวรรณสินธุ์	
125. อ.ดร.ธรรมบุญ รัศมีมาสเมือง		127. ผศ.ดร.สยาม ยิ้มศิริ	
มหาวิทยาลัยพะเยา			
128. อ.ดร.ธนกร ชมพู่รัตน์			
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม			
129. ผศ.ดร.กฤษณ์ ชัยมูล		133. อ.ศตวรรษ ทวงชน	
130. อ.ดร.นิตา ชัยมูล		134. ผศ.ดร.สพลาภ หอมมูลวงศ์	
131. ผศ.ดร.เพชร เพ็งชัย		135. รศ.ดร.อนงค์ฤทธิ์ แข็งแรง	
132. ผศ.ดร.มนรัตน์ องค์วารณดี			
มหาวิทยาลัยมหิดล			
136. ผศ.ดร.บันลือ เอมะรุจิ		138. ผศ.สมพงษ์ ชื่นอ้อม	
137. ผศ.ดร.สมชาย ปฐมศิริ		139. ผศ.อารียา ฤทธิมา	
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี			
140. อ.ดร.วิเชียร โสมณวัฒน์			
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ			
141. อ.ดร.ศุภชัย สีนถาวร		144. ผศ.ดร.ทวีศักดิ์ วังไพศาล	
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี			
142. ผศ.ดร.กิตติศักดิ์ ชันติวิชัย		145. รศ.ดร.สถาพร โภคา	
143. อ.ดร.ณันต์กิจ ชารีรัตน์		146. ผศ.ดร.สิทธา เจนศิริศักดิ์*	
โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า			
147. พันตรี ผศ.ดร.ณัฐพร นุตยะสกุล			
วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์			
148. นายประสงค์ ธาราไชย*			
สถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย			
149. รศ.ดร.โชติชัย เจริญงาม*			
หน่วยงานภาคเอกชน / อื่นๆ			
150. รศ.ดร.พิชัย นิमितยงสกุล*			

หมายเหตุ * ผู้พิจารณาบทความยอดเยี่ยม

ร่วมจัดโดย



STR005	การศึกษาความเร็วลมเฉพาะที่ของบริเวณโดยรอบอาคาร A STUDY OF LOCAL WIND SPEEDS AROUND BUILDING ชาญ ประสพทรัพย์, นเรศ ลิ้มสัมพันธ์เจริญ	5
STR006	การเปรียบเทียบการคำนวณแรงลมและการตอบสนองของอาคารระหว่างมาตรฐานสากลต่างๆ COMPARISONS OF WIND LOAD AND RESPONSE OF BUILDINGS AMONG SEVERAL CODES จีระสิทธิ์ ทิมสถิตย์, วิโรจน์ บุญญภิญโญ	5
STR007	การทดสอบจุดต่อคาน - เสาคอนกรีตสำเร็จรูปปริมาตรชนิดเชื่อมภายใต้แรงกระทำแบบวัฏจักร TEST OF EXTERIOR PRECAST CONCRETE BEAM COLUMN WITH WELDED CONNECTION UNDER CYCLIC LOADING ฉัญญะ สุขะวา, ชยานนท์ หารรัชภิญโญ	6
STR008	การวิเคราะห์พฤติกรรมการดัดของคานคอนกรีตอัดแรงแบบไม่เชิงเส้นโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ NONLINEAR ANALYSIS OF FLEXURAL BEHAVIORS OF A PRESTRESSED CONCRETE BEAM BY FINITE ELEMENT METHOD โกวิท ไพโรไพศาล, กฤตายุทธ์ ชมพูนิง	6
STR009	การซ่อมแซมถนนคอนกรีตด้วยวิธีแผ่นคอนกรีตสำเร็จรูป RIGID PAVEMENT REHABILITATION WITH PRECAST CONCRETE SLAB ณัฐพล เสรีเผ่าวงศ์, วิชัย กิจวัชรเวทย์, ประเสริฐ ศิริรัตนันตร์, วิมล ลาวัลย์วิสุทธิ	7
STR010	ค่าประกอบการกระโชกของแรงลมสำหรับโครงสร้างป้าย GUST WIND-LOADING FACTORS FOR BILLBOARDS จกานวัตร์ มณีไพโรจน์, นเรศ ลิ้มสัมพันธ์เจริญ	7
STR011	การศึกษาพฤติกรรมการทนไฟในคานเหล็กเชิงประกอบ STUDY OF FIRE - RESISTANCE IN COMPOSITE STEEL BEAMS คมกริช หลินหะตระกูล, อภินันท์ อึ้งกุล, สุทัศน์ ลีลาทวิวัฒน์	8
STR013	การประเมินการพังทลายของโครงสร้างด้วยวิธีพลศาสตร์แบบค่อยๆเพิ่มความรุนแรง ตามวิธีของ FEMA P695 COLLAPSE EVALUATION USING INCREMENTAL DYNAMIC ANALYSIS BASED ON FEMA P695 METHODOLOGY ณัฐภัทร วงศ์ภักดี, สุทัศน์ ลีลาทวิวัฒน์	9
STR014	SIZE-DEPENDENT ON BUCKLING LOAD OF NANOWIRES INCLUDING SURFACE STRESS AND NONLOCAL ELASTICITY EFFECTS Chinnawut Juntarasaid, Tawich Pulngern, Somchai Chucheeepsakul	10
STR015	การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบคูดวิกภายใต้แรงยั้งที่ปลายจากเคเบิล LARGE DEFLECTIONS OF CANTILEVER COLUMN MADE FROM LUDWICK'S MATERIAL UNDER TENSION FROM GUYED CABLE สหรับล โพธิ์นอก, บุญชัย ผึ้งไผ่งาม	10
STR016	การก่อสร้างอาคารสูงด้วยระบบชิ้นส่วนคอนกรีตสำเร็จรูปในประเทศไทย HIGH RISE PRECAST BUILDING IN THAILAND ทรงพล จารุวิศิษฐ์, ประยุทธ์ สมานรัตน์เสถียร	11
STR019	การเปรียบเทียบสเปกตรัมแรงลมในทิศทางลมระหว่าง มยพ.1311-50 และผลการทดสอบในอุโมงค์ลม COMPARISON OF ALONG-WIND LOAD SPECTRA BETWEEN DPT1311-50 AND WIND TUNNEL TESTS อัสนัน สุธาสุประดิษฐ์, นเรศ ลิ้มสัมพันธ์เจริญ	11

ร่วมจัดโดย



SIZE-DEPENDENT ON BUCKLING LOAD OF NANOWIRES INCLUDING SURFACE STRESS
AND NONLOCAL ELASTICITY EFFECTS

Chinnawut Juntarasaid^{1*}, Tawich Pulngern², Somchai Chucheepsakul³

¹Graduate student, King Mongkut's University of Technology Thonburi (Chinnawut_Jun@hotmail.com)

²Assistant Professor, King Mongkut's University of Technology Thonburi (tawich.pul@kmutt.ac.th)

³Professor, King Mongkut's University of Technology Thonburi (somchai.chu@kmutt.ac.th)

Abstract : This research presents the buckling load of nanowires subjected to the compressive force under various boundary conditions. The governing differential equation is solved analytically to obtain an exact closed-form solution and verified numerically by using finite-element method. The present model of nanowires considers of both surface stress and nonlocal elasticity effects. The results indicate that the influences of surface stress and nonlocal elasticity affects on the buckling load. For the various boundary conditions, the buckling load of nanowires including both surface stress and nonlocal elasticity effects are different from those of classical beam theory and converges to classical beam theory for the large values of cross section (macroscopic). The surface stress increase the stiffness of nanowire and then the buckling load is higher while the nonlocal elasticity affects slightly on the buckling load. Furthermore, the results of finite-element method show good agreement with those of analytical results. This solution obtained in this work can be used to predict the behavior of nanostructures in nanoelectromechanical systems (NEMSs) and the other nanoscale devices.

Keywords : Finite Element Method, Nanowires, Surface Stress, Nonlocal Elasticity,
Nanoelectromechanical Systems (NEMSs).

การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบลูดวิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิล
LARGE DEFLECTIONS OF CANTILEVER COLUMN MADE FROM LUDWICK'S MATERIAL
UNDER TENSION FROM GUYED CABLE

สหารัต ไพธินอก^{1*}, บุญชัย ผึ้งไผ่งาม²

¹นักศึกษาระดับปริญญาโท คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี (saharat_thairung@hotmail.com)

²อาจารย์ประจำ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี (boonchai_p@mutt.ac.th)

บทคัดย่อ : บทความนี้นำเสนอการวิเคราะห์การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูดวิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะวางตัวในแนวราบผ่านจุดรองรับที่ฐานซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ ปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับความเร็วเชิงเส้นของรูปร่างเรขาคณิตและความเร็วเชิงเส้นของวัสดุที่ต้องคำนึงถึง กลุ่มของสมการอนุพันธ์ควบคู่กันปัญหาสามารถหาได้จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งของเสาแบบลูดวิก และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุ่งเง-คุดตา และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม ผลการศึกษาพบว่าคำตอบที่ได้จากกระบวนการคำนวณที่ใช้ในการวิจัยนี้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับงานวิจัยในอดีตในกรณีวัสดุมีความเป็นเชิงเส้น นอกจากนี้พบว่ามีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเสาในส่วน of stiffness และ flexibility เมื่อวัสดุมีความเร็วเชิงเส้น

คำสำคัญ : การโก่งตัวมาก, เสาปลายยื่น, วัสดุแบบลูดวิก, วิธียิงเป้า, รุ่งเง-คุดตา



การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบลูดวิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิล

LARGE DEFLECTIONS OF CANTILEVER COLUMN MADE FROM LUDWICK'S MATERIAL UNDER TENSION FROM GUYED CABLE

สหรธ โพธิ์นอก¹, บุญชัย ผึ้งไผ่งาม²

¹ นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

Email address: saharat_thairung@hotmail.com

² อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

Email address: boonchai_p@rmutt.ac.th

บทคัดย่อ: บทความนี้นำเสนอการวิเคราะห์การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูดวิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะวางตัวในแนวราบผ่านจุดรองรับที่ฐานซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ ปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับควมไร้เชิงเส้นของรูปร่างเรขาคณิตและความไร้เชิงเส้นของวัสดุที่ต้องคำนึงถึง กลุ่มของสมการอนุพันธ์ครอบคลุมปัญหาสามารถหาได้จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งของเสาแบบลูดวิก และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ผลเฉลยของปัญหาสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธียิงเป้าร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุงเง-คูดตา และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม ผลการศึกษาพบว่าคำตอบที่ได้จากการคำนวณการคำนวณที่ใช้ในการวิจัยนี้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับงานวิจัยในอดีตในกรณีวัสดุมีความเป็นเชิงเส้น นอกจากนี้พบว่ามีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเสาในส่วนของ stiffness และ flexibility เมื่อวัสดุมีความไร้เชิงเส้น

คำสำคัญ: การโก่งตัวมาก, เสาปลายยื่น, วัสดุแบบลูดวิก, วิธียิงเป้า, รุงเง-คูดตา

Abstract: This paper presents the large deflection analysis of a cantilever column made from the non-linear material obeying the Ludwick's law subjected to the tension from a guyed cable. One end of cable is attached to the free end of the column while the other end is laid through a support (apart from the fixed end of the column). Consequently, the direction of the tensile force in the cable always passes through the anchorage of the cable. The presented problem concerns with the nonlinearities in both geometry and material. The set of governing differential equations of the problem is obtained from the moment-curvature expression of the column

¹ สหรธ โพธิ์นอก คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

Email address: saharat_thairung@hotmail.com



made from the Ludwick's material and the geometric relations. The results of the problem can be computed by the shooting method incorporated with the Runge-Kutta integration technique and the appropriate boundary conditions. From the results, it is found that, for the case of linear elastic material, the results are in good agreement with the results from previous researches. In addition, it is found that the change of column behavior in terms of stiffness and flexibility can be observed when the material nonlinearity is introduced.

Keywords: Large deflection, Cantilever column, Ludwick material, Shooting method, Runge-Kutta.





1. บทนำ

ในอดีตที่ผ่านมา การศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรม การโค้งตัวมากของเสาและคานอื่น ภายใต้แรงกระทำ รูปแบบต่างๆ ได้รับความสนใจจากนักวิจัยอย่างต่อเนื่อง ดังเห็นได้จากมีบทความวิจัยตีพิมพ์จำนวนมากตัวอย่าง เช่น Bisshopp และ Drucker [1] ได้นำเสนอการหาค่าตอบของปัญหาการโค้งตัวมากของคานอื่นที่ถูกกระทำด้วยแรงในแนวตั้งที่ปลายคานโดยวิธีฮิลบลิคอินทิกรัล Roo และคณะ [2] ได้นำเสนอผล การวิเคราะห์การโค้งตัวมากของคานอื่น ที่อยู่ภายใต้แรงหมุนเชิงตั้งที่ปลายคานโดยใช้วิธี Runge-Kutta อันดับ 4 Lee และคณะ [3] ได้ศึกษาพฤติกรรม การโค้งตัวของคานอื่นที่มีความกว้างของหน้าตัดแปรผัน โดยทำการทดลองเปรียบเทียบกับ การคำนวณด้วยวิธี Runge-Kutta-Falsi Wang และ Kitpornchai [4] ได้นำเสนอเทคนิคยิงเป้าแบบประสิทธิผล (Shooting Optimization) เพื่อหาค่าการโค้งตัวมากและพฤติกรรม การโค้งเกาะของชิ้นส่วนโครงสร้าง Sripram และ Chucheepakul [5] ได้ศึกษาพฤติกรรมการแอ่งตัวของคานอื่นโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ระบบพิกัดอีกรินดิก Ohtsuki [6] ได้ทำการวิเคราะห์ลักษณะการเลี้ยวรูปของ Fishing Rods โดยอาศัยทฤษฎีการเลี้ยวรูปมาก หาค่าตอบเชิงตัวเลขเปรียบเทียบผลการทดสอบตัวอย่าง Fard [7] ได้นำเสนอวิธีการหาค่าตอบเชิงตัวเลขแบบ แผ่นตรงของการโค้งตัวมากของ Bow Sadder และ คณะ [8] ได้ศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของเสาปลาย ยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิลที่ผ่านจุดปลายอิสระ จุด กึ่งกลางเสา และ จุดยึดแน่น แก้ปัญหาโดยวิธีฮิลบลิค อินทิกรัล แล้วหาค่าตอบในรูปแบบปิด (Closed-form solutions) You [9] ได้ศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัวของ เสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล แก้ปัญหาโดยวิธี ฮิลบลิคอินทิกรัล แล้วหาค่าตอบในรูปแบบปิด (Closed-form solutions) Holland และคณะ [10] ได้ ศึกษาพฤติกรรมการโค้งตัว ความถี่ธรรมชาติ และ รูปแบบการสั่นของเสาปลายยื่น ภายใต้แรงดึงจาก เคเบิล หาค่าตอบโดยวิธีฮิลบลิคยิงเป้าเปรียบเทียบกับผล

การทดสอบตัวอย่าง ซึ่งทั้งหมดที่กล่าวมานั้น ได้ศึกษา เฉพาะในส่วนที่พฤติกรรมของวัสดุเป็นแบบ Linear Elastic Material เท่านั้น

สำหรับกรณีที่เป็นคานอื่น ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่น ไม่เชิงเส้น (Non-linear elastic material) Lewis และ Monoso [11] ได้นำเสนอคำตอบเชิงตัวเลขของการโค้ง ตัวมากของคานอื่น ที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นแบบ ลูควิก (Ludwick) ภายใต้แรงในแนวตั้งที่ปลายคาน Lee [12] ได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาคล้ายกับ [11] แต่ลักษณะ ของแรงกระทำเป็นแบบผสมระหว่างแรงในแนวตั้งที่ ปลายคาน และ แรงแผ่กระจายตลอดความยาวคาน มงคล นางลักขณ์ และคณะ [13] ได้ทำการวิเคราะห์ ปัญหาการโค้งตัวมากของคานอื่นที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่น ไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ภายใต้แรงแบบเปลี่ยนแปลง ทิศทางตามการเลี้ยวรูปที่ปลายคาน นฤพนธ์ ศิลาภากุล และ สมชาย ชูชีพสกุล [14] ได้ศึกษาพฤติกรรมการแอ่ง ตัวมากของคานที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูควิก ภายใต้แรงกระทำแบบต่างๆ แล้วหาค่าเฉลยเชิงตัวเลข โดยวิธียิงเป้าและการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุงเง- คูดตา Brojon และคณะ [15] ได้ศึกษาพฤติกรรมก่อน และหลังการโค้งเกาะของเสาที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น แบบลูควิก แล้วหาค่าเฉลยโดยวิธีอินทิเกรตเชิง ตัวเลขแบบ รุงเง-คูดตา Athisukul และคณะ [16] ได้ ศึกษาผลกระทบของวัสดุไม่เชิงเส้นต่อการแอ่งตัวมาก ของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ภายใต้ น้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจาย (Self Weight) หาค่า เฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธียิงเป้าแบบประสิทธิผล

สำหรับงานวิจัยนี้จะเป็นการวิเคราะห์ปัญหา การโค้งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้น แบบลูควิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยที่ปลายด้าน หนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของเสา ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะวางตัวใน แนวราบผ่านจุดรองรับที่ฐานซึ่งอยู่ห่างจากปลายที่ ยึดแน่นของเสา ซึ่งเป็นผลให้แรงดึงในเคเบิลมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ ปัญหาดังกล่าว เกี่ยวข้องกับความไวเชิงเส้นของรูปร่างเรขาคณิตและ ความไวเชิงเส้นของวัสดุที่ต้องคำนึงถึง กลุ่มของสมการ



ในการศึกษานี้กำหนดให้เสาดังกล่าวทำด้วยวัสดุที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดไม่เป็นเชิงเส้นแบบลวดวิค สามารถแสดงได้โดยสมการ $\sigma(\epsilon) = \text{sgn}(\epsilon)E|\epsilon|^n$ Sathyamoorthy [18] โดยที่ σ และ ϵ เป็นค่าความเค้นและความเครียดของวัสดุตามลำดับ ส่วน E และ n เป็นค่าคงที่ของวัสดุ เสามีหน้าตัดสม่ำเสมอและเป็นเนื้อเดียวกันตลอด มีคุณสมบัติทางกายภาพเหมือนกันในทุกทิศทางไม่มีการยืดหรือหด และเกิดความเครียดตามแนวแกนน้อยมากขณะรับแรง เมื่อพิจารณาสมการของโมเมนต์ที่หน้าตัดใดๆ จะได้ความสัมพันธ์ $M = -\int \sigma y dA$ และ จากความสัมพันธ์ของ Strain Displacement $\epsilon = -\frac{y}{\rho}$ ดังนั้น จากทฤษฎีการดัดของ Euler- Bernoulli สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัด (M) และความโค้ง (k) ของเสานี้หน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง b ความลึก h ได้ดังสมการที่ (1)-(2) Timoshenko และ Gere [19]

