

การแกว่งขึ้นและทรงตัวสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

**SWING-UP AND BALANCING FOR A ROTARY INVERTED
PENDULUM**



รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2554

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

การแกว่งขึ้นและทรงตัวสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

ปีการศึกษา 2554

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การแกว่งขึ้นและทรงตัวสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน
ชื่อ - นามสกุล	นายรุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร. มนูญศักดิ์ จานทอง
ปีการศึกษา	2554

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน ซึ่งเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ โดยตัวลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนใช้ดีซีเซอร์โวมอเตอร์ในการขับเคลื่อน และใช้เอนโคเดอร์ในการจับตำแหน่งของเพนคูลัม เพื่อวัดมุมที่เกิดจากการแกว่งของเพนคูลัม และนำไปใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่จนทำให้ก้านลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนตั้งตรงอยู่ได้อย่างมีเสถียรภาพ

การศึกษาเริ่มจากการจำลองระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน ซึ่งแบบจำลองของระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนใช้สมการลากรองจ์ช่วยในการจำลองและรวมไปถึงการจำลองดีซีเซอร์โวมอเตอร์ ส่วนตัวควบคุมออกแบบด้วยหลักการควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic Control) และ LQR (Linear Quadratic Regulator) สำหรับการออกแบบตัวควบคุมจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือการแกว่งขึ้นของก้านลูกตุ้มผกผันจะใช้ตัวควบคุมแบบฟัซซี ส่วนหลังคือการเลี้ยงตัวก้านเพนคูลัมให้ตั้งตรงอยู่ได้โดยใช้ตัวควบคุมแบบ LQR

จากการทดลองแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิกสามารถแกว่งให้ก้านของลูกตุ้มผกผันจากตำแหน่งด้านล่างให้ขึ้นมาอยู่ด้านบนใช้เวลา 15 วินาที ส่วนตัวควบคุมแบบ LQR สามารถเลี้ยงก้านของลูกตุ้มผกผันและเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 18 วินาที

คำสำคัญ: ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

Thesis Title Swing-up and Balancing for a Rotary Inverted Pendulum
Name - Surname Mr. Rungroj Kawsringam
Program Mechanical Engineering
Thesis Advisor Dr. Manusak Janthong
Academic Year 2011

ABSTRACT

This thesis presents a controller design for balancing the rotary inverted pendulum, which is an unstable system. A DC- servo motor was used to be an actuator and a rotary encoder was used to measure the angle of pendulum in order to control the rotary inverted pendulum into the upright position.

In this thesis, the model of rotary inverted pendulum was derived by the Lagrange's equation and so did the DC servo motor model. The control algorithms have been proposed as 1) fuzzy logic controller for swing-up problem and 2) LQR for stabilization problem.

The experiments showed that the fuzzy logic controller could swing the pendulum up into the upright position, with the swing-up time about 15 seconds and LQR was able to stabilize the pendulum, with the settling time approximately 18 seconds.

Keywords: fuzzy logic controller, LQR (linear quadratic regulator), rotary inverted pendulum

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ดร.มนูศักดิ์ จานทอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูง ที่ได้ให้คำปรึกษา ให้ข้อเสนอแนะและให้แนวทางในการแก้ปัญหา ตลอดจนให้ข้อคิดต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการทำวิจัย รวมทั้งให้อุปกรณ์สำคัญ ๆ ที่ใช้ประกอบการวิจัย และที่สำคัญคือให้ความดูแลและสอบถามถึงความก้าวหน้าของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ตลอดมา จนทำให้ผู้เขียนมีกำลังใจทำงานจนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ดร.พิพัฒน์ ปราโมทย์ ดร.ปรัชญา เปรมปราณีรัชต์ ดร.มนูศักดิ์ จานทอง และอาจารย์ผู้ทรงคุณวุฒิจากมหาวิทยาลัยมหิดล ดร.เกียรติศักดิ์ ศรีตระกูลชัย ที่ได้ให้คำแนะนำเพิ่มเติม พร้อมทั้งข้อเสนอแนะ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและบุคลากรที่เกี่ยวข้องทุกท่าน ที่ได้เอื้อให้อุปกรณ์ และเครื่องมือในการทำวิจัย พร้อมทั้งยังอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้เขียนได้ทำวิจัยได้อย่างราบรื่น รวมถึงมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรีที่สนับสนุนทุนในการทำวิจัย

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณ พ่อ แม่ และครอบครัว ที่ให้การสนับสนุนในการศึกษาและให้กำลังใจ พร้อมทั้งกระตุ้นให้การทำวิจัยสำเร็จลงได้ด้วยดี และขอขอบคุณคณะอาจารย์ เพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ในภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน ที่คอยให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจ ให้การทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสร็จสมบูรณ์

รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.2 สมการลากรองจ์.....	7
2.3 ทฤษฎีการควบคุมพีชชี.....	8
2.4 การควบคุมพีชชีลอจิก.....	9
2.5 ตัวอย่างของการใช้ระบบควบคุมพีชชี.....	9
2.6 ระบบของลูกตุ้มผกผัน.....	14
2.7 ระบบมอเตอร์.....	15
2.8 แบบจำลองพลศาสตร์ของลูกตุ้มผกผัน.....	16
2.9 แบบจำลองสมการเชิงเส้น.....	19
2.10 หลักการทำงานของเซอร์โวมอเตอร์แบบมีเอ็น โคเดอร์.....	22
2.11 หลักการทำงานของซิมมูลิงโดยใช้สมการเมทแลบ.....	23
2.12 การทำงานของแคร์คการ์ด.....	24

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 ขั้นตอนการทดลอง	26
3.1 โครงสร้างลูกค้อนผกผันแบบฐานหมุน.....	26
3.2 ระบบลูกค้อนผกผันแบบฐานหมุนและอุปกรณ์ควบคุม	27
3.3 ชุดไมโครคอมพิวเตอร์	28
3.4 การออกแบบระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์ (LQR)	29
3.5 ผลการจำลองการทำงานช่วง Balancing.....	31
3.6 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (fuzzy logic).....	34
3.7 การออกแบบระบบควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (fuzzy logic control)	35
3.8 ผลการจำลองการทำงานช่วง Swing up.....	40
4 ผลการทดลอง	43
4.1 การทดลองศึกษาผลตอบสนองของระบบของการควบคุมลูกค้อนผกผันแบบฐานหมุน โดยใช้ระบบแอลคิวอาร์ (LQR) ในช่วง รักษาเสถียรภาพ	43
4.2 การทดลองศึกษาผลตอบสนองของการควบคุมของลูกค้อนผกผันแบบฐานหมุน โดยใช้ระบบตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิกในช่วงแกว่งขึ้น	47
4.3 ผลการทดลองการทำงานช่วง Swing up	53
4.4 สรุปผลการทดลอง.....	55
5 สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ	57
5.1 สรุปผลการทดลอง	57
5.2 ปัญหาที่พบในการทำวิจัยและแนวทางในการแก้ปัญหา.....	58
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	58
รายการอ้างอิง.....	59
ภาคผนวก.....	61
ภาคผนวก ก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง	62
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง	67
ภาคผนวก ค ผลงานดีพิมพ์เผยแพร่	71
ประวัติผู้เขียน.....	84

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ตารางสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของระบบควบคุมแบบพีซีซี	12



สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน.....	3
2.2 ระบบลูกตุ้มผกผันและรูดราง	4
2.3 ชุดการทดลองลูกตุ้มผกผัน	5
2.4 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบสองชั้น.....	6
2.5 ภาพหรือกราฟฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของมุม	11
2.6 ภาพฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของผลต่างเชิงมุมเทียบกับเวลา.....	11
2.7 ภาพฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของเอาพุที่มีลักษณะเป็นแบบ Singletons.....	11
2.8 ระบบลูกตุ้มผกผัน	14
2.9 ระบบของมอเตอร์	15
2.10 แบบจำลองพลศาสตร์ของลูกตุ้มผกผัน.....	16
2.11 ส่วนประกอบของเอ็น โคเตอร์	22
2.12 ระบบ Simmulink	23
2.13 ระบบ Simmulink ให้อยู่ในรูปแบบ Subsystem	24
2.14 แคร์คการ์ด.....	25
3.1 โครงสร้างลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน.....	26
3.2 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนและอุปกรณ์ควบคุม.....	27
3.3 ดีซีมอเตอร์.....	28
3.4 ชุดไคร่วมอเตอร์	28
3.5 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์	29
3.6 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์	30
3.7 กราฟแสดงผลตอบสนองของมุม Alpha กับมุม Beta เมื่อเทียบกับเวลา	31
3.8 กราฟแสดงผลตอบสนองของความเร็วของมุม Alpha กับมุม Beta เมื่อเทียบกับเวลา.....	32
3.9 กราฟแสดงผลตอบสนองของชุดแรงดันไฟฟ้า Voltage input เมื่อเทียบกับเวลา	33
3.10 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมสมาชิกแบบฟัซซีลอจิก	34
3.11 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมสมาชิกแบบฟัซซี.....	35
3.12 ระบบควบคุมแบบฟัซซีลอจิก.....	36

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
3.13 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C	37
3.14 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dC	38
3.15 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาพุตที่ชื่อว่า Output.....	39
3.16 กราฟแสดงผลตอบสนองของมุม Alpha กับมุม Beta เมื่อเทียบกับเวลา	40
3.17 กราฟแสดงผลตอบสนองของความเร็วของมุม Alpha กับมุม Beta เมื่อเทียบกับเวลา.....	41
3.18 กราฟแสดงผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เมื่อเทียบกับเวลา	42
4.1 แผนผังในการทดลองควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์	43
4.2 กราฟแสดงผลตอบสนองของมุม Alpha เทียบกับเวลา.....	44
4.3 กราฟแสดงผลตอบสนองของมุม Beta เทียบกับเวลา	45
4.4 กราฟแสดงผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage Input เทียบกับเวลา.....	46
4.5 แผนผังการทดลองควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีซีลอจิก	47
4.6 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมสมาชิกแบบพีซีลอจิก	48
4.7 แผนภาพแสดงผิวพีซี	49
4.8 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C	50
4.9 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dC	51
4.10 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า Out put.....	52
4.11 กราฟแสดงผลตอบสนองของมุม Alpha เทียบกับเวลา.....	53
4.12 กราฟแสดงผลตอบสนองของมุม Beta เทียบกับเวลา	54
4.13 กราฟแสดงผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดัน ไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ 10 volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 1.5 วินาที	55