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} \tag{1}$$

$$M = EI_n \kappa^{1/n} \tag{2}$$

จากสมการที่ (1) และ (2) จัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\frac{d\theta}{ds} = \left(\frac{M}{EI_n} \right)^n \tag{3}$$

โดยที่

$b =$ ความกว้างเสาด, $h =$ ความลึกเสาด

$$I_n = \left(\frac{1}{2} \right)^{(n+1)/n} \left(\frac{n}{2n+1} \right) (h)^{(2n+1)/n} b$$

หากเป็นกรณี Linear Elastic Material $n=1$

$$\text{ดังนั้น } I_n = \left(\frac{1}{12} \right) bh^3$$

เมื่อพิจารณาสมการของโมเมนต์ในภาคตัดคาน ที่ระยะตามส่วนโค้ง s ตามรูปที่ 3 จะได้ฟังก์ชันของโมเมนต์ดัดภายในดังนี้

$$M = -Ty \cos \alpha - Tx \sin \alpha \tag{4}$$

เมื่อนำสมการที่ (4) แทนลงในสมการที่ (3) จะได้ดังนี้

$$\frac{d\theta}{ds} = \left(\frac{-Ty \cos \alpha - Tx \sin \alpha}{EI_n} \right)^n \tag{5}$$

เมื่อพิจารณาชิ้นส่วนย่อยๆ ของเสาดังกล่าวจะได้รับการตั้งตอไปนี้

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta, \frac{dy}{ds} = \sin \theta \tag{6}$$

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตเมื่อเสาดังกล่าวเกิดการโก่งตัวมากพบว่า

$$\frac{h_n - y_a}{x_a} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \tag{7}$$

ดังนั้น จะได้สมการ (5) - (6) เป็นสมการครอบคลุมปัญหา (Governing Equation) และ เพื่อให้สามารถเขียนสมการต่างๆ ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป ซึ่งง่ายต่อการเขียนคำสั่งโปรแกรมคำนวณเชิงตัวเลข จึงเขียนสมการ (5) - (6) ในรูปไร้หน่วย ได้ดังนี้

$$\frac{d\theta}{ds} = -\left(\frac{T}{EI_n} \right)^n \left(\bar{y} \cos \alpha + \bar{x} \sin \alpha \right)^n \tag{8}$$

$$\frac{d\bar{x}}{ds} = \cos \theta \tag{9}$$

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \sin \theta \tag{10}$$

สมการ (8)-(10) เป็นสมการอนุพันธ์ที่ใช้อธิบายชิ้นส่วนย่อยของ Elastica (\bar{ds}) ดังนั้น หากต้องการพฤติกรรมทั้งหมดของ Elastica จึงต้องทำการอินทิเกรต ให้



สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา (Boundary Condition)

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition)

$$\bar{s} = 0 : \bar{x} = 0, \bar{y} = 0, \theta = \theta_0 \quad (11 \text{ a-c})$$

$$\bar{s} = 1 : \bar{x} = \bar{x}_a, \bar{y} = \bar{h}_a - \bar{x}_a \tan \alpha, \theta = 0 \quad (11 \text{ d-f})$$

$$\text{เมื่อ } \bar{x}_a = \frac{x_a}{l_a}, \bar{y}_a = \frac{y_a}{l_a}, \bar{h}_a = \frac{h_a}{l_a}$$

$$\bar{x} = \frac{x}{l_a}, \bar{y} = \frac{y}{l_a}, \bar{s} = \frac{s}{l_a}, \bar{T} = \frac{T}{EI_n} l_a^2$$

3. วิธีการคำนวณ

จากระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของปัญหาค่าขอบเขต (8)-(10) ซึ่งเป็นปัญหาแบบ Two - Point Boundary Values Problem การแก้ปัญหาค่าเริ่มต้น (Initial value problem) โดยการกำหนดค่า \bar{h}_a และ n แล้วสมมติค่าเริ่มต้น θ_0 เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณด้วยวิธี Shooting Method ร่วมกับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ Runge-Kutta โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการ ได้แก่ \bar{T} , α และ \bar{n} ตลอดความยาวของเสา จากนั้นจะทำการตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณโดยเปรียบเทียบกับเงื่อนไขขอบเขตปลายที่ทราบค่าแน่นอน ซึ่งในที่นี้ใช้เงื่อนไขตั้งระบุในสมการที่ (12)

$$\frac{\text{Min} \phi}{\bar{T}, \alpha} = |\theta(1)| + |\bar{X}(1) - \bar{X}_a| + |\bar{Y}(1) - \bar{h}_a + \bar{X}_a \tan \alpha| \quad (12)$$

หากมีการตรวจสอบพบว่าค่าของฟังก์ชันทางขวาของสมการที่ (12) ยังมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับให้ ($\epsilon = 10^{-9}$) จะเกิดการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าว

4. ผลการศึกษา

4.1 การตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณ

เพื่อเป็นการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของกระบวนการคำนวณที่ใช้ในการศึกษานี้ จึงได้ทำการคำนวณปัญหาที่แสดงไว้ใน You [9] ซึ่งเป็นเลขที่ทำได้ด้วยวิธีดัดยัดหุ่นเชิงเส้น $n = 1$ ที่ $\bar{h}_a = 0$ ภายใต้แรงดึงจากเคเบิลเหมือนกัน และจาก นฤพนธ์ ศิลภากุล และ สมชาย ชูชีพสกุล [14] เป็นคานที่รองรับอย่างง่ายภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายคาน โดยที่คานทำจากวัสดุประเภทลู่วิก ดังแสดงไว้ในตารางที่ 2

ตาราง 2. เปรียบเทียบผลการคำนวณจากงานวิจัยนี้กับเอกสารอ้างอิง You [9] และจาก นฤพนธ์ ศิลภากุล และ สมชาย ชูชีพสกุล [14] ซึ่งเป็นการณีแรงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา ($\bar{h}_a = 0$)

n	\bar{T}	
	Present Study	Ref. [9] Ref. [14]
0.5	0.00	- 0.00
1	9.869	9.869 9.984
2	∞	- ∞
3	∞	- -

ตาราง 3. ผลการคำนวณหา Critical Condition ของเสาจากงานวิจัยนี้

		Present Study							
		n							
		0.5	1	2	3	Critical Condition ของเสาเกิดขึ้นเมื่อ			
h	θ_0	α	θ_0	α	θ_0	α	θ_0	α	
		$(\theta_0 + \alpha)$	$(\theta_0 + \alpha)$	$(\theta_0 + \alpha)$	$(\theta_0 + \alpha)$				
0	3.14	-1.57	3.14	-1.57	3.14	-1.57	3.14	-1.57	
	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57		
0.5	3.14	-1.57	3.14	-1.57	3.14	-1.57	3.14	-1.57	
	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57		
1	1.165	1.976	1.408	1.733	1.517	1.624	1.543	1.598	
	3.141	3.141	3.141	3.141	3.141	3.141	3.141		
1.5	1.316	1.825	1.487	1.654	1.545	1.596	1.554	1.587	
	3.141	3.141	3.141	3.141	3.141	3.141	3.141		

ผลการคำนวณจากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่ากระบวนการคำนวณที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ให้คำตอบที่สอดคล้องกับงานวิจัยในอดีต นอกจากนี้ ยังมีข้อสังเกตว่าผลจากการคำนวณหา Critical Condition



ของเสาพบว่าจะเกิดขึ้นเมื่อ ค่า $\theta_0 + \alpha$ มีค่าดังตารางที่ 3 เมื่อค่า $n = 0.5, 1, 2$ และ 3 และ ระยะ $\bar{h}_a = 0, 0.5, 1$ และ 1.5 ตามลำดับ

4.2 ผลการคำนวณการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูคิวิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล

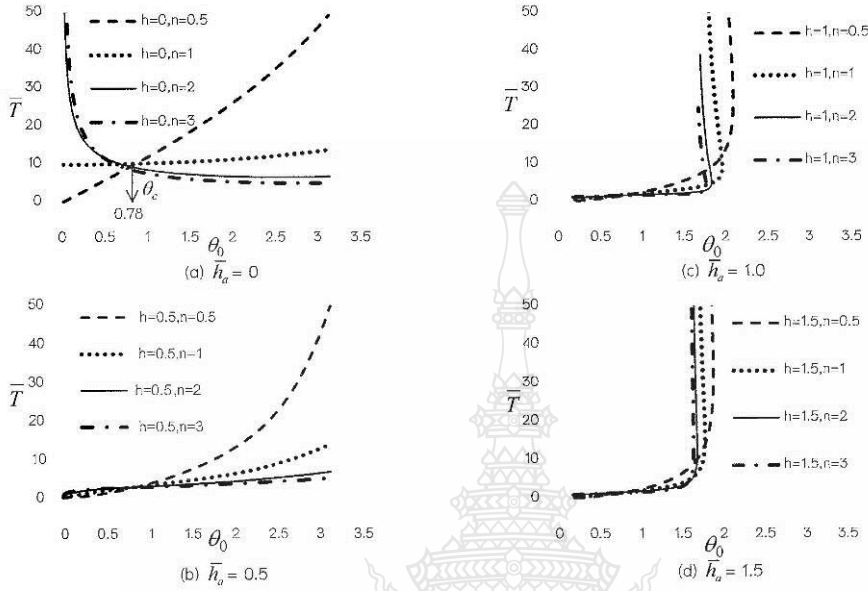
ในหัวข้อนี้จะนำเสนอผลการศึกษาพฤติกรรม การโก่งตัวมากของเสาที่ทำด้วยวัสดุแบบยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น $n < 1$ ($n = 0.5$) และ > 1 ($n = 2, 3$) ซึ่งมีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดไม่เป็นเชิงเส้น ดังตารางที่ 1 อยู่ภายใต้แรงดึงในเคเบิลที่มีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดเสมอ โดยกำหนดให้ตำแหน่งของฐานยึด \bar{h}_a มีค่าตั้งแต่ $0.0I_a$ ถึง $1.5I_a$ เพิ่มขึ้นครั้งละ $0.1I_a$ และ กำหนดให้ค่า \bar{u} มีค่าเท่ากับ 0.1 ถึง 1.0 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.1 ตามลำดับ จากข้อมูลข้างต้นเมื่อทำการวิเคราะห์ปัญหาจะได้คำตอบเชิงตัวเลขที่แสดงสภาวะวิกฤติ (Critical Condition) ที่เกิดขึ้นกับเสาซึ่งพบว่า $\theta_0 + \alpha = \pi$ เมื่อ $\bar{h}_a \geq 1$ และ $\theta_0 + \alpha = \pi/2$ เมื่อ $\bar{h}_a < 1$ ดังแสดงไว้ในตารางที่ 3 นอกจากนี้ หากพิจารณาตามรูปที่ 4(a)-(d) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{T} และ θ_0 ที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน นำหนักบรรทุกวิกฤติของเสากรณี $\bar{h}_a = 0$ ซึ่งแรงดึงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา พบว่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติของเสามีค่าเข้าใกล้ $9.869 (\pi^2)$ เฉพาะกรณีวัสดุมีค่า $n = 1$ กรณี $n = 0.5$ น้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าเป็นศูนย์ ส่วนกรณี $n = 2$ และ 3 มีค่าเป็นอนันต์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ [9], [14] และ [20] ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า กรณีของรูปที่ 4(a) นั้นเสามีพฤติกรรมคล้ายกับคานที่รองรับอย่างง่ายภายใต้ น้ำหนักบรรทุกเป็นแรงอัดกระทำที่ปลายคาน และหากพิจารณารูปที่ 4 (b)- (d) พบว่าเมื่อค่า \bar{T} เพิ่มขึ้นค่า θ_0 ก็เพิ่มขึ้นด้วย แต่กรณีที่ค่า $0 < \bar{h}_a < 1.0$ ค่า θ_0 จะเพิ่มขึ้นเข้าใกล้ค่าสูงสุดที่ π ส่วนกรณีที่ $\bar{h}_a \geq 1.0$ เช่น $\bar{h}_a = 1.0$ และ $\bar{h}_a = 1.5$ ค่า θ_0 จะมีสูงสุดที่ $\theta_0 = 2.09$ และ 1.869 ตามลำดับ เมื่อค่า $n = 0.5$ และ ค่า

θ_0 สูงสุดจะลดลงเมื่อค่า n ของวัสดุเพิ่มสูงขึ้น พิจารณาตามรูปที่ 5(a) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{T} และ \bar{u} ที่ระยะ \bar{h}_a และ ค่า n ต่างกัน พบว่ากรณีที่ $\bar{h}_a = 0$ เมื่อ $\bar{u} < \bar{u}_c$ วัสดุที่มีค่า $n > 1$ จะมีค่า Stiffness มากกว่าวัสดุที่มีค่า $n < 1$ และ ตามรูปที่ 5(b)- (d) พบว่ากรณีที่ $\bar{h}_a > 0$ เมื่อ $\bar{u} > \bar{u}_c$ วัสดุที่มีค่า $n < 1$ จะมีค่า Stiffness มากกว่าวัสดุที่มีค่า $n > 1$ หรือกล่าวได้ว่ายิ่งค่า n น้อยยิ่งมีค่า Stiffness มากขึ้นต่อไปพิจารณาตามรูปที่ 6(a)-(d) ซึ่งแสดงพฤติกรรม การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่น ที่ถูกยึดรั้งปลายด้วยสายเคเบิล เมื่อแรงดึงในเคเบิลเพิ่มมากขึ้น พบว่าเสามีการโก่งตัวมากขึ้นเช่นกัน และ ที่ระยะการโก่งตัวเท่ากัน ในแนวแกน x เสาที่ทำจากวัสดุที่มีค่า $n = 3$ จะมีระยะการโก่งตัวในแนวแกน y น้อยที่สุด ดังนั้น แสดงว่า วัสดุทำเสามีค่า Flexibility เรียงจากมากไปน้อย คือ $n = 3, 2, 1$ และ 0.5 ตามลำดับ

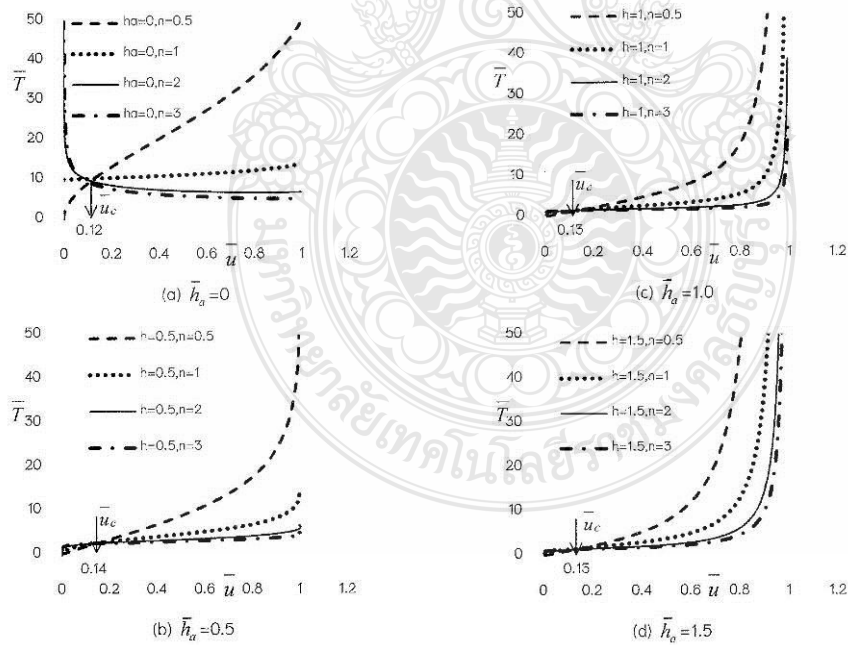
5. สรุปผลการศึกษา

งานวิจัยนี้เป็นการวิเคราะห์พฤติกรรม การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูคิวิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล โดยใช้วิธีเชิงปริมาตรกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบ รุงเง-คุดตา และ เงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม จากผลการศึกษาข้างต้น

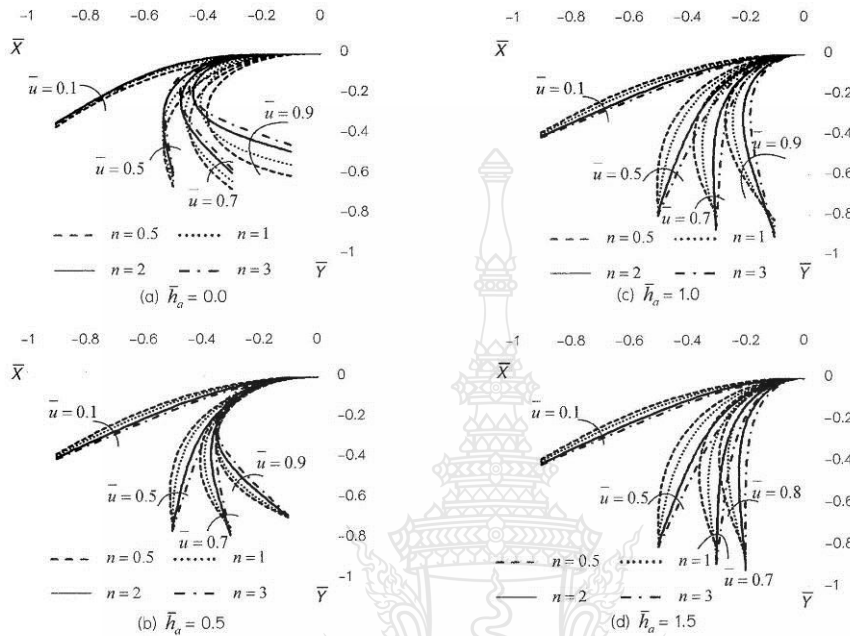
1. กรณีที่แรงดึงในเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา พบว่า น้ำหนักบรรทุกวิกฤติของเสามีค่าเข้าใกล้ $9.869 (\pi^2)$ เฉพาะกรณีที่วัสดุมีค่า $n = 1$ กรณี $n = 0.5$ น้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าเป็นศูนย์ ส่วนกรณี $n = 2$ และ 3 น้ำหนักวิกฤติมีค่าเป็นอนันต์
2. สภาวะวิกฤติ (Critical Condition) จะเกิดขึ้นกับเสาเมื่อ $\theta_0 + \alpha = \pi$ ที่ $\bar{h}_a \geq 1$ และ $\theta_0 + \alpha = \pi/2$ เมื่อ $\bar{h}_a < 1$
3. พฤติกรรม การโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เชิงเส้นแบบลูคิวิก ภายใต้แรงดึงจากเคเบิล มีการโก่งตัวมากน้อยต่างกัน ขึ้นอยู่กับค่า n ของวัสดุ ระยะ \bar{h}_a และ การเปลี่ยนแปลงขนาดของแรงดึงในเคเบิล



รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับมุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0, 0.5, 1.0$ และ 1.5 ตามลำดับ



รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงในเคเบิล (\bar{T}) กับค่าการไหลตัวที่ปลายเสา (\bar{u}) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0, 0.5, 1.0$ และ 1.5 ตามลำดับ



รูปที่ 6 การโก่งตัวของเสาปลายยื่นภายใต้แรงดิ่งจากเคเบิลที่ $\bar{u} = 0.1, 0.5, 0.7$ และ 0.9 , $\bar{h}_a = 0, 0.5, 1.0$ และ 1.5 ตามลำดับ

6. เอกสารอ้างอิง

[1] K.E. Bisshopp and D.C. Drucker, 1945. Large deflections of cantilever beams. Q. Appl. Math., 3 : 272-275.

[2] B.N. Rao and G.V. Rao, 1986. Large deflections of a cantilever beam subjected to a tip concentrated rotational load. Aeronautical Journal, 90 : 262-266.

[3] B.K. Lee, J.F. Wilson and S.J. Oh, 1993. Elastica of cantilevered beams with variable cross sections. Int. J. Non-linear Mech., 28 : 579-589.

[4] C.M. Wang and S. Kitipornchai, 1992. Shooting - optimization technique for large deflection analysis of structural members. Engineering Structures, 14 : 231-240.

[5] P. Sripirom and S. Chucheeprakul, 2001. Large Deflections of a Cantilever Beam Using Intrinsic Coordinate Finite Elements. Master's Degree of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi.

[6] A. Ohtsuki, 2001. Materials and Science in Sports. Nagoya Japan : TMS.

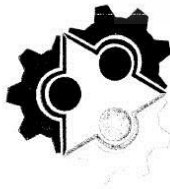
[7] A. Farid, 2007. Exact and Numerical Solutions for Large Deflection of Elastic Non-Prismatic Beams. Seattle : FAC Systems Inc.

[8] S. Al-Sadder et al., 2007. Exact post-buckling configurations of cantilevered column subjected to forces produced by tensioned cable. Mechanics Research Communications, 34 : 395-404.

[9] Yau, J.-D., 2010. Closed-Form Solutions of Large Deflection for a Guyed Cantilever Column Pulled by an Inclination Cable. Journal of Marine Science and Technology, 18 : 130-136.



- [10] D.B. Holland et al., 2008. Large deflections and vibration of a tapered cantilever pulled at its tip by a cable. *Journal of Sound and Vibration*, 310 : 433–441.
- [11] G. Lewis and F. Monasa, 1981. Large deflections of cantilever beams of non-linear materials. *Comp. and Struct.*, 14 : 357–360.
- [12] Kyungwoo Lee, 2002. Large deflections of cantilever beams of nonlinear elastic material under a combined loading. *Int. J. Non-linear Mech.*, 37 : 439–443.
- [13] มงคล นามลักษณ์ และ คณะ, 2548. การโก่งตัวมากของคานยื่นที่ทำด้วยวัสดุยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นภายใต้แรงกระทำแบบติดตามการเสียรูปที่ปลายคาน. *การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 10*, 1 : 53–58.
- [14] นฤพนธ์ ศิลากากุล และ สมชาย ชูชีพสกุล, 2548. การแอ่นตัวมากของคานที่ทำจากวัสดุแบบไม่เชิงเส้น. *วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี*.
- [15] M. Brojan et al., 2007. Buckling and post-buckling of a nonlinearly elastic column. *Math Mech*, 87 : 518–527.
- [16] C. Athisakul, B. Phungpaingam, G. Juntarakong and S. Chucheeprakul, 2012. Effect of Material Nonlinearity on Large Deflection of Variable-Arc-Length Beams Subjected to Uniform Self-Weight. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012 : 1–9.
- [17] E. Solano-Carrillo, 2009. Semi-exact solutions for large deflections of cantilever beams of non-linear elastic behaviour. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44 : 253–256.
- [18] M. Sathyamoorthy, 1998. *Nonlinear Analysis of Structures*. BocaRaton : CRC Press.
- [19] S.P. Timoshenko and J.M. Gere, 1961. *Theory of Elastic Stability*. NewYork : McGraw-Hill.
- [20] B. Phungpaingam, C. Athisakul and S. Chucheeprakul, 2011. Alternative Model for Postbuckling Analysis of A Nonlinearly Elastic Column. *16th National Convention on Civil Engineering*. STR0038.



NCCE 17

การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 17
17th National Convention on Civil Engineering



ประกาศนียบัตรรับรองการนำเสนอบทความ

ประกาศนียบัตรฉบับนี้ให้เพื่อแสดงว่า

สทริถ โพรินอก, บุญชัย ผึ้งไผ่งาม

ได้เข้าร่วมและนำเสนอบทความ

การโก่งตัวของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบคดวิกภายใต้แรงยั้งที่ปลายจากเคเบิล

LARGE DEFLECTIONS OF CANTILEVER COLUMN MADE FROM LUDWICK'S MATERIAL
UNDER TENSION FROM GUYED CABLE

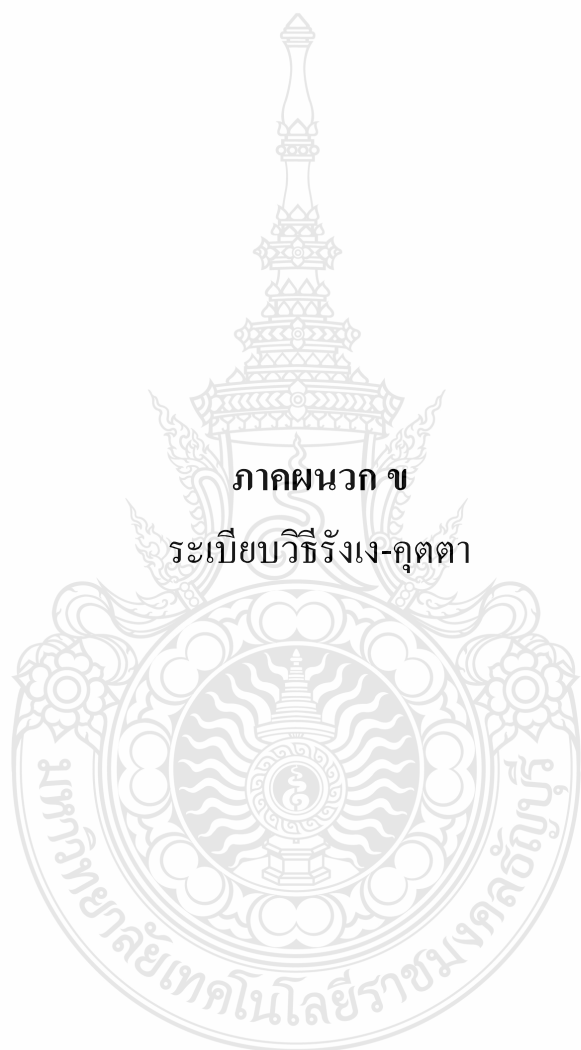
ในงานการประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 17

ระหว่างวันที่ 9-11 พฤษภาคม พ.ศ. 2555 ณ โรงแรมเซ็นทาราคอนเวนชันเซ็นเตอร์ อุตรธานี

(นายสุวัฒน์ เขาว์ริษา)

นายกวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

(รองศาสตราจารย์วุฒิชัย กบิลกาญจน์)
อธิการบดีมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ระเบียบวิธีรุงเง-คุดตา (Runge-Kutta method) จัดได้ว่าเป็นระเบียบวิธีที่ได้รับความนิยมและใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะในการคำนวณที่ต้องหาผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง รวมถึงในการคำนวณหาผลลัพธ์ในงานวิจัยนี้ด้วย โดยแนวความคิดที่ใช้ในระเบียบวิธีรุงเง-คุดตานี้คือ การหาค่าความชันที่มีความเที่ยงตรงสูงเพื่อก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงตามมา สมการหลักที่ใช้ในการคำนวณผลลัพธ์ในระเบียบวิธีรุงเง-คุดตานี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบตามสมการ ข.1

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (\text{ข.1})$$

โดยที่ เรียกว่า $\phi(x_i, y_i, h)$ ฟังก์ชันส่วนเพิ่ม (Increment function) ซึ่งมีความหมายถึงความชันเฉลี่ยตลอดขนาดช่องกว้าง h ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณหาส่วนที่เพิ่มจากผลลัพธ์เดิม ฟังก์ชันส่วนเพิ่มนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$\phi = a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + \dots + a_nk_n \quad (\text{ข.2})$$

โดย $a_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ เป็นค่าคงที่ และ

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{ข.3ก})$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1h) \quad (\text{ข.3ข})$$

$$k_3 = f(x_i + p_2h, y_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h) \quad (\text{ข.3ค})$$

⋮

$$k_n = f(x_i + p_{n-1}h, y_i + q_{n-1,1}k_1h + q_{n-1,2}k_2h + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}h) \quad (\text{ข.3น})$$

โดยตัวห้อย n บ่งบอกถึงอันดับที่ของระเบียบวิธีรุงเง-คุดตาที่เลือกใช้ เช่น เมื่อ $n=1$ จะเรียกว่าเป็นระเบียบวิธีรุงเง-คุดตาอันดับที่หนึ่ง ในทำนองเดียวกัน เมื่อเลือกใช้ $n=2$ จะเรียกว่าเป็นระเบียบวิธีรุงเง-คุดตาอันดับที่สอง เป็นต้น ค่า $k_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ ในสมการ (ข.3) ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่กำหนดมาให้ ส่วนค่า p และ q ต่างๆ นั้นเป็นค่าคงที่ หากพิจารณาสมการ (ข.3) พบว่าจำเป็นต้องรู้ค่า k_1 ก่อนทำการคำนวณค่า k_2 และต้องรู้ค่า k_2 ก่อนทำการคำนวณค่า k_3 เช่นนี้เรื่อยไป สำหรับรายละเอียดของระเบียบวิธีรุงเง-คุดตา สามารถศึกษาได้จาก [25]



ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้นจำนวน n สมการ และ n ตัวแปร คือ x_1, x_2, \dots, x_n มีรูปแบบสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{ค.1})$$

โดยการใช้ทฤษฎีการกระจายอนุกรมของเทเลอร์ (Taylor Series) กับฟังก์ชันไร้เชิงเส้นจำนวน n สมการสามารถจัดรูปได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \quad (\text{ค.2})$$

จากสมการ (ค.2) สามารถจัดรูปแบบสมการได้อีกแบบหนึ่งคือ

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \Delta x_j = -F_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{ค.3})$$

หรืออีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$[J][\Delta x] = -[F] \quad (\text{ค.4})$$

โดยที่เมตริกซ์ J คือ ยาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian Matrix) มีค่าตามสมการต่อไปนี้

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \quad \text{เมื่อ } i \text{ และ } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{ค.5})$$

จากสมการ (ค.2) ถึง (ค.4) เป็นสมการที่มีเป้าหมายในการหาค่าของ Δx_j เพื่อเป็นค่าปรับแก้ของค่าเดิม x_{old} โดยมีขั้นตอนในการหาค่าปรับแก้ Δx_j ดังต่อไปนี้

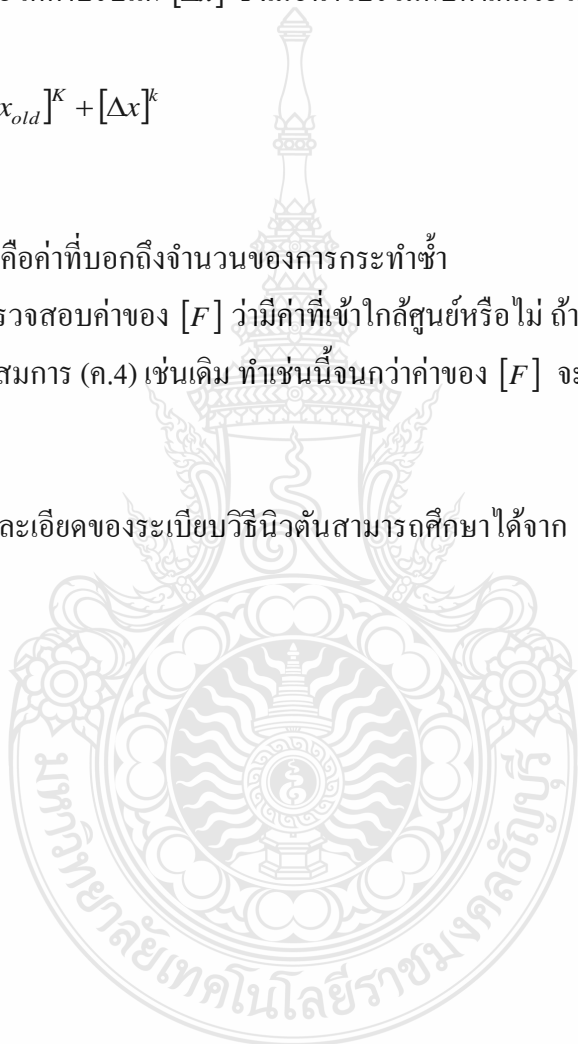
1. สมมติค่าเริ่มต้นของตัวแปร x_1, x_2, \dots, x_n
2. ทำการหาค่าของ F_1, F_2, \dots, F_n และค่าของ J_{ij} จากสมการ (ค.5)
3. ทำการหาค่าของ $[\Delta x]$ โดยใช้กระบวนการกำจัดแบบเกาส์ โดยใช้สมการ (ค.4)
4. จากขั้นตอนที่ 3 จะได้ค่าปรับแก้ $[\Delta x]$ ซึ่งเมื่อนำไปรวมกับค่าเดิมจะได้ค่าใหม่ ดังสมการต่อไปนี้

$$[x_{new}]^{K+1} = [x_{old}]^K + [\Delta x]^k \quad (\text{ค.6})$$

โดยที่ค่า k คือค่าที่บอกถึงจำนวนของการกระทำซ้ำ

5. จากนั้นให้ทำการตรวจสอบค่าของ $[F]$ ว่ามีค่าที่เข้าใกล้ศูนย์หรือไม่ ถ้ายังไม่เข้าใกล้ศูนย์ให้หาค่าปรับแก้ใหม่โดยอาศัยสมการ (ค.4) เช่นเดิม ทำเช่นนี้จนกว่าค่าของ $[F]$ จะมีค่าที่เข้าใกล้ศูนย์จึงจะหยุดกระบวนการได้

สำหรับรายละเอียดของระเบียบวิธีนิวตันสามารถศึกษาได้จาก [24] นอกจากนี้ยังสามารถศึกษาได้จาก [25]





รูปแบบที่ 1 เป็นการกำหนดค่า \bar{h}_a และ n แล้วสมมุติค่าเริ่มต้น \bar{u} เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณ โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการได้แก่ \bar{T} α θ_0 \bar{x} และ \bar{y} ตลอดความยาวของเสา

```
function r=score_free(v)

global cetao alpha T ha fig u

r=zeros(3,1);

T=v(1);alpha=v(2);cetao=v(3);

[x y]=ode78('odes_free',[0 1],[cetao 0 0 ],0,1.0e-17);

lastrow=size(y,1);

ceta=y(lastrow,1); xp=y(lastrow,2); yp=y(lastrow,3);

xreal=real(y(:,2));yreal=real(y(:,3));

if (fig==1)

figure(1)

title('Equilibrium configuration of the elastica');

xlabel('x-axis');

ylabel('y-axis');

hold on

axis on

grid on
```

```
axis equal

plot(xreal(:),yreal(:))

hold off

end

r(1)=ceta;

r(2)=xp+u-1;

r(3)=yp-ha+xp*tan(alpha);

end

function freeval_u

clear

format long

global ha n fig u

int fig

dv=0.00001;

ha=input('ha= ');

u=input('u= ');

n=input('Material Index,n= ');

v(1)=input('Cable Tension,T= ');
```



```

v(2)=input('alpha= ');

v(3)=input('cetao= ');

lim=input('limitation= ');

disp('input the increment step forward input positive values, step backward input negative values');

inc=input('increment= ');

fig=input('Do you want to plot a graph? (yes=1)');

fid=fopen('output.txt','wt');

fprintf(fid,'u          T          alpha          cetao \n');

while (u<lim)

%while (u>lim) %step backward

v0=[v(1) v(2) v(3)];

options=optimset(optimset('fsolve'),'MaxFunEvals',400,'TolFun',1e-15,'ToIX',1.0e-15);

[v fval]=fsolve('score_freeu',v0,options)

test=max(abs(fval));

while (test>=1e-9&&j<=25)

options=optimset(optimset('fsolve'),'MaxFunEvals',400,'TolFun',1e-15,'ToIX',1.0e-15);

v(1)=v(1)+dv;v(2)=v(2)+dv;v(3)=v(3)+dv;

[v fval]=fsolve('score_freeu',v0,options)

```

```
test=max(abs(fval));

end

if (test>1e-9&& j>25)

error('results not converge, try again');

end

if(imag(v(1))<10^-7)

ten=real(v(1));

end

if(imag(v(2))<10^-7)

alp=real(v(2));

end

if(imag(v(3))<10^-7)

cet=real(v(3));

end

fprintf(fid,'%15.11f      %15.11f      %15.11f      %15.11f\n',u,ten,alp,cet,test);

u=u+inc;

end
```



```

fclose(fid)

end

function dydx=odes_free(x,y)

global T alpha n

dydx=zeros(3,1);

dydx(1)=-((T^n)*((y(3)*cos(alpha))+(y(2)*sin(alpha))))^n;

dydx(2)=cos(y(1));

dydx(3)=sin(y(1));

end