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันระบบการควบคุมเข้ามามีบทบาทต่อชีวิตประจำวันและมีความสำคัญมากยิ่งขึ้น ดังจะเห็นได้จากการนำระบบการควบคุมไปใช้ในงานอุตสาหกรรม ซึ่งต่อมาระบบมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นส่วนใหญ่เป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ เช่น การควบคุมมอเตอร์ การควบคุมแขนหุ่นยนต์ หรือการควบคุมเครื่องจักรซีเอ็นซี (CNC) ในด้านอุตสาหกรรม เป็นต้น ซึ่งระบบและเครื่องจักรดังกล่าวเป็นระบบที่มีความซับซ้อนและไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear controller) ดังนั้นในปัจจุบันจึงเกิดพฤติกรรมการควบคุมขึ้นมากมายเพื่อให้สามารถควบคุมอุปกรณ์ดังกล่าวได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ในการศึกษาระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ระบบของลูกตุ้มผกผันเป็นเครื่องมือที่ได้รับความนิยมในนำมาศึกษาระบบควบคุมในงานทางด้านวิศวกรรม เนื่องจากระบบของลูกตุ้มผกผันเป็นระบบที่มีข้อศึกษาอยู่หลายประการ เช่น ระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ไม่มีเสถียรภาพ เป็นต้น จึงเหมาะแก่การนำมาศึกษาเพื่อออกแบบตัวควบคุม ซึ่งหัวข้อหลักในการทำการทดลองกับระบบของลูกตุ้มผกผันจะมีอยู่สองข้อคือ การเหวี่ยงให้ก้านของลูกตุ้มผกผันขึ้นสู่จุดสูงสุด และการเลี้ยงให้ก้านของลูกตุ้มผกผันตั้งตรงอยู่ได้ ณ จุดสมดุลตัวควบคุมที่มักนำมาใช้ในการควบคุมระบบก้านของลูกตุ้มผกผันในปัจจุบันมีอยู่มากมาย เช่น ตัวควบคุมพีไอดี (PID Control) ตัวควบคุมแบบสถานะป้อนกลับ (Feedback control) ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) ตัวควบคุมแบบโรบัสต์ (Robust control) และแบบโครงข่ายประสาท (Neural network) เป็นต้นในการวิจัยระบบของลูกตุ้มผกผัน ผู้วิจัยได้นำระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน (Rotary inverted pendulum) มาใช้ในการทดลองเนื่องจากระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนนี้มีตัวแปรสถานะสี่ตัวคือ $(\theta, \beta, \dot{\theta}, \dot{\beta})$ โดยมีตัวแปรสถานะสองตัว $(\dot{\theta}, \dot{\beta})$ ที่ไม่สามารถวัดค่าโดยตรงได้จึงใช้ออบเซอร์เวอร์แบบอันดับเต็มเข้ามาช่วยในการประมาณค่าเพื่อให้เข้าใจต่อระบบการทำงานของระบบที่ไม่มีเสถียรภาพได้โดยง่าย นอกจากนี้ยังได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุม โดยตัวควบคุมมี 2 ตัวควบคุมคือ 1 ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic) ใช้ในการแกว่งขึ้นของก้านลูกตุ้มผกผัน 2 ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ (LQR) ใช้ในการทรงตัวของก้านลูกตุ้มผกผัน

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.2.1 เพื่อศึกษาการหาแบบจำลองสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

1.2.2 เพื่อศึกษาการออกแบบตัวควบคุมที่ใช้สำหรับการแกว่งขึ้นและทรงตัวของระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

1.3.1 สร้างและหาแบบจำลองสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนโดยใช้สมการลากรองจ์ (Lagrange's equation)

1.3.2 ตัวควบคุมสำหรับระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนใช้ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) และตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ (Linear quadratic regulator)

1.3.3 ดีไซน์มอเตอร์ของ Dunkermotoren รุ่น GR53x58 ความเร็วรอบ 3,600 รอบ/นาที ใช้แรงดันไฟฟ้า 24 โวลท์

1.3.4 ฐานของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนมีขนาด กว้าง 30 cm ยาว 30 cm สูง 40 cm

1.3.5 แขนของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนมีขนาด กว้าง 6 cm ยาว 30 cm ก้านของลูกตุ้มผกผันมีขนาดยาว 47 cm

1.3.6 ใช้เอ็นโคเดอร์แบบออปติคัล (Optical encoder)

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ทำให้ทราบการหาแบบจำลองสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนและจำลองการควบคุม

1.4.2 ทำให้ทราบหลักการการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) และตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ (LQR) ที่ใช้กับระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

1.4.3 สามารถเป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมแบบใช้ในงานอุตสาหกรรม

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวกับทฤษฎีการควบคุม ที่ใช้ในการควบคุมอุปกรณ์ต่างๆ เช่น ลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน มอเตอร์ เป็นต้น ซึ่งเป็นการนำทฤษฎีการควบคุมมาประยุกต์ใช้กับการทดลองจริง เพื่อศึกษาระบบควบคุมการรักษาเสถียรภาพ การควบคุมตำแหน่งลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เป็นต้น โดยมีผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

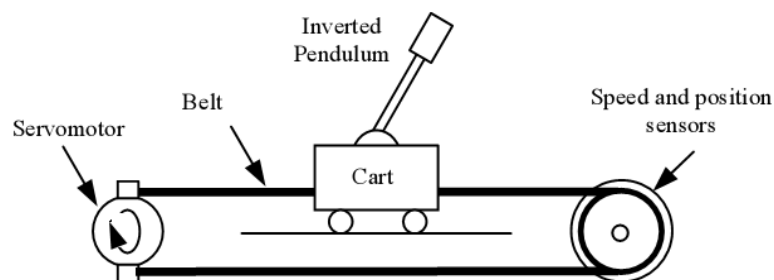
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบการควบคุมของลูกตุ้มผกผัน

ศราวุธ โพธิยา [1] เสนอการควบคุมลูกตุ้มผกผัน โดยการเหวี่ยงขึ้นจะถูกออกแบบด้วยหลักการควบคุมพลังงานและตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผันให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบน จะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ร่วมกับตัวสังเกตแบบอันดับต่ำสุดที่ถูกออกแบบด้วยวิธีการกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ ซึ่งการเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบควบคุมนั้น เพื่อให้กำจัดค่าผิดพลาดในสถานะคงตัว และเนื่องจากระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนมีตัวแปรที่ไม่สามารถวัดค่าได้บางตัวโดยตรง จึงใช้ตัวสังเกตแบบอันดับต่ำสุดเข้ามาช่วยประมาณค่าตัวแปรสถานะ