```

รูปแบบที่ 2 เป็นการกำหนดค่า \bar{h}_a และ n แล้วสมมุติค่าเริ่มต้น θ_0 เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณ โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าตัวแปรตามที่ต้องการได้แก่ \bar{T} α \bar{u} \bar{x} และ \bar{y} ตลอดความยาวของเสา

```

function r=score_freetheta(v)

global u alpha T ha fig theta0

r=zeros(3,1);

T=v(1);alpha=v(2);u=v(3);

[x y]=ode78('odes_free',[0 1],[theta0 0 0 ],0,1,0e-17);

lastrow=size(y,1);

ceta=y(lastrow,1); xp=y(lastrow,2); yp=y(lastrow,3);

```

```
xreal=real(y(:,2));yreal=real(y(:,3));
```

```
if (fig==1)
```

```
figure(1)
```

```
title('Equilibrium configuration of the elastica');
```

```
xlabel('x-axis');
```

```
ylabel('y-axis');
```

```
hold on
```

```
axis on
```

```
grid on
```

```
axis equal
```

```
plot(xreal(:),yreal(:))
```

```
hold off
```

```
end
```

```
r(1)=ceta;
```

```
r(2)=xp+u-1;
```

```
r(3)=yp-ha+xp*tan(alpha);
```

```
end
```

```
function freeval_theta
```



```

clear

format long

global ha n fig theta0

int fig

dv=0.00001;

ha=input('ha= ');

theta0=input('theta0= ');

n=input('Material Index,n= ');

v(1)=input('Cable Tension,T= ');

v(2)=input('alpha= ');

v(3)=input('u= ');

lim=input('limitation= ');

disp('input the increment step forward input positive values, step backward input negative values');

inc=input('increment= ');

fig=input('Do you want to plot a graph? (yes=1)');

fid=fopen('output.txt','wt');

fprintf(fid,'theta0          T          alpha          u \n');

while (theta0<lim)

```



```

%while (theta0>lim) %step backward

v0=[v(1) v(2) v(3)];

options=optimset(optimset('fsolve'),'MaxFunEvals',400,'TolFun',1e-15,'TolX',1.0e-15);

[v fval]=fsolve('score_freetheta',v0,options)

test=max(abs(fval));

while (test>=1e-9&&j<=25)

options=optimset(optimset('fsolve'),'MaxFunEvals',400,'TolFun',1e-15,'TolX',1.0e-15);

v(1)=v(1)+dv;v(2)=v(2)+dv;v(3)=v(3)+dv;

[v fval]=fsolve('score_freetheta',v0,options)

test=max(abs(fval));

end

if (test>1e-9&&j>25)

error('results not converge, try again');

end

if (imag(v(1))<10^-7)

ten=real(v(1));

end

if (imag(v(2))<10^-7)

```

```

alp=real(v(2));

end

if (imag(v(3))<10^-7)

short=real(v(3));

end

fprintf(fid,'%15.11f    %15.11f    %15.11f    %15.11f
%15.11fn',theta0,ten,alp,short,test);

theta0=theta0+inc

end

fclose(fid)

end

function dydx=odes_free(x,y)

global T alpha n

dydx=zeros(3,1);

dydx(1)=-((T^n)*((y(3)*cos(alpha))+(y(2)*sin(alpha))))^n;

dydx(2)=cos(y(1));

dydx(3)=sin(y(1));

end

```



ภาคผนวก จ

ผลการคำนวณเชิงตัวเลข

ตารางที่ จ.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 0.5$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เวเดียน	องศา	เวเดียน	องศา
0.00	0.10	-0.359753	0.679042	8.932585	0.760540	43.575712	-0.380270	-21.787856
	0.20	-0.487424	0.995528	13.095865	1.094429	62.706185	-0.547215	-31.353092
	0.30	-0.569460	1.267836	16.677988	1.365854	78.257696	-0.682927	-39.128848
	0.40	-0.623922	1.527910	20.099187	1.609883	92.239475	-0.804941	-46.119738
	0.50	-0.657438	1.791045	23.560641	1.841183	105.492001	-0.920591	-52.746000
	0.60	-0.672788	2.069176	27.219368	2.068802	118.533604	-1.034401	-59.266802
	0.70	-0.670690	2.375611	31.250427	2.300379	131.801996	-1.150189	-65.900998
	0.80	-0.650086	2.729696	35.908296	2.544669	145.798793	-1.272334	-72.899397
	0.90	-0.607354	3.166714	41.657137	2.815223	161.300415	-1.407612	-80.650207
	0.98	-0.547581	3.656635	48.101890	3.083170	176.652651	-1.541585	-88.326326
0.10	0.10	-0.375402	0.374260	4.923270	0.718416	41.162218	-0.296954	-17.014236
	0.20	-0.506678	0.644778	8.481849	1.044267	59.832097	-0.470303	-26.946389
	0.30	-0.590877	0.895739	11.783173	1.311108	75.120940	-0.611566	-35.040150
	0.40	-0.646744	1.146826	15.086134	1.552277	88.938941	-0.738990	-42.341028
	0.50	-0.681078	1.410351	18.552733	1.782026	102.102543	-0.860255	-49.289004
	0.60	-0.696635	1.698446	22.342529	2.009457	115.133396	-0.980195	-56.161039
	0.70	-0.693919	2.027274	26.668155	2.242719	128.498326	-1.103062	-63.200790
	0.80	-0.671304	2.423792	31.884228	2.491965	142.779051	-1.234054	-70.706066
	0.90	-0.623492	2.944781	38.737679	2.774937	158.992172	-1.382045	-79.185365
	0.99	-0.545146	3.660270	48.149717	3.097164	177.454405	-1.548336	-88.713094
0.20	0.10	-0.379766	0.254885	3.352932	0.703329	40.297802	-0.197145	-11.295589
	0.20	-0.513886	0.468703	6.165643	1.020854	58.490636	-0.373901	-21.422958
	0.30	-0.600498	0.679450	8.937951	1.281155	73.404775	-0.519682	-29.775580
	0.40	-0.658549	0.899625	11.834290	1.516746	86.903146	-0.652558	-37.388799
	0.50	-0.694897	1.139370	14.988064	1.741628	99.787943	-0.780269	-44.706139
	0.60	-0.712274	1.410822	18.558928	1.964936	112.582561	-0.907853	-52.016161
	0.70	-0.711042	1.732348	22.788503	2.195182	125.774685	-1.039964	-59.585555
	0.80	-0.689131	2.137634	28.119915	2.443667	140.011834	-1.182651	-67.760935
	0.90	-0.639649	2.705914	35.595452	2.732247	156.546243	-1.347147	-77.185840
	0.99	-0.549386	3.604480	47.415808	3.086353	176.834982	-1.542182	-88.360547

ตารางที่ จ.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.30$ ถึง 0.50 เพิ่มขึ้น ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 0.5$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.30	0.10	-0.381853	0.192559	2.533057	0.695496	39.849012	-0.090699	-5.196651
	0.20	-0.517784	0.364123	4.789919	1.006996	57.696603	-0.265789	-15.228572
	0.30	-0.606209	0.538402	7.082507	1.261643	72.286796	-0.412361	-23.626547
	0.40	-0.666161	0.724988	9.536985	1.491623	85.463720	-0.547935	-31.394391
	0.50	-0.704545	0.933022	12.273616	1.710804	98.021827	-0.680259	-38.975956
	0.60	-0.724113	1.174709	15.452932	1.928303	110.483614	-0.814650	-46.675990
	0.70	-0.725196	1.469945	19.336666	2.152817	123.347336	-0.956351	-54.794874
	0.80	-0.705495	1.857686	24.437276	2.396429	137.305279	-1.112584	-63.746374
	0.90	-0.656905	2.437877	32.069516	2.684514	153.811344	-1.297615	-74.347855
	0.99	-0.555987	3.515691	46.247816	3.069253	175.855219	-1.531752	-87.762911
0.40	0.10	-0.383074	0.155495	2.045489	0.690714	39.574979	0.018804	1.077399
	0.20	-0.520223	0.297184	3.909369	0.997850	57.172582	-0.149162	-8.546351
	0.30	-0.609997	0.442433	5.820073	1.247913	71.500176	-0.291453	-16.699022
	0.40	-0.671504	0.598967	7.879222	1.472849	84.388049	-0.424937	-24.347073
	0.50	-0.711727	0.774711	10.191081	1.686324	96.619223	-0.557487	-31.941655
	0.60	-0.733517	0.980899	12.903425	1.897258	108.704854	-0.695009	-39.821060
	0.70	-0.737317	1.236918	16.271268	2.114180	121.133614	-0.843885	-48.351046
	0.80	-0.720914	1.583230	20.826899	2.349269	134.603214	-1.013478	-58.067999
	0.90	-0.675754	2.133052	28.059642	2.629884	150.681265	-1.222904	-70.067210
	0.99	-0.567556	3.356073	44.148099	3.038688	174.103976	-1.511185	-86.584543
0.50	0.10	-0.383874	0.131770	1.733393	0.687494	39.390530	0.128320	7.352173
	0.20	-0.521890	0.252584	3.322670	0.991373	56.801488	-0.027356	-1.567360
	0.30	-0.612690	0.376102	4.947507	1.237742	70.917408	-0.159617	-9.145362
	0.40	-0.675460	0.508368	6.687427	1.458295	83.554123	-0.284500	-16.300669
	0.50	-0.717289	0.655534	8.623344	1.666392	95.477210	-0.409955	-23.488713
	0.60	-0.741192	0.826400	10.871031	1.870525	107.173214	-0.542607	-31.089102
	0.70	-0.747880	1.036678	13.637172	2.078579	119.093812	-0.690554	-39.565806
	0.80	-0.735600	1.321323	17.381594	2.301756	131.880927	-0.866944	-49.672245
	0.90	-0.696545	1.788718	23.530032	2.566417	147.044854	-1.100142	-63.033507
	0.99	-0.590580	3.026865	39.817467	2.975940	170.508824	-1.460842	-83.700083

ตารางที่ จ.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.60$ ถึง 0.80 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 0.5$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.60	0.1	-0.384439	0.115891	1.524506	0.685181	39.258008	0.235084	13.469329
	0.2	-0.523101	0.222288	2.924129	0.986551	56.525208	0.095830	5.490643
	0.3	-0.614701	0.330415	4.346503	1.229914	70.468905	-0.020998	-1.203108
	0.4	-0.678503	0.444896	5.852473	1.446694	82.889468	-0.130099	-7.454132
	0.5	-0.721719	0.570005	7.498243	1.649861	94.530090	-0.238794	-13.681871
	0.6	-0.747574	0.711342	9.357476	1.847265	105.840468	-0.353442	-20.250732
	0.7	-0.757176	0.878331	11.554165	2.045620	117.205403	-0.482600	-27.650948
	0.8	-0.749633	1.091809	14.362412	2.253742	129.129928	-0.642326	-36.802585
	0.9	-0.719489	1.422130	18.707676	2.492011	142.781714	-0.873959	-50.074138
	0.99	-0.636517	2.337633	30.750841	2.843398	162.914699	-1.303507	-74.685450
0.70	0.1	-0.384858	0.104959	1.380709	0.683440	39.158231	0.336816	19.298107
	0.2	-0.524019	0.201598	2.651960	0.982824	56.311671	0.216528	12.406123
	0.3	-0.616258	0.299577	3.940845	1.223710	70.113398	0.119066	6.821987
	0.4	-0.680913	0.402660	5.296863	1.437242	82.347915	0.031800	1.822019
	0.5	-0.725326	0.513949	6.760842	1.635948	93.732901	-0.050609	-2.899679
	0.6	-0.752955	0.636865	8.377755	1.826866	104.671694	-0.131622	-7.541408
	0.7	-0.765405	0.775838	10.205913	2.015053	115.454048	-0.214656	-12.298896
	0.8	-0.763013	0.937423	12.331510	2.205288	126.353689	-0.305219	-17.487781
	0.9	-0.744549	1.133700	14.913467	2.404587	137.772681	-0.419094	-24.012346
	0.99	-0.707298	1.385652	18.227823	2.615393	149.850987	-0.630423	-36.120586
0.80	0.1	-0.385182	0.097296	1.279899	0.682082	39.080416	0.431889	24.745421
	0.2	-0.524739	0.187539	2.467016	0.979859	56.141763	0.331388	18.987117
	0.3	-0.617498	0.279533	3.677172	1.218674	69.824880	0.255040	14.612724
	0.4	-0.682868	0.376939	4.958514	1.429400	81.898593	0.192795	11.046343
	0.5	-0.728315	0.483090	6.354900	1.624090	93.053523	0.142399	8.158865
	0.6	-0.757545	0.602289	7.922928	1.808862	103.640183	0.105742	6.058583
	0.7	-0.772715	0.741940	9.759984	1.986701	113.829566	0.090702	5.196833
	0.8	-0.775692	0.920829	12.113215	2.156639	123.566316	0.120947	6.929736
	0.9	-0.771255	1.231300	16.197373	2.302684	131.934090	0.279906	16.037405
	0.99	-0.790217	2.679622	35.249593	2.287086	131.040373	0.774450	44.372696

ตารางที่ จ.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 1.50$ เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 0.5$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.50	0.10	-0.386297	0.080025	1.052706	0.677307	38.806814	0.891127	51.057801
	0.20	-0.527297	0.164558	2.164705	0.969009	55.520136	0.882515	50.564405
	0.30	-0.622039	0.265127	3.487665	1.199488	68.725598	0.897702	51.434563
	0.40	-0.690287	0.396260	5.212683	1.398079	80.104050	0.933078	53.461427
	0.50	-0.740178	0.586701	7.717864	1.573826	90.173572	0.988783	56.653114
	0.60	-0.776873	0.905434	11.910697	1.726065	98.896256	1.065535	61.050683
	0.70	-0.806122	1.560328	20.525625	1.839688	105.406336	1.162715	66.618643
	0.80	-0.839420	3.464650	45.576398	1.857551	106.429840	1.276806	73.155572
	0.83	-0.853229	4.975413	65.450013	1.825304	104.582192	1.316279	75.417246



ตารางที่ จ.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
 ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (ก.ก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.00	0.10	-0.350360	0.763358	10.041731	0.742481	42.541000	-0.371240	-21.270500
	0.20	-0.473540	0.777756	10.231132	1.068913	61.244219	-0.534457	-30.622109
	0.30	-0.551590	0.793753	10.441569	1.334737	76.474776	-0.667368	-38.237388
	0.40	-0.602100	0.811741	10.678203	1.574286	90.199959	-0.787143	-45.099979
	0.50	-0.631430	0.832282	10.948408	1.802079	103.251493	-0.901039	-51.625746
	0.60	-0.642070	0.856218	11.263279	2.027299	116.155682	-1.013650	-58.077841
	0.70	-0.634350	0.884913	11.640750	2.258088	129.378924	-1.129044	-64.689462
	0.80	-0.606450	0.920811	12.112983	2.504483	143.496290	-1.252241	-71.748145
	0.90	-0.552920	0.969105	12.748271	2.783743	159.496751	-1.391872	-79.748376
	0.99	-0.469670	1.035256	13.618475	3.099016	177.560514	-1.549508	-88.780257
0.10	0.10	-0.376430	0.469435	6.175272	0.680564	38.993435	-0.298001	-17.074176
	0.20	-0.504610	0.555080	7.301907	0.997287	57.140323	-0.468243	-26.828323
	0.30	-0.585210	0.611112	8.038994	1.258383	72.100010	-0.606122	-34.728215
	0.40	-0.637070	0.657270	8.646185	1.495514	85.686662	-0.730109	-41.832136
	0.50	-0.666850	0.700247	9.211530	1.722522	98.693250	-0.847978	-48.585566
	0.60	-0.677080	0.743792	9.784352	1.948569	111.644793	-0.964689	-55.272617
	0.70	-0.667850	0.791217	10.408214	2.182314	125.037408	-1.084757	-62.152005
	0.80	-0.636640	0.847045	11.142618	2.435349	139.535230	-1.214054	-69.560163
	0.90	-0.575880	0.920511	12.109041	2.729960	156.415213	-1.363672	-78.132673
	0.99	-0.474100	1.027264	13.513337	3.088192	176.940364	-1.544072	-88.468799
0.20	0.10	-0.384480	0.321504	4.229290	0.656734	37.628087	-0.202179	-11.583980
	0.20	-0.518170	0.411131	5.408296	0.959711	54.987381	-0.378530	-21.688195
	0.30	-0.603210	0.475980	6.261368	1.210636	69.364353	-0.522601	-29.942837
	0.40	-0.658810	0.531881	6.996729	1.439708	82.489177	-0.652836	-37.404722
	0.50	-0.691760	0.584992	7.695384	1.660242	95.124885	-0.777095	-44.524252
	0.60	-0.704560	0.639224	8.408794	1.881319	107.791653	-0.900483	-51.593868
	0.70	-0.697080	0.698456	9.187971	2.111950	121.005802	-1.027786	-58.887824
	0.80	-0.666180	0.768516	10.109588	2.365006	135.504842	-1.165523	-66.779535
	0.90	-0.602060	0.862602	11.347264	2.667646	152.844833	-1.327022	-76.032759
	0.99	-0.481210	1.014371	13.343734	3.070839	175.946093	-1.535251	-87.963385

ตารางที่ จ.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.30$ ถึง 0.50 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.30	0.10	-0.388040	0.241408	3.175649	0.645264	36.970912	-0.097516	-5.587269
	0.20	-0.525150	0.319305	4.200360	0.938465	53.770077	-0.274345	-15.718815
	0.30	-0.613670	0.379300	4.989570	1.180186	67.619670	-0.421272	-24.137131
	0.40	-0.672840	0.433503	5.702601	1.400333	80.233162	-0.556010	-31.857030
	0.50	-0.709490	0.487052	6.407020	1.612143	92.368976	-0.686206	-39.316701
	0.60	-0.726060	0.543635	7.151351	1.824771	104.551676	-0.816938	-46.807097
	0.70	-0.722290	0.607395	7.990088	2.047553	117.316169	-0.953117	-54.609578
	0.80	-0.694600	0.685155	9.013005	2.294345	131.456278	-1.101690	-63.122188
	0.90	-0.631420	0.793647	10.440178	2.596213	148.752039	-1.277751	-73.209760
	0.99	-0.493820	0.991255	13.039656	3.040057	174.182416	-1.519248	-87.046522
0.40	0.10	-0.390010	0.193608	2.546849	0.638678	36.593574	0.011104	0.636204
	0.20	-0.529270	0.259204	3.409742	0.925246	53.012708	-0.160209	-9.179281
	0.30	-0.620260	0.310848	4.089109	1.159824	66.453047	-0.304846	-17.466389
	0.40	-0.682300	0.358484	4.715752	1.372092	78.615053	-0.439765	-25.196683
	0.50	-0.722300	0.406655	5.349425	1.575099	90.246504	-0.572576	-32.806216
	0.60	-0.742850	0.459006	6.038082	1.777847	101.863155	-0.708614	-40.600596
	0.70	-0.743750	0.520063	6.841273	1.989611	113.996297	-0.853259	-48.888144
	0.80	-0.721440	0.597718	7.862797	2.224512	127.455150	-1.014209	-58.109907
	0.90	-0.663630	0.711860	9.364291	2.515567	144.131379	-1.208241	-69.227092
	0.99	-0.528360	0.945269	12.434724	2.980089	170.746543	-1.486508	-85.170622
0.50	0.10	-0.391240	0.163082	2.145289	0.634439	36.350677	0.120263	6.890551
	0.20	-0.531960	0.218858	2.879012	0.916353	52.503144	-0.039925	-2.287507
	0.30	-0.624710	0.262620	3.454687	1.145517	65.633275	-0.176302	-10.101361
	0.40	-0.688950	0.302797	3.983194	1.351305	77.424064	-0.305083	-17.479985
	0.50	-0.731770	0.343324	4.516314	1.546382	88.601171	-0.434055	-24.869519
	0.60	-0.755980	0.387530	5.097834	1.739222	99.650077	-0.569281	-32.617408
	0.70	-0.761990	0.439874	5.786403	1.938353	111.059461	-0.717497	-41.109552
	0.80	-0.746230	0.508709	6.691907	2.156854	123.578635	-0.888625	-50.914453
	0.90	-0.697960	0.616011	8.103430	2.426346	139.019361	-1.103028	-63.198846
	0.99	-0.564370	0.854528	11.241045	2.866795	164.255247	-1.416685	-81.170050

ตารางที่ จ.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.60$ ถึง 0.80 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.60	0.10	-0.392080	0.142706	1.877258	0.631492	36.181813	0.227037	13.008270
	0.20	-0.533830	0.191356	2.517230	0.910002	52.139272	0.082527	4.728424
	0.30	-0.627880	0.228987	3.012254	1.135016	65.031648	-0.039808	-2.280802
	0.40	-0.693820	0.262835	3.457519	1.335575	76.522793	-0.155110	-8.887126
	0.50	-0.738920	0.296100	3.895106	1.523846	87.309928	-0.271008	-15.527601
	0.60	-0.766320	0.331303	4.358193	1.707502	97.832640	-0.394059	-22.577940
	0.70	-0.776810	0.371772	4.890540	1.893679	108.499843	-0.532574	-30.514237
	0.80	-0.768590	0.424159	5.579674	2.092788	119.907906	-0.700390	-40.129383
	0.90	-0.733290	0.508009	6.682700	2.330196	133.510413	-0.927063	-53.116796
	0.99	-0.632680	0.704774	9.271080	2.694344	154.374559	-1.273840	-72.985655
0.70	0.10	-0.392690	0.128707	1.693095	0.629328	36.057817	0.329039	18.852532
	0.20	-0.535200	0.172510	2.269312	0.905256	51.867369	0.203153	11.639799
	0.30	-0.630250	0.206002	2.709890	1.127027	64.573888	0.099322	5.690730
	0.40	-0.697510	0.235536	3.098407	1.323356	75.822740	0.004152	0.237910
	0.50	-0.744450	0.263664	3.468418	1.505893	86.281334	-0.088673	-5.080578
	0.60	-0.774550	0.291995	3.841104	1.681390	96.336543	-0.184251	-10.556828
	0.70	-0.789240	0.322111	4.237270	1.855181	106.294039	-0.289141	-16.566581
	0.80	-0.788300	0.356611	4.691105	2.033595	116.516433	-0.415745	-23.820423
	0.90	-0.768050	0.403328	5.305654	2.230078	127.774078	-0.597520	-34.235398
	0.99	-0.713320	0.500354	6.581999	2.478496	142.007383	-0.926793	-53.101333
0.80	0.10	-0.393160	0.118899	1.564086	0.627673	35.962990	0.424555	24.325182
	0.20	-0.536260	0.159637	2.099969	0.901583	51.656897	0.318459	18.246332
	0.30	-0.632070	0.190802	2.509942	1.120765	64.215110	0.235451	13.490355
	0.40	-0.700380	0.218231	2.870759	1.313643	75.266198	0.164525	9.426577
	0.50	-0.748820	0.244217	3.212595	1.491369	85.449174	0.101998	5.844069
	0.60	-0.781160	0.270110	3.553209	1.659772	95.097934	0.047061	2.696402
	0.70	-0.799510	0.297038	3.907442	1.822240	104.406642	0.001629	0.093330
	0.80	-0.805290	0.326476	4.294686	1.980210	113.457658	-0.026430	-1.514348
	0.90	-0.800580	0.362517	4.768793	2.130422	122.064161	-0.005758	-0.329936
	0.99	-0.797710	0.436592	5.743234	2.227764	127.641493	0.224644	12.871146

ตารางที่ จ.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.90$ ถึง 1.10 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.90	0.10	-0.393520	0.111939	1.472521	0.626367	35.888164	0.512582	29.368777
	0.20	-0.537090	0.150937	1.985534	0.898659	51.489355	0.425879	24.401081
	0.30	-0.633520	0.181246	2.384232	1.115736	63.926957	0.363750	20.841364
	0.40	-0.702680	0.208544	2.743328	1.305763	74.814695	0.317722	18.204155
	0.50	-0.752340	0.235415	3.096808	1.479442	84.765803	0.287150	16.452498
	0.60	-0.786550	0.264129	3.474533	1.641737	94.064601	0.276363	15.834456
	0.70	-0.808010	0.298517	3.926894	1.794143	102.796803	0.297534	17.047440
	0.80	-0.819690	0.349905	4.602894	1.933078	110.757207	0.381853	21.878572
	0.90	-0.829260	0.478529	6.294898	2.036705	116.694627	0.615704	35.277225
	0.99	-0.878250	1.523959	20.047200	1.951953	111.838646	1.139904	65.311687
1.00	0.10	-0.393810	0.106955	1.406960	0.625310	35.827635	0.592745	33.961805
	0.20	-0.537760	0.145170	1.909671	0.896278	51.352930	0.523940	30.019545
	0.30	-0.634690	0.175714	2.311459	1.111614	63.690776	0.480991	27.558729
	0.40	-0.704550	0.204406	2.688899	1.299257	74.441932	0.457557	26.216061
	0.50	-0.755230	0.234605	3.086152	1.469511	84.196776	0.455245	26.083605
	0.60	-0.791000	0.270592	3.559551	1.626560	93.195047	0.481488	27.587247
	0.70	-0.815070	0.321888	4.234331	1.770175	101.423567	0.552405	31.650491
	0.80	-0.831750	0.420025	5.525297	1.892160	108.412754	0.699401	40.072702
	0.90	-0.853100	0.739335	9.725727	1.954057	111.959205	0.973130	55.756217
	0.99	-0.939080	6.734089	88.584850	1.733180	99.303881	1.408110	80.678783
1.10	0.10	-0.394060	0.103368	1.359768	0.624438	35.777673	0.665145	38.110023
	0.20	-0.538310	0.141465	1.860931	0.894302	51.239750	0.612144	35.073254
	0.30	-0.635660	0.172995	2.275695	1.108177	63.493858	0.585697	33.557939
	0.40	-0.706110	0.204117	2.685097	1.293803	74.129474	0.580922	33.284381
	0.50	-0.757630	0.239266	3.147474	1.461136	83.716936	0.600408	34.400866
	0.60	-0.794710	0.285369	3.753937	1.613675	92.456765	0.651909	37.351617
	0.70	-0.820990	0.359170	4.724765	1.749678	100.249186	0.749170	42.924280
	0.80	-0.841780	0.517273	6.804569	1.857038	106.400458	0.911769	52.240509
	0.90	-0.871980	1.088012	14.312457	1.885444	108.027957	1.157499	66.319801
	0.98	-0.946260	8.524576	112.138148	1.700067	97.406639	1.441435	82.588138

ตารางที่ จ.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 1.20$ ถึง 1.40 เพิ่มขึ้น
 ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.20	0.10	-0.394260	0.100780	1.325726	0.623706	35.735740	0.730196	41.837135
	0.20	-0.538770	0.139209	1.831247	0.892638	51.144373	0.690713	39.574948
	0.30	-0.636480	0.172203	2.265277	1.105269	63.327276	0.677802	38.835205
	0.40	-0.707420	0.206370	2.714737	1.289172	73.864094	0.687400	39.385112
	0.50	-0.759660	0.247352	3.253835	1.453993	83.307668	0.722040	41.369867
	0.60	-0.797850	0.304929	4.011247	1.602638	91.824417	0.788081	45.153715
	0.70	-0.825970	0.403501	5.307929	1.732076	99.240660	0.894792	51.267818
	0.80	-0.836120	0.626688	8.243886	1.827081	104.684031	1.051491	60.245975
	0.90	-0.886510	1.489242	19.590522	1.830968	104.906764	1.262008	72.307748
	0.97	-0.946700	8.529979	112.209222	1.688595	96.749358	1.452908	83.245475
1.30	0.10	-0.394430	0.098915	1.301202	0.623083	35.700049	0.788484	45.176822
	0.20	-0.539170	0.137968	1.814928	0.891216	51.062928	0.760311	43.562612
	0.30	-0.637170	0.172704	2.271861	1.102779	63.184592	0.758130	43.437629
	0.40	-0.708530	0.210220	2.765374	1.285192	73.636094	0.778239	44.589783
	0.50	-0.761390	0.257379	3.385740	1.447838	82.955002	0.822558	47.129113
	0.60	-0.800520	0.326794	4.298872	1.593106	91.278242	0.895543	51.310858
	0.70	-0.830200	0.450459	5.925651	1.716881	98.370060	1.002494	57.438683
	0.80	-0.857090	0.739869	9.732746	1.801578	103.222819	1.146650	65.698222
	0.90	-0.897600	1.919186	25.246296	1.788729	102.486599	1.327220	76.044118
	0.96	-0.945250	7.968791	104.826970	1.682950	96.425938	1.458515	83.566726
1.40	0.10	-0.394570	0.097580	1.283635	0.622547	35.669304	0.840671	48.166894
	0.20	-0.539500	0.137438	1.807957	0.889988	50.992583	0.821815	47.086509
	0.30	-0.637770	0.174051	2.289582	1.100623	63.061053	0.827931	47.436947
	0.40	-0.709490	0.215010	2.828395	1.281739	73.438223	0.855417	49.011783
	0.50	-0.762880	0.268356	3.530143	1.442485	82.648306	0.905405	51.875865
	0.60	-0.802830	0.349408	4.596353	1.584807	90.802760	0.980609	56.184770
	0.70	-0.833830	0.497532	6.544876	1.703689	97.614215	1.083533	62.081848
	0.80	-0.862920	0.852338	11.212246	1.779839	101.977277	1.214324	69.575648
	0.90	-0.906120	2.360322	31.049296	1.756154	100.620222	1.371020	78.553634
	0.96	-0.952440	10.660408	140.234346	1.659907	95.105656	1.481660	84.892891

ตารางที่ จ.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 1.50$ เพิ่มขึ้น
 ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.50	0.10	-0.394700	0.096634	1.271197	0.622080	35.642546	0.887421	50.845449
	0.20	-0.539800	0.137403	1.807496	0.888918	50.931222	0.876161	50.200345
	0.30	-0.638290	0.175936	2.314380	1.098738	62.953077	0.888577	50.911710
	0.40	-0.710330	0.220304	2.898027	1.278715	73.264966	0.921046	52.772046
	0.50	-0.764180	0.279653	3.678752	1.437791	82.379379	0.973953	55.803405
	0.60	-0.804840	0.371859	4.891689	1.577529	90.385769	1.048659	60.083749
	0.70	-0.836960	0.543377	7.147951	1.692168	96.954103	1.145895	65.654935
	0.80	-0.867830	0.961705	12.650925	1.761244	100.911852	1.264387	72.444066
	0.90	-0.912750	2.800302	36.837107	1.730870	99.171531	1.402128	80.336042
	0.95	-0.948650	9.032017	118.813376	1.661171	95.178088	1.480357	84.818181



ตารางที่ จ.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
 ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 2.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.00	0.1	-0.338328	0.741884	9.759249	0.719154	41.204483	-0.359577	-20.602241
	0.2	-0.529300	0.629872	8.285767	1.035772	59.345387	-0.517886	-29.672693
	0.3	-0.528860	0.575173	7.566226	1.294042	74.143149	-0.647021	-37.071574
	0.4	-0.574468	0.541531	7.123670	1.527326	87.509306	-0.763663	-43.754653
	0.5	-0.598644	0.518895	6.825904	1.749889	100.261279	-0.874945	-50.130640
	0.6	-0.603542	0.503266	6.620311	1.971015	112.930825	-0.985507	-56.465412
	0.7	-0.588961	0.492880	6.483688	2.199359	126.013980	-1.099679	-63.006990
	0.8	-0.552066	0.487211	6.409104	2.446456	140.171600	-1.223228	-70.085800
	0.9	-0.484620	0.487110	6.407785	2.734611	156.681646	-1.367305	-78.340823
	0.99	-0.373833	0.496096	6.525989	3.088106	176.935415	-1.544053	-88.467708
0.10	0.1	-0.376906	0.516128	6.789510	0.639640	36.648649	-0.298481	-17.101725
	0.2	-0.499139	0.496625	6.532944	0.947905	54.310964	-0.462786	-26.515686
	0.3	-0.573721	0.480566	6.321700	1.203264	68.941923	-0.594947	-34.087955
	0.4	-0.619558	0.469231	6.172589	1.435681	82.258489	-0.713670	-40.890274
	0.5	-0.643144	0.461757	6.074275	1.658649	95.033590	-0.826734	-47.368365
	0.6	-0.646714	0.457627	6.019944	1.881372	107.794659	-0.939147	-53.809149
	0.7	-0.629886	0.456810	6.009190	2.112916	121.061148	-1.055631	-60.483208
	0.8	-0.589215	0.459964	6.050680	2.366137	135.569655	-1.182711	-67.764364
	0.9	-0.514334	0.469442	6.175359	2.668117	152.871822	-1.333974	-76.431073
	0.99	-0.381257	0.492779	6.482354	3.070514	175.927493	-1.535257	-87.963728
0.20	0.1	-0.391172	0.358479	4.715680	0.605139	34.671914	-0.209302	-11.992125
	0.2	-0.523601	0.381470	5.018121	0.892763	51.151547	-0.384381	-22.023406
	0.3	-0.605245	0.391690	5.152566	1.134955	65.028135	-0.524776	-30.067477
	0.4	-0.656011	0.398247	5.238814	1.358564	77.839967	-0.649882	-37.235523
	0.5	-0.682934	0.403934	5.313629	1.575605	90.275539	-0.768037	-44.005287
	0.6	-0.688496	0.410151	5.395406	1.794600	102.822997	-0.884672	-50.687997
	0.7	-0.672311	0.418046	5.499265	2.024484	115.994406	-1.004913	-57.577295
	0.8	-0.630517	0.429238	5.646494	2.278804	130.565843	-1.135902	-65.082396
	0.9	-0.550889	0.447531	5.887131	2.588310	148.299228	-1.293166	-74.092948
	0.99	-0.394684	0.486723	6.402691	3.038967	174.119993	-1.519476	-87.059573

ตารางที่ จ.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
 ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 2.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.30	0.10	-0.396681	0.266697	3.5083202	0.5904666	33.831246	-0.1070132	-6.131407
	0.20	-0.535472	0.296855	3.9050351	0.8631773	49.456417	-0.2862559	-16.401255
	0.30	-0.623676	0.316312	4.1609801	1.091236	62.523217	-0.4331128	-24.815533
	0.40	-0.680845	0.332085	4.3684781	1.3019334	74.595289	-0.5655739	-32.404998
	0.50	-0.713736	0.346483	4.5578744	1.5075509	86.376305	-0.691269	-39.606797
	0.60	-0.724577	0.360795	4.7461465	1.7167945	98.365080	-0.8151953	-46.707250
	0.70	-0.712690	0.376238	4.9492909	1.9387983	111.084959	-0.9422186	-53.985150
	0.80	-0.673729	0.394690	5.1920201	2.1875439	125.337031	-1.0794278	-61.846659
	0.90	-0.594062	0.420794	5.535408	2.4957042	142.993319	-1.2429997	-71.218634
	0.99	-0.421330	0.474495	6.241835	2.977319	170.587815	-1.488562	-85.288322
0.40	0.10	-0.399417	0.211703	2.7848922	0.5828392	33.394227	0.0006479	0.037120
	0.20	-0.541786	0.239103	3.1453207	0.8464581	48.498477	-0.1754108	-10.050296
	0.30	-0.634383	0.258571	3.4014174	1.0640858	60.967625	-0.3230991	-18.512215
	0.40	-0.696771	0.275887	3.6292058	1.2631082	72.370771	-0.4593336	-26.317878
	0.50	-0.735670	0.293056	3.8550572	1.456013	83.423400	-0.5912309	-33.875036
	0.60	-0.753170	0.311246	4.0943447	1.6518729	94.645347	-0.7233011	-41.442102
	0.70	-0.748308	0.331564	4.361623	1.8603627	106.590933	-0.8597746	-49.261457
	0.80	-0.716245	0.355763	4.6799554	2.0961258	120.099164	-1.0068783	-57.689879
	0.90	-0.642469	0.388502	5.1106192	2.3924369	137.076537	-1.1796263	-67.587608
	0.99	-0.471256	0.450817	5.9303532	2.86477	164.139228	-1.4313683	-82.011362
0.50	0.10	-0.401024	0.176798	2.3257272	0.5782429	33.130880	0.1095334	6.275800
	0.20	-0.545562	0.199961	2.6304299	0.8360843	47.904100	-0.0568912	-3.259623
	0.30	-0.641002	0.216588	2.849143	1.0465315	59.961840	-0.1987719	-11.388793
	0.40	-0.707101	0.231723	3.0482428	1.2366289	70.853615	-0.3323646	-19.043091
	0.50	-0.750832	0.247333	3.2535944	1.4184542	81.271440	-0.4649778	-26.641267
	0.60	-0.774588	0.264821	3.4836392	1.6006574	91.710912	-0.6015868	-34.468384
	0.70	-0.777702	0.285716	3.7585048	1.7925919	102.707951	-0.7468192	-42.789591
	0.80	-0.755525	0.312286	4.1080193	2.0088064	115.096131	-0.9066919	-51.949619
	0.90	-0.693696	0.349470	4.5971646	2.2819815	130.747908	-1.0942147	-62.693885
	0.99	-0.543753	0.414148	5.4479835	2.7062075	155.054266	-1.3460985	-77.125764