ภาพที่ 2.1 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน [1]

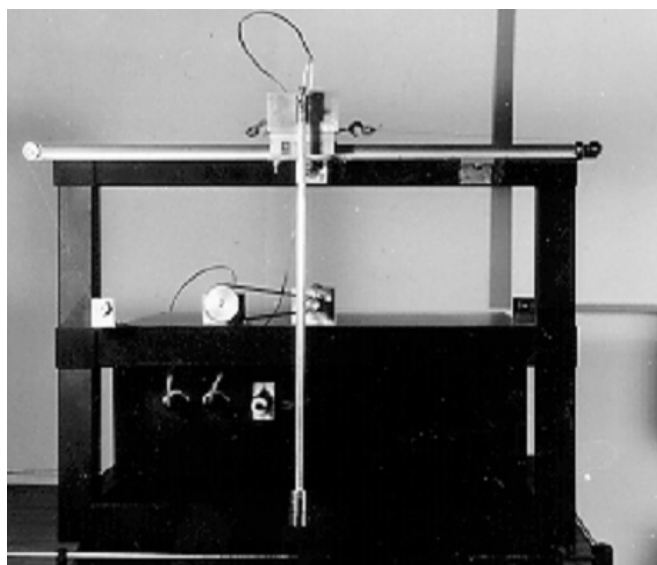
Han Y., Tzoneva R. และ Behardien S. [2] เสนอระบบลูกตุ้มผกผันและรถรางโดยมีสายพานเป็นส่งกำลังให้กับรถรางและใช้เซอร์โวมอเตอร์ในการขับเคลื่อน มีตัวเอ็นโคเดอร์เป็นตัววัดตำแหน่งของรถราง ใช้ตัวควบคุมสถานะป้อนกลับที่ออกแบบโดยแอลคิวอาร์ (LQR) ในการออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของระบบ



ภาพที่ 2.2 ระบบลูกตุ้มผกผันและรถราง [2]

สมรรถชัย ปัญญา [3] เสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบผสมระหว่างตัวควบคุมพีดีและตัวควบคุมแบบสไลด์ดิ้ง โหมดสำหรับระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ ซึ่งประกอบด้วยตัวควบคุมพีดีใช้สำหรับควบคุมตำแหน่งรถรางในการเหวี่ยงขึ้นของ ลูกตุ้มผกผันจากสมคูลล่างขึ้นไปยังจุดสมคูลบน และตัวควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดใช้สำหรับรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผัน ณ ตำแหน่งจุดสมคูล ตัวควบคุมพีดีที่ถูกออกแบบโดยเส้นทางราก (Root locus) จะควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางให้ไปและกลับจนกระทั่งเหวี่ยงเพนคูลัมขึ้นไป ณ บริเวณจุดสมคูลบน หลังจากนั้นตัวควบคุมสไลด์ดิ้งโหมดที่ถูกออกแบบโดยการวาง โพล (Pole placement) จะถูกเปลี่ยนมาให้ควบคุมเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผัน ณ ตำแหน่งจุดสมคูลบนโดยใช้เงื่อนไขการสวิตช์ (Switch)

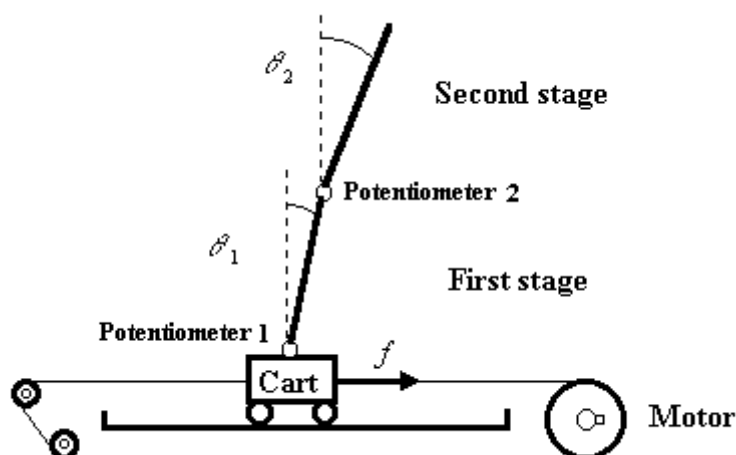
Nenad Muskinja และ Boris Tovornik [4] เสนอระบบการเหวี่ยงขึ้นของลูกตุ้มผกผัน จากตำแหน่งสมคูลล่างสู่ตำแหน่งสมคูลบน และควบคุมสมคูลให้เพนคูลัมตั้งตรงอยู่ตำแหน่งกลางของราง โดยใช้ตัวควบคุมฟัซซี่ลอจิก ควบคุมทั้งขณะเหวี่ยงขึ้นและรักษาสมคูล ณ ตำแหน่งสูงสุด การควบคุมแบบฟัซซี่ใช้หลักการทางตรรกะ เช่นเดียวกับหลักการคิดของมนุษย์ซึ่งใช้หลักการของความน่าจะเป็นและการประมาณการณ ซึ่งจะมีสมาชิกของฟังก์ชัน (Membership functions) เป็นตัวกำหนดรูปแบบการควบคุม (Algorithm)



ภาพที่ 2.3 ชุดการทดลองลูกตุ้มผกผัน [5]

สองเมือง นันทขว้าง [5] เสนอการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผัน โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีที่ถูกรออกแบบด้วยเส้นทางราก ควบคุมตำแหน่งรถในการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูลัมร่วมกับตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ที่ถูกรออกแบบด้วยวิธีการวางโพล ในการรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผัน

Weijing Zhang [6] เสนอระบบลูกตุ้มผกผันแบบสองชั้น ใช้การควบคุมสถานะป้อนกลับ ซึ่งจะแบ่งการควบคุมออกเป็นวงรอบการทำงานของตัวควบคุมสองวงปิดเพื่อควบคุมการทำงานในแต่ละสถานะ วงในจะควบคุมสถานะแรกและวงนอกจะควบคุมสถานะสอง ออกแบบตัวควบคุมโดยการกำหนดให้การควบคุมในสถานะแรกคือ $\theta_1 = \theta$ เมื่อถึงจุดสมดุลแล้วกำหนดให้สถานะแรกเป็น $\theta_1 = 0$ เพื่อให้สถานะสองสอดคล้องกับสถานะแรกกำหนดให้ $\theta_2 = \theta$ ด้วยและเป้าหมายสุดท้ายต้องการให้ $\theta_2 = 0$ ในวงนอกดังนั้น $\theta_1 = \theta_2 = 0$



ภาพที่ 2.4 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบสองชั้น [6]

วรศักดิ์ วัชรวิญญู [7] เสนอการควบคุมลูกตุ้มผกผันโดยการถอดรหัสภาพและพีชคณิตเชิงเส้น ใช้หลักการควบคุมพีชคณิตเชิงเส้นและได้นำกล้องวีซีดีมาใช้ในการประมวลผลภาพ เพื่อที่จะใช้หามุมของก้านลูกตุ้มผกผันที่กระทำกับแนวตั้ง (Vertical line) และตำแหน่งตัวรถว่าอยู่ห่างจากของรางเป็นระยะทางเท่าใด และนำข้อมูลที่ได้ไปประมวลผล แต่เนื่องจากกล้องมีการชักตัวที่ช้าจึงทำให้ส่งข้อมูลได้ช้าและไม่ต่อเนื่อง

Lychee Keo [8] เสนอการสร้างและออกแบบตัวควบคุมลูกตุ้มผกผันเคลื่อนที่ โดยการออกแบบตัวควบคุมสองชนิด ได้แก่ตัวควบคุมไม่เชิงเส้นและตัวควบคุมป้อนกลับสถานะ ซึ่งตัวควบคุมทั้งสองนี้สามารถรักษาสมดุลของลูกตุ้มผกผันเคลื่อนที่ โดยการประกันเสถียรภาพ สมรรถนะ และความคงทนของระบบไม่เชิงเส้นที่ต้องการควบคุมได้ตามต้องการ ตัวควบคุมชนิดแรกคือตัวควบคุมกำหนดอัตราขยาย ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของเทคนิคการสังเคราะห์เชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ส่วนตัวควบคุมชนิดที่สองคือตัวควบคุมป้อนกลับสถานะ ซึ่งออกแบบโดยวิธีคุมค่าเชิงเส้นกำลังสองและวิธีวางตำแหน่งโพล

ไพโรจน์ บริกัปปกุล [9] เสนอการออกแบบตัวควบคุมชนิดกระทำย้อนกลับแบบอินทิกรัลปรับตัวเองสำหรับมอเตอร์ซิงโครนัสแม่เหล็กถาวร ใช้ตัวควบคุมแบบอินทิกรัลปรับตัวเอง (Adaptive integral back stepping) โดยการออกแบบตั้งอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีของเลียปูนอฟ ทำการทดลองควบคุมความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ซิงโครนัสแม่เหล็กถาวร จากผลการทดลองพบว่าตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ให้ประสิทธิภาพสูงในการติดตามสัญญาณอ้างอิงแม้ขณะมีโหลด รวมทั้งยังสามารถกำจัด

การระบกวอนได้เร็ว และไม่มีค่าคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงตัว เนื่องจากผลของตัวอินทิกรัลและผลการปรับตัวเองเพื่อชดเชยพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลง

ชัยศรี เอี่ยมอำไพ [10] เสนอการใช้ MRAC เพื่อควบคุมตำแหน่งมอเตอร์กระแสตรง เพื่อให้ได้ผลตอบสนองดีที่สุด MRAC ถูกออกแบบด้วยวิธีเสถียรภาพของเลียปูนอฟ ทำการทดลองโดยใช้ตัวควบคุม MRAC และ PI เพื่อเปรียบเทียบผลการทดลอง จากผลการทดลองพบว่าตัวควบคุม MRAC สามารถควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์ไว้ได้อย่างถูกต้องเที่ยงตรง ถึงแม้ว่าโหลดจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันก็ตาม ซึ่งแตกต่างจะตัวควบคุม PI ที่ยังมีผลตอบสนองเบี่ยงเบนไปจากสัญญาณขาเข้าและมีความล่าช้ากว่าตัวควบคุม MRAC มาก

2.2 สมการลากรองจ์

สมการลากรองจ์เป็นสมการแบบหนึ่งที่อยู่ภายใต้ขอบเขตของกลศาสตร์ดั้งเดิม (Classical mechanics) ซึ่งเสนอโดย โจเซฟ หลุยส์ ลากรองจ์ (Joseph Louis Lagrange) โดยการคำนวณกลศาสตร์แบบลากรองจ์นี้ จะไม่ใช้แรงในการคำนวณเหมือนกับกลศาสตร์นิวตัน (Newton mechanics) แต่จะใช้พลังงานในการคำนวณแทนซึ่งประกอบไปด้วยเทอมของพลังงานสองเทอมคือ พลังงานจลน์ (Kinetic energy) และ พลังงานศักย์ (Potential energy) จึงทำให้กลศาสตร์ลากรองจ์สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการเคลื่อนที่ในแบบต่างๆที่มีความซับซ้อนได้ง่ายกว่ากลศาสตร์แบบนิวตัน โดยมีสมการดังนี้

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.1)$$

เมื่อ	L	คือ	Lagrangian function
	q_i	คือ	Generalized coordinates
	Q_i	คือ	Generalized forces