ตารางที่ จ.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
 ครึ่งละ 0.10 เมื่อ $n = 2.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.60	0.10	-0.402074	0.153642	2.021111	0.575189	32.955891	0.216471	12.402896
	0.20	-0.548038	0.173242	2.278939	0.829118	47.504968	0.064861	3.716287
	0.30	-0.645388	0.186887	2.458437	1.034540	59.274773	-0.064750	-3.709892
	0.40	-0.714080	0.198987	2.617607	1.218078	69.790736	-0.187890	-10.765305
	0.50	-0.761398	0.211290	2.779449	1.391170	79.708187	-0.312237	-17.889853
	0.60	-0.790239	0.225157	2.961866	1.561489	89.466731	-0.443936	-25.435688
	0.70	-0.800749	0.242337	3.187869	1.736906	99.517395	-0.589728	-33.788937
	0.80	-0.789574	0.265859	3.497287	1.929774	110.567895	-0.758642	-43.466979
	0.90	-0.744613	0.302233	3.975779	2.169006	124.274897	-0.965798	-55.336163
	0.99	-0.628146	0.365468	4.807612	2.524391	144.636973	-1.229420	-70.440583
0.70	0.10	-0.402813	0.137801	1.812729	0.573018	32.831509	0.318935	18.273621
	0.20	-0.549775	0.154916	2.037872	0.824149	47.220281	0.185620	10.635238
	0.30	-0.648470	0.166366	2.188496	1.025929	58.781409	0.073481	4.210166
	0.40	-0.719012	0.176017	2.315445	1.204612	69.019179	-0.031676	-1.814897
	0.50	-0.768956	0.185262	2.437062	1.371022	78.553752	-0.137047	-7.852237
	0.60	-0.801685	0.195041	2.565704	1.531757	87.763230	-0.248940	-14.263222
	0.70	-0.818285	0.206509	2.716564	1.692684	96.983622	-0.375569	-21.518524
	0.80	-0.817399	0.221956	2.919765	1.862082	106.689434	-0.530803	-30.412750
	0.90	-0.791755	0.247773	3.259381	2.059581	118.005274	-0.742428	-42.537999
	0.99	-0.716894	0.300140	3.948247	2.329768	133.485851	-1.036330	-59.377336
0.80	0.10	-0.403360	0.126733	1.667134	0.571398	32.738677	0.415103	23.783626
	0.20	-0.551056	0.142363	1.872739	0.820439	47.007688	0.301682	17.285093
	0.30	-0.650740	0.152601	2.007420	1.019486	58.412220	0.210082	12.036832
	0.40	-0.722644	0.160937	2.117078	1.194496	68.439581	0.128220	7.346456
	0.50	-0.774533	0.168506	2.216643	1.355785	77.680739	0.050889	2.915739
	0.60	-0.810186	0.175866	2.313464	1.509009	86.459826	-0.025459	-1.458688
	0.70	-0.831507	0.183404	2.412623	1.658101	95.002209	-0.104640	-5.995424
	0.80	-0.839136	0.191537	2.519613	1.806749	103.519120	-0.193238	-11.071722
	0.90	-0.831966	0.201186	2.646536	1.960816	112.346497	-0.309393	-17.726897
	0.99	-0.805564	0.215869	2.839691	2.123029	121.640576	-0.507716	-29.089962

ตารางที่ จ.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 2.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.90	0.10	-0.403781	0.118885	1.563896	0.570143	32.666795	0.503883	28.870353
	0.20	-0.552038	0.133827	1.760450	0.817568	46.843185	0.410270	23.506730
	0.30	-0.652475	0.143740	1.890854	1.014500	58.126559	0.339885	19.473971
	0.40	-0.725412	0.151943	1.998766	1.186665	67.990905	0.283161	16.223927
	0.50	-0.778774	0.159578	2.099196	1.343975	77.004103	0.237861	13.628445
	0.60	-0.816636	0.167330	2.201177	1.491331	85.446969	0.205468	11.772431
	0.70	-0.841535	0.175992	2.315119	1.631072	93.453515	0.192472	11.027835
	0.80	-0.855697	0.187443	2.465760	1.762862	101.004545	0.217995	12.490169
	0.90	-0.863480	0.210950	2.774986	1.878648	107.638610	0.350147	20.061944
	0.99	-0.888156	0.374031	4.920267	1.907857	109.312180	0.869595	49.824111
1.00	0.10	-0.404114	0.113262	1.489932	0.569143	32.609516	0.584831	33.508344
	0.20	-0.552815	0.128103	1.685160	0.815283	46.712258	0.509713	29.204399
	0.30	-0.653841	0.138379	1.820332	1.010536	57.899437	0.459248	26.312994
	0.40	-0.727584	0.147422	1.939289	1.180446	67.634587	0.426197	24.419307
	0.50	-0.782087	0.156663	2.060859	1.334611	76.467561	0.411005	23.548835
	0.60	-0.821644	0.167542	2.203966	1.477344	84.645588	0.419430	24.031579
	0.70	-0.849249	0.182929	2.406375	1.609761	92.232510	0.465648	26.679693
	0.80	-0.868241	0.211989	2.788653	1.728477	99.034416	0.582534	33.376745
	0.90	-0.886597	0.304670	4.007839	1.814996	103.991593	0.848123	48.593850
	0.99	-0.948421	1.729543	22.751597	1.727733	98.991837	1.379294	79.027730
1.10	0.10	-0.404386	0.109206	1.436570	0.568328	32.562814	0.658000	37.700614
	0.20	-0.553443	0.124354	1.635832	0.813422	46.605654	0.599359	34.340755
	0.30	-0.654943	0.135469	1.782057	1.007313	57.714779	0.566325	32.448028
	0.40	-0.729329	0.146029	1.920971	1.175400	67.345440	0.553394	31.707123
	0.50	-0.784735	0.157951	2.077797	1.327033	76.033388	0.562567	32.232688
	0.60	-0.825616	0.173835	2.286749	1.466078	84.000065	0.601240	34.448516
	0.70	-0.855289	0.199643	2.626239	1.592738	91.257159	0.684242	39.204196
	0.80	-0.877813	0.254846	3.352414	1.701501	97.488832	0.837903	48.008305
	0.90	-0.903029	0.445834	5.864809	1.767682	101.280721	1.101017	63.083614
	0.99	-0.973885	5.334603	70.175041	1.645015	94.252405	1.491669	85.466364

ตารางที่ จ.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 2.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.20	0.10	-0.404610	0.106268	1.397920	0.567651	32.524013	0.723774	41.469176
	0.20	-0.553961	0.121989	1.604732	0.811879	46.517213	0.679327	38.922545
	0.30	-0.655850	0.134244	1.765940	1.004643	57.561831	0.660781	37.859966
	0.40	-0.730760	0.146724	1.930111	1.171229	67.106474	0.663710	38.027767
	0.50	-0.786894	0.161921	2.130026	1.320791	75.675768	0.690521	39.563944
	0.60	-0.828829	0.183743	2.417085	1.456850	83.471332	0.748032	42.859074
	0.70	-0.860106	0.221482	2.913532	1.578940	90.466592	0.847662	48.567462
	0.80	-0.885225	0.305397	4.017398	1.680139	96.264894	1.004772	57.569184
	0.90	-0.914720	0.603825	7.943127	1.732850	99.285018	1.233647	70.682793
	0.98	-0.969445	4.109228	54.055613	1.649501	94.509442	1.484266	85.042163
1.30	0.10	-0.404799	0.104138	1.369902	0.567080	32.491270	0.782725	44.846836
	0.20	-0.554397	0.120597	1.586421	0.810578	46.442682	0.750218	42.984332
	0.30	-0.656609	0.134155	1.764765	1.002398	57.433149	0.743284	42.587047
	0.40	-0.731953	0.148748	1.956735	1.167728	66.905883	0.758049	43.433005
	0.50	-0.788685	0.167455	2.202821	1.315570	75.376631	0.796586	45.641043
	0.60	-0.831473	0.195470	2.571343	1.449176	83.031670	0.864136	49.511329
	0.70	-0.864014	0.245289	3.226696	1.567593	89.816457	0.968105	55.468310
	0.80	-0.891065	0.357599	4.704109	1.662999	95.282838	1.115927	63.937890
	0.90	-0.923201	0.764130	10.051895	1.706929	97.799835	1.311383	75.136706
	0.97	-0.966177	3.462439	45.547312	1.649848	94.529326	1.481169	84.864744
1.40	0.10	-0.404960	0.102598	1.349647	0.566591	32.463272	0.835508	47.871087
	0.20	-0.554767	0.119887	1.577075	0.809467	46.379033	0.812884	46.574846
	0.30	-0.657253	0.134816	1.773467	1.000483	57.323431	0.815018	46.697105
	0.40	-0.732962	0.151574	1.993914	1.164750	66.735236	0.838258	48.028642
	0.50	-0.790192	0.173797	2.286243	1.311144	75.123035	0.884020	50.650634
	0.60	-0.833681	0.207875	2.734536	1.442709	82.661116	0.955844	54.765842
	0.70	-0.867235	0.269281	3.542302	1.558133	89.274472	1.057951	60.616117
	0.80	-0.895748	0.408584	5.374798	1.649048	94.483510	1.193201	68.365363
	0.90	-0.929520	0.919879	12.100728	1.687250	96.672302	1.361364	78.000428
	0.97	-0.971014	4.461682	58.692040	1.633861	93.613347	1.500978	85.999683

ตารางที่ จ.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 2.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.50	0.10	-0.405099	0.101493	1.335112	0.566168	32.439057	0.882789	50.580057
	0.20	-0.555086	0.119653	1.573997	0.808507	46.324054	0.868257	49.747470
	0.30	-0.657807	0.135962	1.788541	0.998831	57.228802	0.877340	50.267890
	0.40	-0.733826	0.154849	2.036995	1.162186	66.588376	0.906438	51.935066
	0.50	-0.791477	0.180465	2.373956	1.307348	74.905514	0.956259	54.789622
	0.60	-0.835550	0.220295	2.897912	1.437192	82.345051	1.028906	58.951977
	0.70	-0.869929	0.292548	3.848374	1.550149	88.816968	1.126421	64.539166
	0.80	-0.899568	0.457092	6.012901	1.637532	93.823691	1.249262	71.577428
	0.90	-0.934356	1.067897	14.047849	1.671973	95.796992	1.395815	79.974297
	0.97	-0.974281	5.418508	71.278794	1.623035	92.993033	1.513793	86.733973



ตารางที่ จ.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 3.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กน.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.00	0.10	-0.330942	0.706274	9.290817	0.704734	40.378268	-0.352367	-20.189134
	0.20	-0.444969	0.564204	7.421931	1.015198	58.166589	-0.507599	-29.083294
	0.30	-0.515029	0.496385	6.529791	1.268645	72.687977	-0.634322	-36.343989
	0.40	-0.557735	0.454560	5.979602	1.497816	85.818544	-0.748908	-42.909272
	0.50	-0.578898	0.425739	5.600468	1.716793	98.365008	-0.858397	-49.182504
	0.60	-0.580475	0.404753	5.324395	1.934859	110.859263	-0.967430	-55.429632
	0.70	-0.561967	0.389176	5.119485	2.160890	123.809886	-1.080445	-61.904943
	0.80	-0.519935	0.377912	4.971317	2.407161	137.920162	-1.203580	-68.960081
	0.90	-0.444339	0.370986	4.880203	2.698862	154.633429	-1.349431	-77.316715
	0.99	-0.314311	0.371143	4.882276	3.077983	176.355425	-1.538991	-88.177713
0.10	0.10	-0.376198	0.524633	6.901380	0.618093	35.414134	-0.297763	-17.060544
	0.20	-0.493387	0.465776	6.127132	0.922406	52.849961	-0.457013	-26.184923
	0.30	-0.563782	0.429326	5.647653	1.174214	67.277522	-0.585144	-33.526285
	0.40	-0.605962	0.404683	5.323477	1.403144	80.394223	-0.700574	-40.139934
	0.50	-0.626110	0.387122	5.092470	1.622703	92.974017	-0.810839	-46.457635
	0.60	-0.626209	0.374414	4.925302	1.842159	105.547927	-0.920828	-52.759550
	0.70	-0.605580	0.365514	4.808227	2.070739	118.644622	-1.035260	-59.316034
	0.80	-0.560248	0.360189	4.738176	2.321805	133.029647	-1.160866	-66.512728
	0.90	-0.478244	0.359415	4.727997	2.624672	150.382636	-1.312330	-75.190984
	0.99	-0.325192	0.368640	4.849346	3.052838	174.914731	-1.526419	-87.457365
0.20	0.10	-0.395761	0.370212	4.870029	0.576628	33.038331	-0.214176	-12.271391
	0.20	-0.526651	0.369402	4.859374	0.856521	49.075043	-0.387653	-22.210884
	0.30	-0.604823	0.361887	4.760514	1.095200	62.750329	-0.524325	-30.041614
	0.40	-0.651296	0.354041	4.657303	1.316705	75.441627	-0.644882	-36.949008
	0.50	-0.673622	0.347458	4.570696	1.531931	87.773155	-0.758312	-43.448081
	0.60	-0.674473	0.342660	4.507592	1.748955	100.207713	-0.870356	-49.867748
	0.70	-0.653438	0.340003	4.472637	1.976575	113.249426	-0.986301	-56.510905
	0.80	-0.606394	0.340137	4.474403	2.228440	127.680234	-1.113461	-63.796641
	0.90	-0.520094	0.345004	4.538418	2.536300	145.319285	-1.267995	-72.650769
	0.99	-0.346147	0.363687	4.784187	3.004958	172.171399	-1.502478	-86.085672

ตารางที่ จ.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 3.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.30	0.10	-0.402493	0.273547	3.598428	0.560680	32.124593	-0.113393	-6.496933
	0.20	-0.542483	0.288596	3.796390	0.821804	47.085926	-0.294302	-16.862241
	0.30	-0.630060	0.296467	3.899934	1.042782	59.747021	-0.440601	-25.244555
	0.40	-0.684971	0.301509	3.966260	1.249382	71.584301	-0.570461	-32.684997
	0.50	-0.714145	0.305180	4.014551	1.452908	83.245509	-0.691754	-39.634581
	0.60	-0.720065	0.308423	4.057214	1.661148	95.176774	-0.809861	-46.401590
	0.70	-0.702347	0.312157	4.106327	1.882350	107.850724	-0.930101	-53.290867
	0.80	-0.656886	0.317626	4.178272	2.129648	122.019870	-1.060001	-60.733607
	0.90	-0.570030	0.327534	4.308611	2.434766	139.501812	-1.216127	-69.678968
	0.99	-0.387195	0.353538	4.650681	2.913255	166.917219	-1.456610	-83.457619
0.40	0.10	-0.405551	0.215517	2.835060	0.553039	31.686819	-0.006167	-0.353370
	0.20	-0.550167	0.231150	3.040703	0.803711	46.049237	-0.185549	-10.631177
	0.30	-0.643863	0.242226	3.186408	1.011877	57.976297	-0.335228	-19.207125
	0.40	-0.706198	0.252097	3.316251	1.203940	68.980690	-0.471877	-27.036548
	0.50	-0.743627	0.261630	3.441665	1.392217	79.768158	-0.602120	-34.498940
	0.60	-0.757915	0.271154	3.566942	1.585692	90.853449	-0.729928	-41.821810
	0.70	-0.747874	0.280998	3.696437	1.793591	102.765167	-0.859158	-49.226112
	0.80	-0.708750	0.292002	3.841199	2.029293	116.269898	-0.995988	-57.065908
	0.90	-0.626739	0.306773	4.035498	2.323003	133.098242	-1.155423	-66.200850
	0.99	-0.453297	0.336183	4.422383	2.771299	158.783728	-1.385324	-79.373205
0.50	0.10	-0.407256	0.178919	2.353624	0.548653	31.435529	0.102686	5.883492
	0.20	-0.554442	0.191982	2.525464	0.793202	45.447146	-0.067948	-3.893119
	0.30	-0.651764	0.201686	2.653122	0.993231	56.907931	-0.213501	-12.232693
	0.40	-0.719079	0.211099	2.776940	1.174708	67.305834	-0.350091	-20.058749
	0.50	-0.763164	0.221291	2.911013	1.349588	77.325720	-0.484488	-27.759098
	0.60	-0.785962	0.232880	3.063464	1.526833	87.481088	-0.620659	-35.561130
	0.70	-0.786078	0.246317	3.240221	1.716301	98.336785	-0.761649	-43.639263
	0.80	-0.758022	0.262110	3.447973	1.932525	110.725547	-0.911406	-52.219712
	0.90	-0.687403	0.281927	3.708667	2.205124	126.344326	-1.080624	-61.915203
	0.99	-0.535798	0.312929	4.116484	2.602713	149.124458	-1.298394	-74.392500

ตารางที่ ๑.๔ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 3.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กน.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.60	0.10	-0.408336	0.154775	2.036015	0.545827	31.273597	0.209826	12.022131
	0.20	-0.557110	0.165284	2.174262	0.786464	45.061052	0.053561	3.068822
	0.30	-0.656684	0.172773	2.272776	0.981197	56.218467	-0.080801	-4.629559
	0.40	-0.727205	0.179976	2.367524	1.155461	66.203024	-0.208916	-11.969983
	0.50	-0.775906	0.187999	2.473063	1.320400	75.653330	-0.338289	-19.382522
	0.60	-0.805415	0.197765	2.601536	1.483851	85.018399	-0.474418	-27.182165
	0.70	-0.815243	0.210402	2.767772	1.654348	94.787170	-0.622360	-35.658590
	0.80	-0.800755	0.227442	2.991923	1.845453	105.736648	-0.787281	-45.107903
	0.90	-0.748010	0.251117	3.303367	2.086114	119.525514	-0.976614	-55.955888
	0.99	-0.625500	0.284537	3.742992	2.426356	139.019935	-1.197064	-68.586743
0.70	0.10	-0.409078	0.138323	1.819601	0.543860	31.160866	0.312645	17.913233
	0.20	-0.558919	0.147008	1.933839	0.781810	44.794442	0.174557	10.001362
	0.30	-0.659988	0.152723	2.009024	0.972917	55.744035	0.057098	3.271487
	0.40	-0.732638	0.157839	2.076320	1.142191	65.442721	-0.054343	-3.113602
	0.50	-0.784460	0.163239	2.147359	1.300062	74.488056	-0.167340	-9.587855
	0.60	-0.818731	0.169652	2.231714	1.453114	83.257280	-0.288543	-16.532310
	0.70	-0.836186	0.178141	2.343389	1.607632	92.110532	-0.426135	-24.415761
	0.80	-0.834492	0.190798	2.509886	1.773223	101.598176	-0.592002	-33.919235
	0.90	-0.803688	0.212219	2.791675	1.972676	113.025988	-0.803501	-46.037245
	0.99	-0.717646	0.247493	3.255696	2.246318	128.704549	-1.055216	-60.459451
0.80	0.10	-0.409620	0.126858	1.668773	0.542413	31.077978	0.409264	23.449073
	0.20	-0.560221	0.134493	1.769215	0.778417	44.599983	0.291204	16.684753
	0.30	-0.662340	0.139208	1.831232	0.966915	55.400122	0.194179	11.125637
	0.40	-0.736470	0.143090	1.882299	1.132616	64.894096	0.105491	6.044183
	0.50	-0.790448	0.146786	1.930919	1.285415	73.648877	0.019101	1.094427
	0.60	-0.828027	0.150652	1.981776	1.430898	81.984427	-0.069952	-4.007956
	0.70	-0.850936	0.155056	2.039715	1.573294	90.143127	-0.168183	-9.636163
	0.80	-0.859233	0.160725	2.114285	1.717444	98.402300	-0.287934	-16.497394
	0.90	-0.849612	0.170091	2.237492	1.873545	107.346219	-0.460535	-26.386711
	0.99	-0.809112	0.191948	2.525012	2.060118	118.036060	-0.738952	-42.338809

ตารางที่ จ.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 3.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.90	0.10	-0.410032	0.118738	1.561966	0.541305	31.014513	0.498541	28.564289
	0.20	-0.561200	0.125969	1.657086	0.775837	44.452158	0.400599	22.952646
	0.30	-0.664093	0.130426	1.715719	0.962381	55.140373	0.325056	18.624322
	0.40	-0.739296	0.134067	1.763604	1.125430	64.482414	0.261697	14.994154
	0.50	-0.794817	0.137481	1.808516	1.274498	73.023370	0.207343	11.879898
	0.60	-0.834726	0.140966	1.854364	1.414447	81.041864	0.161759	9.268130
	0.70	-0.861438	0.144784	1.904582	1.547980	88.692714	0.127838	7.324598
	0.80	-0.876746	0.149418	1.965547	1.676078	96.032198	0.115748	6.631892
	0.90	-0.883292	0.156982	2.065046	1.795829	102.893429	0.165547	9.485152
	0.99	-0.894334	0.195394	2.570347	1.868000	107.028514	0.515470	29.534247
1.00	0.10	-0.410355	0.112923	1.485470	0.540430	30.964381	0.579995	33.231251
	0.20	-0.561963	0.120229	1.581576	0.773811	44.336115	0.500957	28.702730
	0.30	-0.665447	0.125018	1.644576	0.958844	54.937699	0.445839	25.544691
	0.40	-0.741458	0.129262	1.700406	1.119862	64.163341	0.406861	23.311399
	0.50	-0.798119	0.133731	1.759190	1.266105	72.542452	0.383745	21.986951
	0.60	-0.839717	0.139171	1.830754	1.401928	80.324583	0.381117	21.836402
	0.70	-0.869104	0.147079	1.934776	1.528982	87.604237	0.411421	23.572667
	0.80	-0.889144	0.162289	2.134862	1.645642	94.288320	0.506124	28.998790
	0.90	-0.906016	0.211892	2.787373	1.740010	99.695255	0.754394	43.223616
	0.99	-0.955170	0.982934	12.930191	1.706983	97.802915	1.351324	77.425145
1.10	0.10	-0.410616	0.108725	1.430247	0.539722	30.923789	0.653651	37.451467
	0.20	-0.562574	0.116437	1.531697	0.772180	44.242660	0.591536	33.892518
	0.30	-0.666522	0.121970	1.604478	0.956010	54.775366	0.554457	31.768055
	0.40	-0.743160	0.127417	1.676137	1.115429	63.909384	0.536538	30.741372
	0.50	-0.800692	0.133900	1.761417	1.259477	72.162734	0.539401	30.905391
	0.60	-0.843548	0.142988	1.880957	1.392153	79.764479	0.570115	32.665158
	0.70	-0.874860	0.158356	2.083123	1.514397	86.768553	0.643801	36.887055
	0.80	-0.898098	0.192149	2.527663	1.622966	92.989079	0.790131	45.271197
	0.90	-0.921000	0.310906	4.089878	1.701267	97.475421	1.061330	60.809744
	0.98	-0.964724	1.442791	18.979469	1.668372	95.590661	1.424013	81.589956

ตารางที่ ๑.๔ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 3.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.20	0.10	-0.410831	0.105680	1.390184	0.539137	30.890257	0.719879	41.246047
	0.20	-0.563074	0.114011	1.499784	0.770839	44.165818	0.672394	38.525335
	0.30	-0.667396	0.120544	1.585719	0.953692	54.642529	0.650418	37.266184
	0.40	-0.744533	0.127554	1.677936	1.111823	63.702762	0.649307	37.202572
	0.50	-0.802747	0.136596	1.796879	1.254125	71.856095	0.671381	38.467318
	0.60	-0.846567	0.150204	1.975883	1.384342	79.316973	0.723670	41.463235
	0.70	-0.879301	0.174489	2.295353	1.502940	86.112111	0.818734	46.910003
	0.80	-0.904744	0.229322	3.016654	1.605711	92.000478	0.975415	55.887136
	0.90	-0.931090	0.422845	5.562400	1.674125	95.920306	1.214772	69.601281
	0.98	-0.975018	2.466311	32.443552	1.636211	93.747994	1.482134	84.919996
1.30	0.10	-0.411011	0.103466	1.361061	0.538645	30.862094	0.779243	44.647356
	0.20	-0.563490	0.112543	1.480471	0.769717	44.101539	0.744101	42.633847
	0.30	-0.668119	0.120214	1.581372	0.951761	54.531883	0.734298	42.072153
	0.40	-0.745662	0.128960	1.696430	1.108834	63.531536	0.745862	42.734723
	0.50	-0.804424	0.140784	1.851965	1.249720	71.603709	0.780955	44.745404
	0.60	-0.849000	0.159173	2.093870	1.377977	78.952246	0.845256	48.429590
	0.70	-0.882812	0.192564	2.533117	1.493749	85.585506	0.947366	54.280087
	0.80	-0.909817	0.268076	3.526452	1.592278	91.230817	1.097136	62.861260
	0.90	-0.938148	0.534445	7.030463	1.654561	94.799385	1.301170	74.551555
	0.97	-0.972527	2.131854	28.043872	1.633615	93.599265	1.479441	84.765701
1.40	0.10	-0.411164	0.101859	1.339919	0.538226	30.838107	0.832396	47.692761
	0.20	-0.563842	0.111747	1.469993	0.768765	44.046985	0.807494	46.266009
	0.30	-0.668728	0.120610	1.586587	0.950128	54.438330	0.807244	46.251657
	0.40	-0.746607	0.131140	1.725109	1.106319	63.387427	0.827971	47.439245
	0.50	-0.805816	0.145762	1.917449	1.246036	71.392586	0.871264	49.919734
	0.60	-0.850998	0.168844	2.221085	1.372699	78.649846	0.941135	53.923090
	0.70	-0.885647	0.210932	2.774743	1.486237	85.155100	1.042779	59.746826
	0.80	-0.913788	0.305798	4.022677	1.581590	90.618438	1.180550	67.640535
	0.90	-0.943283	0.640671	8.427829	1.639995	93.964807	1.355244	77.649764
	0.97	-0.976446	2.698501	35.497940	1.621051	92.879373	1.500085	85.948554

ตารางที่ จ.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 3.0$ ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.50	0.10	-0.411295	0.100698	1.324656	0.537866	30.817433	0.880003	50.420463
	0.20	-0.564143	0.111420	1.465700	0.767947	44.000112	0.863504	49.475139
	0.30	-0.669247	0.121478	1.598011	0.948730	54.358217	0.870608	49.882192
	0.40	-0.747409	0.133762	1.759600	1.104174	63.264523	0.897737	51.436546
	0.50	-0.806989	0.151083	1.987451	1.242910	71.213510	0.945793	54.189972
	0.60	-0.852667	0.178602	2.349457	1.368258	78.395382	1.017305	58.287271
	0.70	-0.887978	0.228764	3.009313	1.479996	84.797526	1.115036	63.886883
	0.80	-0.916967	0.341429	4.491386	1.572918	90.121574	1.240341	71.066306
	0.90	-0.947153	0.739763	9.731353	1.628817	93.324338	1.391849	79.747086
	0.97	-0.979079	5.412382	71.198197	1.602101	91.793628	1.531953	87.774450





ตารางที่ ๑๑ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการทดสอบเสถียรตัวอย่าง

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.00	0.10	-0.37	0.79	10.392205	0.788889	45.20	-0.395317	-22.65
	0.20	-0.48	0.83	10.918392	1.082802	62.04	-0.532151	-30.49
	0.30	-0.56	0.88	11.576127	1.375145	78.79	-0.691499	-39.62
	0.40	-0.61	0.91	11.970767	1.604656	91.94	-0.799884	-45.83
	0.50	-0.63	0.93	12.233861	1.826313	104.64	-0.904430	-51.82
	0.60	-0.64	0.93	12.233861	2.043082	117.06	-1.016654	-58.25
	0.70	-0.63	1.02	13.417783	2.284985	130.92	-1.135511	-65.06
	0.80	-0.60	1.12	14.733252	2.512227	143.94	-1.248434	-71.53
	0.90	-0.53	1.19	15.654080	2.823594	161.78	-1.393994	-79.87
	1.00	-0.43	1.30	17.101096	3.162886	181.22	-1.570796	-90.00
0.10	0.10	-0.38	0.48	6.314251	0.662352	37.95	-0.293564	-16.82
	0.20	-0.51	0.56	7.366626	0.969007	55.52	-0.467399	-26.78
	0.30	-0.60	0.66	8.682095	1.232377	70.61	-0.606676	-34.76
	0.40	-0.65	0.69	9.076736	1.480912	84.85	-0.729373	-41.79
	0.50	-0.68	0.72	9.471376	1.677960	96.14	-0.855211	-49.00
	0.60	-0.69	0.79	10.392205	1.901711	108.96	-0.964643	-55.27
	0.70	-0.68	0.81	10.655298	2.154260	123.43	-1.090307	-62.47
	0.80	-0.63	0.92	12.102314	2.471910	141.63	-1.223650	-70.11
	0.90	-0.55	0.96	12.628502	2.772281	158.84	-1.395914	-79.98
	1.00	-0.42	1.36	17.890378	3.183131	182.38	-1.577429	-90.38
0.20	0.10	-0.41	0.34	4.472594	0.677711	38.83	-0.239459	-13.72
	0.20	-0.54	0.44	5.788063	0.959233	54.96	-0.394619	-22.61
	0.30	-0.62	0.49	6.445798	1.206372	69.12	-0.547684	-31.38
	0.40	-0.68	0.54	7.103532	1.433963	82.16	-0.698655	-40.03
	0.50	-0.71	0.63	8.287454	1.645845	94.30	-0.804597	-46.10
	0.60	-0.72	0.66	8.682095	1.867677	107.01	-0.913156	-52.32
	0.70	-0.71	0.76	9.997564	2.132618	122.19	-1.024683	-58.71
	0.80	-0.68	0.82	10.786845	2.332458	133.64	-1.163262	-66.65
	0.90	-0.63	0.88	11.576127	2.612409	149.68	-1.313709	-75.27
	1.00	-0.47	1.12	14.733252	3.136531	179.71	-1.570796	-90.00

ตารางที่ ๓ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการทดสอบเสถียรตัวอย่าง (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.30	0.10	-0.42	0.25	3.288672	0.659734	37.80	-0.093899	-5.38
	0.20	-0.54	0.33	4.341048	0.926944	53.11	-0.283092	-16.22
	0.30	-0.63	0.39	5.130329	1.159946	66.46	-0.458673	-26.28
	0.40	-0.69	0.47	6.182704	1.380555	79.10	-0.589049	-33.75
	0.50	-0.73	0.51	6.708892	1.610764	92.29	-0.728500	-41.74
	0.60	-0.75	0.58	7.629720	1.792802	102.72	-0.859749	-49.26
	0.70	-0.75	0.65	8.550548	2.002242	114.72	-0.990823	-56.77
	0.80	-0.72	0.71	9.339829	2.283589	130.84	-1.136384	-65.11
	0.90	-0.65	0.85	11.181486	2.551497	146.19	-1.310917	-75.11
	1.00	-0.50	1.10	14.470158	3.448945	197.61	-1.638515	-93.88
0.40	0.10	-0.40	0.21	2.762485	0.660782	37.86	0.010821	0.62
	0.20	-0.54	0.28	3.683313	0.934100	53.52	-0.172089	-9.86
	0.30	-0.63	0.36	4.735688	1.179668	67.59	-0.320617	-18.37
	0.40	-0.70	0.41	5.393423	1.364498	78.18	-0.455182	-26.08
	0.50	-0.74	0.44	5.788063	1.602212	91.80	-0.595157	-34.10
	0.60	-0.76	0.49	6.445798	1.814270	103.95	-0.733562	-42.03
	0.70	-0.76	0.56	7.366626	2.018124	115.63	-0.873188	-50.03
	0.80	-0.74	0.60	7.892814	2.246762	128.73	-1.034282	-59.26
	0.90	-0.68	0.73	9.602923	2.548879	146.04	-1.231330	-70.55
	1.00	-0.49	1.14	14.996346	3.022736	173.19	-1.535541	-87.98
0.50	0.10	-0.43	0.17	2.236297	0.662702	37.97	0.112574	6.45
	0.20	-0.56	0.25	3.288672	1.004262	57.54	-0.037350	-2.14
	0.30	-0.65	0.30	3.946407	1.184031	67.84	-0.209963	-12.03
	0.40	-0.72	0.35	4.604141	1.389457	79.61	-0.339641	-19.46
	0.50	-0.75	0.37	4.867235	1.570796	90.00	-0.473159	-27.11
	0.60	-0.78	0.40	5.261876	1.767844	101.29	-0.609469	-34.92
	0.70	-0.79	0.44	5.788063	1.934523	110.84	-0.756077	-43.32
	0.80	-0.78	0.56	7.366626	2.225295	127.50	-0.912807	-52.30
	0.90	-0.72	0.63	8.287454	2.437003	139.63	-1.121374	-64.25
	1.00	-0.55	0.90	11.839220	2.952923	169.19	-1.491558	-85.46

ตารางที่ ๓ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการทดสอบเสถียรตัวอย่าง (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.60	0.10	-0.42	0.15	1.973203	0.681377	39.04	0.196000	11.23
	0.20	-0.56	0.20	2.630938	0.947714	54.30	0.077842	4.46
	0.30	-0.66	0.23	3.025579	1.163087	66.64	-0.040143	-2.30
	0.40	-0.72	0.27	3.551766	1.345125	77.07	-0.177675	-10.18
	0.50	-0.76	0.32	4.209501	1.546187	88.59	-0.278205	-15.94
	0.60	-0.79	0.36	4.735688	1.726654	98.93	-0.412596	-23.64
	0.70	-0.80	0.39	5.130329	1.906598	109.24	-0.546114	-31.29
	0.80	-0.80	0.43	5.656516	2.097013	120.15	-0.727279	-41.67
	0.90	-0.76	0.52	6.840438	2.317972	132.81	-0.941082	-53.92
	1.00	-0.65	0.71	9.339829	2.704213	154.94	-1.288577	-73.83
0.70	0.10	-0.43	0.13	1.710110	0.676315	38.75	0.290248	16.63
	0.20	-0.56	0.19	2.499391	0.921708	52.81	0.202807	11.62
	0.30	-0.66	0.22	2.894032	1.151743	65.99	0.090408	5.18
	0.40	-0.72	0.27	3.551766	1.334653	76.47	0.004189	0.24
	0.50	-0.77	0.28	3.683313	1.538333	88.14	-0.089012	-5.10
	0.60	-0.79	0.33	4.341048	1.710597	98.01	-0.201760	-11.56
	0.70	-0.81	0.37	4.867235	1.880243	107.73	-0.287979	-16.50
	0.80	-0.81	0.40	5.261876	2.049017	117.40	-0.418879	-24.00
	0.90	-0.79	0.46	6.051157	2.251998	129.03	-0.611040	-35.01
	0.99	-0.71	0.57	7.498173	2.543643	145.74	-0.953648	-54.64
0.80	0.10	-0.43	0.13	1.710110	0.667414	38.24	0.393921	22.57
	0.20	-0.57	0.18	2.367844	0.952077	54.55	0.314159	18.00
	0.30	-0.66	0.22	2.894032	1.143016	65.49	0.230383	13.20
	0.40	-0.72	0.24	3.157125	1.326101	75.98	0.163188	9.35
	0.50	-0.77	0.28	3.683313	1.508663	86.44	0.099484	5.70
	0.60	-0.80	0.31	4.077954	1.672549	95.83	0.044855	2.57
	0.70	-0.83	0.34	4.472594	1.850573	106.03	0.001745	0.10
	0.80	-0.83	0.37	4.867235	1.991421	114.10	-0.026529	-1.52
	0.90	-0.82	0.40	5.261876	2.171888	124.44	-0.005760	-0.33
	0.99	-0.80	0.43	5.656516	2.295108	131.50	0.237016	13.58