โดยที่ Lagrangian function คือผลต่างระหว่างพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ภายในระบบ คือ

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (2.2)$$

เมื่อ	T	คือ	พลังงานจลน์ของระบบทั้งหมด
	V	คือ	พลังงานศักย์ของระบบทั้งหมด
และ	Q_i	คือ	สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_i = \sum_{j=1}^N \bar{F}_j \frac{\partial \bar{r}_j}{\partial q_i} \quad (2.3)$$

เมื่อ	N	คือ	จำนวนอนุภาคหรือวัตถุในระบบ
	\bar{F}	คือ	เวกเตอร์ของแรงที่กระทำต่ออนุภาคหรือวัตถุในระบบ
	\bar{r}	คือ	เวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคหรือวัตถุในระบบ \bar{F}

2.3 ทฤษฎีการควบคุมฟัซซี

ฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic) เป็นรูปแบบหนึ่งของตรรกศาสตร์ที่นำเอาบูลีนลอจิก (Boolean logic) มาใช้ในการนิยามเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถอธิบายได้อย่างชัดเจน ความสำคัญของการใช้ฟัซซีลอจิกอยู่ที่โดยธรรมชาติแล้วการให้เหตุผล หรือการระบุค่าโดยอาศัยเหตุผลตามสามัญสำนึกของคนเรานั้นส่วนใหญ่มักจะเป็นไปในลักษณะของการประมาณ

หน้าที่ของไมโครคอนโทรลเลอร์รับสัญญาณอินพุตและสร้างสัญญาณเอาต์พุตส่งออกไป ซึ่งการจะทำได้เช่นนี้ได้นั้นจะต้องอาศัยสมการต่าง ๆ หรืออาศัยกฎเกณฑ์ต่าง ๆ มากมาย เมื่อมีอินพุตเข้ามาเมื่อพิจารณาโดยใช้สมการหรือค้นหาข้อมูลจากกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ตั้งไว้ก็จะได้รับผลลัพธ์ออกมา

อย่างไรก็ตามเมื่อปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นนั้น ก็จะทำให้กฎเกณฑ์และสมการต่าง ๆ มีเพิ่มมากขึ้นจนการวิเคราะห์ค่อนข้างยุ่งยากและมีความถูกต้องลดลง จากสาเหตุที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ต้องเปลี่ยนแนวคิดจากเดิมเวลาตัดสินใจแบบตรรกศาสตร์ก็จะเลือกไม่อย่างใดก็อย่างหนึ่ง เช่นไม่ขาวก็ดำมาเป็นในรูปแบบผสมกัน ถ้าเป็นสีก็เหมือนกับเจดสีเทาที่ผสมกันระหว่างสีดำและสีขาว จึงเป็นที่มาของแนวคิดของฟัซซีลอจิก

ยกตัวอย่างเช่น เมื่อเวลาที่เราเปิดก๊อกน้ำแล้วทำการตรวจสอบว่าอุณหภูมิของน้ำเป็นอย่างไร ถ้าน้ำร้อนมากเราก็จะหมุนลูกบิดมากเพื่อให้น้ำเย็นขึ้น แต่ถ้าน้ำร้อนไม่มากนัก เราก็หมุนลูกบิดเล็กน้อย แต่น้ำร้อนกำลังพอดีเราก็ไม่จำเป็นต้องปรับลูกบิดแต่อย่างใด

แน่นอน เราไม่เคยนิยามว่า ร้อนมาก ร้อนน้อย หรือว่าพอดี ต้องมีค่าเป็นเท่าไร? สิ่งเหล่านี้เรารู้ได้จากประสบการณ์และค่อนข้างจะแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับแต่ละบุคคล

นั่นคือไม่มีการระบุขอบเขตที่ชัดเจนระหว่างคำว่า ร้อนมาก หรือ ร้อนน้อย เช่นน้ำที่อุณหภูมิ 120 องศาจะเรียกว่าร้อนน้อยคิดเป็น 40% และร้อนมากคิดเป็น 60% ส่วนน้ำที่อุณหภูมิ 200 องศาจะเรียกว่าร้อนมากคิดเป็น 100%

2.4 การควบคุมแบบฟัซซีลอจิก

ขั้นแรกของการควบคุมแบบฟัซซีก็คือขั้นตอนที่เรียกว่า Fuzzification ซึ่งในขั้นตอนนี้ทำหน้าที่แปลงข้อมูลที่รับเข้ามาจากระบบควบคุมให้เป็นอินพุตของระบบควบคุมแบบฟัซซี คือมีความหมายเดียวกับระบบฟัซซี ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบของค่าความเป็นสมาชิก (Grade of membership) ในรูปของฟัซซีเซต ขั้นตอนนี้ก็คล้าย ๆ กับตัวอย่างก่อนหน้านี้ เช่น น้ำร้อนน้อย คิดเป็น 40% และน้ำร้อนมากคิดเป็น 60%

ขั้นตอนที่สองไปก็คือการหาตีความและวิเคราะห์อินพุตตามเงื่อนไขที่ได้มีการกำหนดไว้ หรือเข้ากฎพื้นฐานของฟัซซี (Knowledge base) แล้วจะได้ผลลัพธ์ออกมา เช่นการหาว่าถ้าน้ำร้อนน้อย คิดเป็น 100% ก็จะปรับลูกบิดเพื่อให้เย็นขึ้นเล็กน้อย (“a little bit” cooler) แต่ถ้าน้ำร้อนมากคิดเป็น 100% ก็จะปรับลูกบิดเพื่อให้เย็นขึ้นมาก ๆ (“a lot” cooler) โดยที่คำว่า “a little bit” และ “a lot” เป็นส่วนหนึ่งที่มีการนิยามเอาไว้ในส่วนของกฎพื้นฐานของฟัซซี