ตารางที่ ๓ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการทดสอบเสถียรตัวอย่าง (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
0.90	0.10	-0.43	0.11	1.447016	0.674395	38.64	0.474555	27.19
	0.20	-0.57	0.16	2.104750	0.937765	53.73	0.382402	21.91
	0.30	-0.66	0.19	2.499391	1.133242	64.93	0.352906	20.22
	0.40	-0.73	0.22	2.894032	1.309171	75.01	0.330740	18.95
	0.50	-0.78	0.26	3.420219	1.470963	84.28	0.287456	16.47
	0.60	-0.81	0.29	3.814860	1.653525	94.74	0.251327	14.40
	0.70	-0.83	0.33	4.341048	1.784250	102.23	0.299673	17.17
	0.80	-0.84	0.35	4.604141	1.933301	110.77	0.379958	21.77
	0.90	-0.85	0.47	6.182704	2.064899	118.31	0.589398	33.77
	0.99	-0.89	1.13	14.864799	2.088461	119.66	1.141445	65.40
1.00	0.10	-0.40	0.10	1.315469	0.634078	36.33	0.577355	33.08
	0.20	-0.54	0.15	1.973203	0.905826	51.90	0.509113	29.17
	0.30	-0.64	0.18	2.367844	1.118931	64.11	0.464607	26.62
	0.40	-0.71	0.22	2.894032	1.292591	74.06	0.438252	25.11
	0.50	-0.76	0.24	3.157125	1.456826	83.47	0.433365	24.83
	0.60	-0.80	0.27	3.551766	1.608670	92.17	0.455705	26.11
	0.70	-0.83	0.31	4.077954	1.756150	100.62	0.517490	29.65
	0.80	-0.85	0.46	6.051157	1.857030	106.40	0.663051	37.99
	0.90	-0.87	0.77	10.129111	1.943250	111.34	0.924675	52.98
	0.98	-0.93	3.60	47.356882	1.798213	103.03	1.304285	74.73
1.10	0.10	-0.40	0.11	1.447016	0.630762	36.14	0.658338	37.72
	0.20	-0.54	0.16	2.104750	0.888896	50.93	0.609818	34.94
	0.30	-0.64	0.20	2.630938	1.105666	63.35	0.576308	33.02
	0.40	-0.71	0.23	3.025579	1.271647	72.86	0.577180	33.07
	0.50	-0.77	0.27	3.551766	1.443387	82.70	0.594285	34.05
	0.60	-0.81	0.31	4.077954	1.589122	91.05	0.650833	37.29
	0.70	-0.84	0.39	5.130329	1.722116	98.67	0.740543	42.43
	0.80	-0.86	0.56	7.366626	1.823345	104.47	0.911236	52.21
	0.90	-0.89	1.05	13.812424	1.881290	107.79	1.109680	63.58
	0.97	-0.94	2.92	38.411693	1.782854	102.15	1.340238	76.79

ตารางที่ ๑๑ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการทดสอบเสาค้ำตัวอย่าง (ต่อ)

\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.20	0.10	-0.41	0.09	1.183922	0.632856	36.26	0.713665	40.89
	0.20	-0.55	0.14	1.841657	0.889594	50.97	0.664970	38.10
	0.30	-0.65	0.17	2.236297	1.102524	63.17	0.659560	37.79
	0.40	-0.72	0.22	2.894032	1.258033	72.08	0.673348	38.58
	0.50	-0.77	0.25	3.288672	1.437104	82.34	0.701448	40.19
	0.60	-0.81	0.31	4.077954	1.580745	90.57	0.768468	44.03
	0.70	-0.85	0.40	5.261876	1.709201	97.93	0.876330	50.21
	0.80	-0.87	0.65	8.550548	1.795595	102.88	1.039518	59.56
	0.90	-0.90	1.62	21.310597	1.819506	104.25	1.249132	71.57
	0.95	-0.95	2.31	30.387333	1.775349	101.72	1.348965	77.29
1.30	0.10	-0.40	0.11	1.447016	0.622035	35.64	0.778591	44.61
	0.20	-0.54	0.15	1.973203	0.881915	50.53	0.741241	42.47
	0.30	-0.64	0.19	2.499391	1.084373	62.13	0.746826	42.79
	0.40	-0.72	0.24	3.157125	1.263095	72.37	0.756077	43.32
	0.50	-0.77	0.29	3.814860	1.439024	82.45	0.814720	46.68
	0.60	-0.81	0.36	4.735688	1.558404	89.29	0.890642	51.03
	0.70	-0.85	0.49	6.445798	1.691922	96.94	0.994314	56.97
	0.80	-0.87	0.76	9.997564	1.762084	100.96	1.150172	65.90
	0.90	-0.91	2.08	27.361754	1.765401	101.15	1.312139	75.18
	0.93	-0.96	3.00	39.464068	1.720720	98.59	1.393994	79.87
1.40	0.10	-0.41	0.09	1.183922	0.621512	35.61	0.836187	47.91
	0.20	-0.56	0.15	1.973203	0.901288	51.64	0.814720	46.68
	0.30	-0.65	0.18	2.367844	1.095369	62.76	0.822050	47.10
	0.40	-0.72	0.22	2.894032	1.269378	72.73	0.850848	48.75
	0.50	-0.78	0.28	3.683313	1.364498	78.18	0.952077	54.55
	0.60	-0.82	0.37	4.867235	1.555612	89.13	0.977559	56.01
	0.70	-0.85	0.48	6.314251	1.676738	96.07	1.084024	62.11
	0.80	-0.88	0.87	11.444580	1.751787	100.37	1.211259	69.40
	0.90	-0.94	2.28	29.992692	1.733112	99.30	1.368338	78.40
	0.93	-0.97	3.62	47.619976	1.703441	97.60	1.423665	81.57

ตารางที่ ๑๑ ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{u} $\bar{\zeta}$ T \bar{T} θ_0 และ α สำหรับ $\bar{h}_a = 0.00$ ถึง 0.20 เพิ่มขึ้น
ครั้งละ 0.10 เมื่อ $n = 1.0$ ที่ได้จากการทดสอบเสาตัวอย่าง (ต่อ)

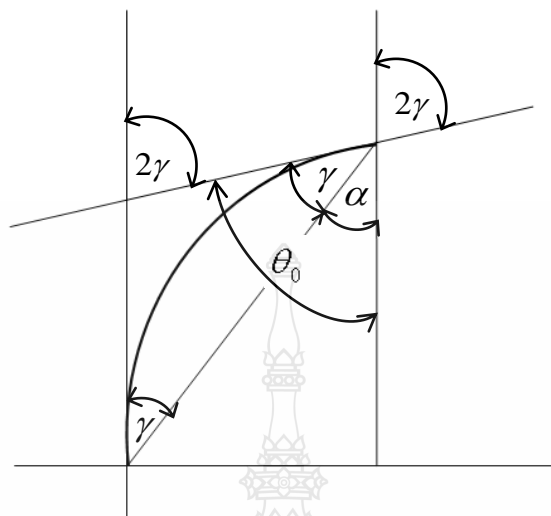
\bar{h}_a	\bar{u}	$\bar{\zeta}$	T (กก.)	\bar{T}	θ_0		α	
					เรเดียน	องศา	เรเดียน	องศา
1.50	0.10	-0.43	0.10	1.315469	0.676490	38.76	0.868476	49.76
	0.20	-0.56	0.15	1.973203	0.910887	52.19	0.859924	49.27
	0.30	-0.66	0.18	2.367844	1.117185	64.01	0.874061	50.08
	0.40	-0.73	0.24	3.157125	1.277406	73.19	0.910364	52.16
	0.50	-0.79	0.31	4.077954	1.428028	81.82	0.966563	55.38
	0.60	-0.83	0.39	5.130329	1.572542	90.10	1.045801	59.92
	0.70	-0.87	0.56	7.366626	1.672025	95.80	1.144063	65.55
	0.80	-0.90	1.08	14.207065	1.771858	101.52	1.229584	70.45
	0.90	-0.95	2.62	34.465286	1.716357	98.34	1.390853	79.69
	0.93	-0.97	3.80	49.987820	1.691399	96.91	1.431694	82.03





ภาคผนวก ข

ความสัมพันธ์ระหว่างค่ามุม θ_0 กับ α กรณี $\bar{h}_a = 0.00$



รูปที่ ข.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ามุม θ_0 กับ α กรณีเคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสา ($\bar{h}_a = 0.00$)

จากรูปที่ ข.1 เป็นกรณีที่เคเบิลผ่านจุดยึดแน่นของเสาจะให้ความสัมพันธ์ของค่ามุมดังนี้

$$2\gamma = \gamma + \alpha \quad (\text{ข.1})$$

เพราะฉะนั้น

$$\gamma = \alpha \quad (\text{ข.2})$$

$$\theta_0 = \gamma + \alpha \quad (\text{ข.3})$$

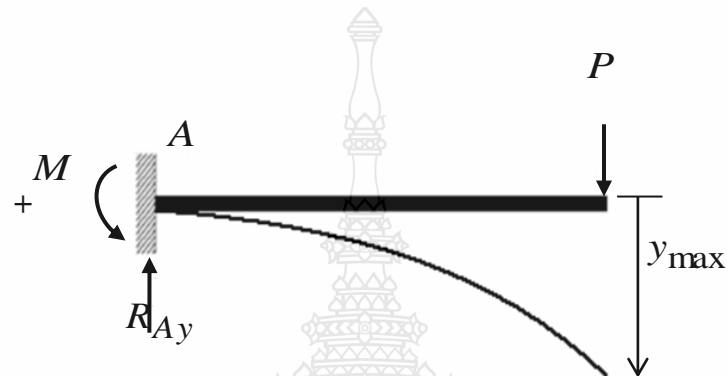
$$\theta_0 = 2\alpha \quad (\text{ข.4})$$



ภาคผนวก ข

การทดสอบหาค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่นโพลีคาร์บอเนต

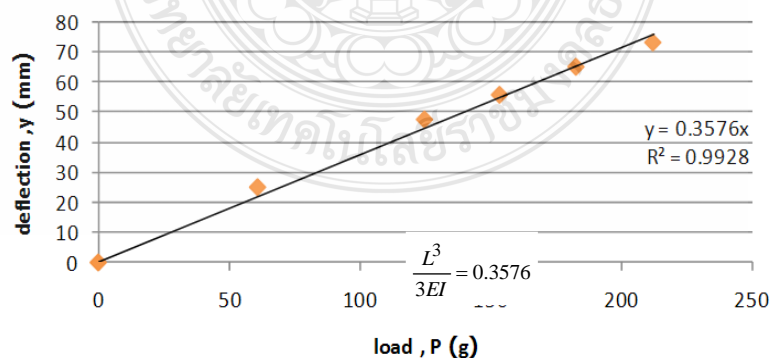
วิธีการทดสอบเพื่อหาค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่น โพลีคาร์บอเนต อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างการแอ่นตัวของคานายื่นกับแรงแบบจุดที่กระทำที่ปลายยื่น ภายใต้ข้อสมมติฐาน ขนาดหน้าตัดของแผ่น โพลีคาร์บอเนต ที่นำมาทดลองมีขนาดเล็กและมีความยาวช่วงสั้นจึงไม่พิจารณาน้ำหนักของแผ่น โพลีคาร์บอเนต โดยที่ข้อมูลการทดสอบนี้ได้รับการอนุเคราะห์จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยณรงค์ อธิสกุล ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ซึ่งมีหลักการและวิธีการทดสอบดังนี้



รูปที่ ๕.1 แบบจำลองการทดสอบเพื่อหาค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่น โพลีคาร์บอเนต

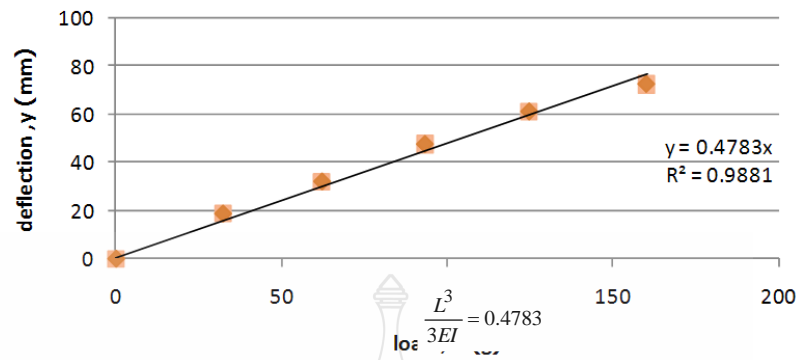
สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการโก่งตัวสูงสุด y_{max} และแรงแบบจุดที่กระทำที่ปลายยื่น (P)

$$y_{max} = -\frac{PL^3}{3EI} \quad (๕.1)$$

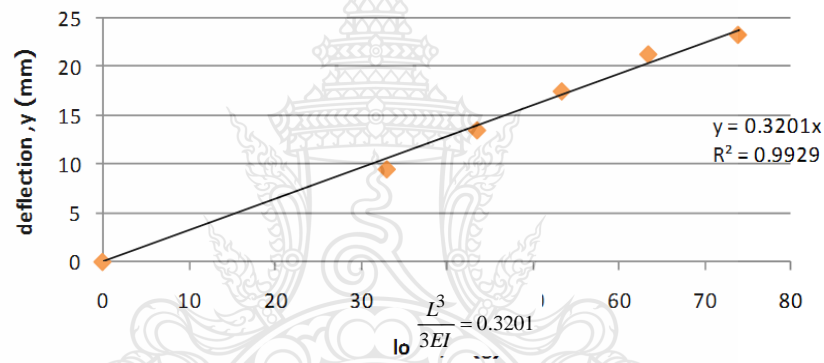


รูปที่ ๕.2 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกกับการแอ่นตัวของแผ่น โพลีคาร์บอเนต

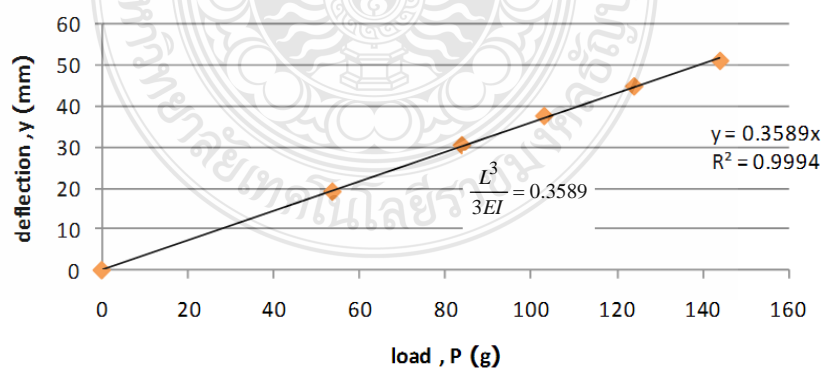
ขนาด 2 x 150 x 20 มิลลิเมตร



รูปที่ ข.3 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการแอ่นตัวของแผ่นโพลีคาร์บอเนต
ขนาด 2 x 150 x 27 มิลลิเมตร



รูปที่ ข.4 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการแอ่นตัวของแผ่นโพลีคาร์บอเนต
ขนาด 2 x 200 x 40 มิลลิเมตร



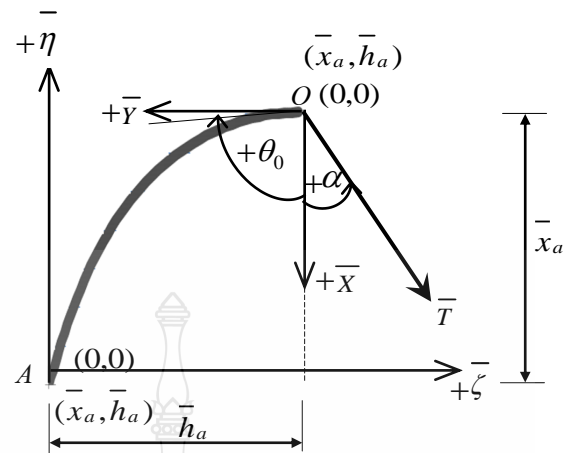
รูปที่ ข.5 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการแอ่นตัวของแผ่นโพลีคาร์บอเนต
ขนาด 2 x 200 x 50 มิลลิเมตร

ตารางที่ ข.1 ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของแผ่น โพลีคาร์บอเนตที่ได้จากการทดสอบ

ขนาดตัวอย่างวัสดุ (มม.)	มอดูลัสความยืดหยุ่น (กิกะปาสกาล)
2x150x20	2.111
2x150x27	1.901
2x200x40	1.952
2x200x50	2.246
ค่าเฉลี่ย	2.052







รูปที่ ๓.1 การย้ายแกนกราฟของการโค้งตัวมากของเสาจากระบบ (\bar{x}, \bar{y}) เป็น $(\bar{\eta}, \bar{\zeta})$

เพื่อให้การคำนวณหาคำตอบของปัญหาง่ายขึ้น ในขั้นตอนของการหาสมการครอบคลุมปัญหา จึงได้กำหนดจุดเริ่มต้นของการอินทิเกรตเริ่มจากจุด O ไปยังจุด A ดังนั้นการนำผลการคำนวณหาค่าการโค้งตัวไปเขียนเป็นกราฟ จำเป็นต้องมีการย้ายแกนกราฟของการโค้งตัว เพื่อให้ได้เส้นของการโค้งตัวที่สอดคล้องกับรูปที่ 3.3 ในขั้นตอนของการหาสมการครอบคลุมปัญหา ซึ่งวิธีการย้ายแกนดังกล่าว มีรายละเอียดตามรูปที่ ๓.1 เป็นการย้ายแกนกราฟของการโค้งตัวมากของเสาจากระบบ (\bar{x}, \bar{y}) เป็น $(\bar{\eta}, \bar{\zeta})$ โดยการย้ายแกนกราฟของการโค้งตัวมากของเสาจากระบบ (\bar{x}, \bar{y}) เป็น $(\bar{\eta}, \bar{\zeta})$ อาศัยความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$\bar{\zeta} = \bar{h}_a - \bar{y} \quad (๓.1)$$

$$\bar{\eta} = \bar{x}_a - \bar{x} \quad (๓.2)$$

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ - นามสกุล	นายสหรัถ โปธินอก
วัน เดือน ปีเกิด	5 เมษายน 2518
ที่อยู่	107 ถ.นิवास ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ 31000
ประวัติการศึกษา	สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอุตสาหกรรม จากมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี เมื่อ พ.ศ. 2543 สำเร็จการศึกษาเศรษฐศาสตรบัณฑิต สาขาเศรษฐศาสตร์ธุรกิจ จากมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช เมื่อ พ.ศ. 2547 สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา จากมหาวิทยาลัยรามคำแหง เมื่อ พ.ศ. 2549
ประวัติการทำงาน	
พ.ศ. 2543 - 2544	ตำแหน่งวิศวกร บริษัทสยาม ดีเค เทคโนโลยีจำกัด
พ.ศ. 2544 - 2553	ตำแหน่งวิศวกร บริษัทไทย ยามาฮ่า มอเตอร์จำกัด
พ.ศ. 2553 - ปัจจุบัน	ตำแหน่งวิศวกร ฝ่ายแบบแผนและควบคุมการก่อสร้าง กรมที่ดิน กระทรวงมหาดไทย