ขั้นตอนที่สามไปเป็นขั้นตอนที่เรียกว่า “defuzzify” โดยผลของการเข้ากฎพื้นฐานฟัซซีจะถูกแปลงกลับไปเป็นค่าเอาท์พุทจริง ผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จะถูกประมวลเข้าด้วยกัน ยกตัวอย่างเช่นเราจะคำนวณว่า คำที่บอกว่าเล็กน้อย 40% (40% of a little bit) หรือจำนวนมาก 60% (60% of a lot) หมายความว่าอย่างไรผลที่ได้จะเป็นเอาท์พุท

ในการอธิบายให้เห็นภาพในเชิงปริมาณมากกว่านี้จำเป็นต้องอธิบายไปถึงเรื่องของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership function) การนอร์มัลไลซ์อินพุต และการทำดีฟัซซีฟิเคชัน (Defuzzification) ของสัญญาณ

2.5 ตัวอย่างของการใช้ระบบควบคุมแบบฟัซซี

ในที่นี้ยกตัวอย่างที่เห็นได้ชัด คือ Inverted pendulum balancer ซึ่งเป็นกลไกที่คอยทำให้ด้ามของวัตถุสมดุลอยู่เสมอโดยการเคลื่อนที่เฉพาะที่ฐานของมันซึ่งต่ออยู่กับสายพานและมอเตอร์ มุมของด้ามของวัตถุจะใช้โพเทนชิโอมิเตอร์ (Potentiometer) หรือใช้ Optical encoder disk โดยที่เราจะต้องเก็บข้อมูลของมุมของค่ากระแสและค่าผลต่างเชิงมุมเทียบกับเวลา และใช้ข้อมูลดังกล่าวในการกำหนดว่าจะต้องจ่ายกระแสให้กับมอเตอร์มากน้อยแค่ไหน และจ่ายในทิศทางใดเมื่อเรานำข้อมูล

2 ตัวนี้มารวมกันก็จะทำให้เราได้ฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกทั้งหมด 7 ฟังก์ชันได้แก่ Negative Large, Negative Medium, Negative Small, Zero, Positive Small, Positive Medium และ Positive Large ค่าอนาลอกหนึ่งสามารถจัดเป็น 2 สถานะขึ้นอยู่กับค่าความเป็นสมาชิก ยกตัวอย่างเช่น ถ้ามุมอยู่ในช่วง -12° ถึง 12° ก็จะอยู่ในสถานะศูนย์ (“Zero” state) และถ้ามีมุม 0° ถึง 36° ก็จะอยู่ในสถานะบวกเล็กน้อย (“Positive Small”) ดังนั้นมุม 10° ก็จะมีสถานะทั้งสองสถานะข้างต้นก่อนที่จะทำการตีความค่าอนาลอกในตารางฟังก์ชันความเป็นสมาชิกต้องทำการนอร์มัลไลซ์โดยใช้สมการต่อไปนี้

$$X_{\text{normalized}} = \frac{(2^n - 1)(X_{\text{analog}} - \text{offset})}{\text{span}} \quad (2.4)$$

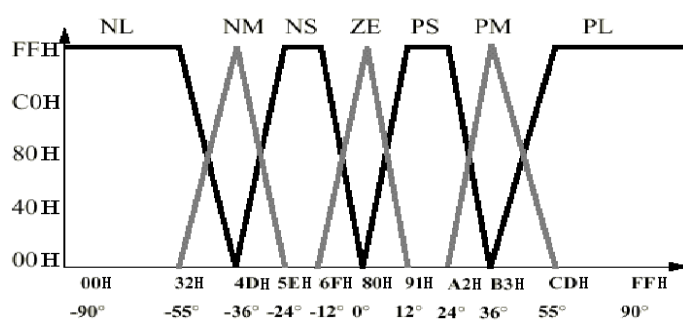
สำหรับไมโครคอนโทรลเลอร์ 8 บิตอย่าง ไมโครคอนโทรลเลอร์ 8051 จะมีค่า $n = 8$ และสำหรับเรื่องของมุมจะมีค่าของออฟเซตเท่ากับ -90° และค่าของ span เท่ากับ 90° ดังนั้นสมการจะสามารถลดรูปเป็น

$$X_{\text{normalized}} = \frac{255(X_{\text{analog}} + 90)}{180} \quad (2.5)$$

สำหรับค่ากระแสของมอเตอร์นั้นซึ่งจะค่าเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง -18 มิลลิแอมป์ถึง 18 มิลลิแอมป์ จะมีสมการต่อไปนี้คือ

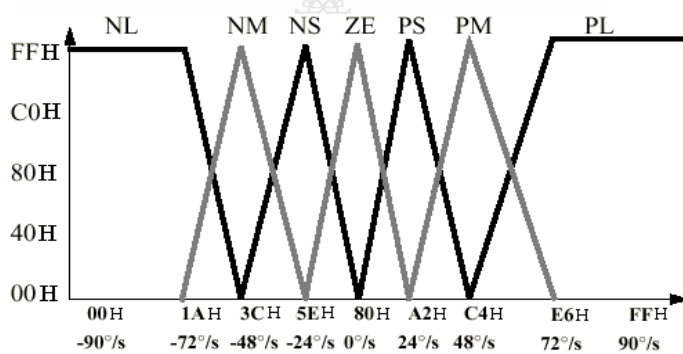
$$X_{\text{normalized}} = \frac{255(X_{\text{analog}} + 18\text{mA})}{36\text{mA}} \quad (2.6)$$

ฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกหรือความสัมพันธ์ของสมาชิก (Membership functions) สามารถนิยามโดยใช้ภาพหรือกราฟ และระบุเป็นตัวเลข ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของมุมแสดงไว้ดังภาพข้างล่าง



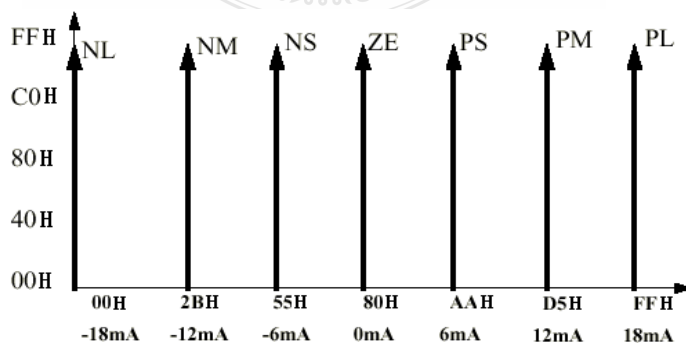
ภาพที่ 2.5 ภาพหรือกราฟฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของมุม

ส่วนฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของผลต่างเชิงมุมเทียบกับเวลา (Angle derivative) แสดงไว้ดังภาพถัดไป



ภาพที่ 2.6 ภาพฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของผลต่างเชิงมุมเทียบกับเวลา

ส่วนฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของเอาพุที่มีลักษณะเป็นแบบ “Singletons”



ภาพที่ 2.7 ภาพฟังก์ชันของความเป็นสมาชิกของเอาพุที่มีลักษณะเป็นแบบ Singletons

ในการกำหนดค่าใด ๆ มีความเป็นสมาชิกของฟังก์ชันทั้งสองที่ใกล้กันมากน้อยแค่ไหน นั้น จำเป็นต้องคำนวณความชันของด้านต่าง ๆ ของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership functions) ซึ่งคำนวณได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\text{Slope} = \frac{255}{X_2 - X_1} \quad (2.7)$$

เมื่อเราทราบค่าความชันแล้ว เราจะสามารถคำนวณหาค่าความเป็นสมาชิก (Membership function grade) ได้ ดังเงื่อนไขข้างล่างนี้คือ

If Point1 < Input < Point2:

Grade = (Input - Point1) * (Slope1)

If Input > Point2:

Grade = FFH - ((Input - Point2) * (Slope2))

จากนั้นเราต้องทำการตีความและค้นหาผลลัพธ์จากกฎเกณฑ์พื้นฐานที่มีอยู่ เช่น กฎหนึ่งระบุว่าถ้ามุมมีค่าเป็นลบเล็กน้อย (Negative small) และผลต่างเชิงมุมเทียบกับเวลา (Delta angle) เป็นศูนย์ (Zero) แล้วกระแสของมอเตอร์จะมีค่าเป็นบวกเล็กน้อย (Positive small) ตารางสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของระบบควบคุมแบบฟัซซี่ที่จะใช้ในตัวอย่างต่อไป แสดงไว้ในตาราง

ตารางที่ 2.1 ตารางสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของระบบควบคุมแบบฟัซซี่

Angle	Delta_Angle						
	NL	NM	NS	ZE	PS	PM	PL
NL	PL	PL	PL	PL	PM	PS	ZE
NM	PL	PL	PL	PM	PS	ZE	NS
NS	PL	PL	PM	PS	ZE	NS	NM
ZE	PL	PM	PS	ZE	NS	NM	NL
PS	PM	PS	ZE	NS	NM	NL	NL
PM	PS	ZE	NS	NM	NL	NL	NL
PL	ZE	NS	NM	NL	NL	NL	NL

ตัวอย่างเช่น ถ้ามุมเป็นศูนย์ (Zero) และผลต่างของมุมมีค่าลบเล็กน้อย (Negative small) แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นบวกเล็กน้อย (Positive small)

สำหรับกฎเกณฑ์ที่มีเงื่อนไขความต้องการ 2 อย่างด้วยกันนั้น เราจะกำหนดค่าความเป็นสมาชิกจากค่าต่ำสุดระหว่างค่าความเป็นสมาชิกของแต่ละเงื่อนไข ยกตัวอย่างเช่น ค่าความเป็นสมาชิกของเงื่อนไขที่ระบุว่ามุมมีค่าเป็นศูนย์มีค่าเท่ากับ 2AH ส่วนค่าความเป็นสมาชิกของเงื่อนไขที่ระบุว่าผลต่างเชิงมุมเทียบกับเวลามีค่าเป็นลบเล็กน้อย (Negative small) นั้นมีค่าเท่ากับ 6AH ดังนั้นเราจะใช้ค่าที่ต่ำที่สุดก็คือ 2AH ดังนั้นค่าเอาต์พุตจะมีค่าความเป็นสมาชิกในสถานะบวกเล็กน้อยเท่ากับ 2AH ถ้ามีกฎมากกว่า 2 กฎที่ระบุไปยังสถานะเดียวกัน วิธีพิจารณาก็คือจะใช้ค่าความเป็นสมาชิกสูงสุดของกฎเหล่านั้นและค่าความเป็นสมาชิกที่ได้จะเป็นค่าความเป็นสมาชิกของสถานะเอาต์พุต เช่นเราจำเป็นต้องพิจารณากฎเกณฑ์ 4 กฎสำหรับอินพุต 2 อินพุต โดยที่กฎเกณฑ์ทั้ง 4 กฎมีดังนี้

$$\text{Angle=ZE \& Dangle=ZE: Grade=Min (2AH, 95H) =2AH in ZE}$$

$$\text{Angle=ZE \& Dangle=NS: Grade=Min (2AH, 6AH) =2AH in PS}$$

$$\text{Angle=PS \& Dangle=ZE: Grade=Min (D5H, 95H) =95H in NS}$$

$$\text{Angle=PS \& Dangle=NS: Grade=Min (D5H, 6AH) =6AH in ZE}$$

สังเกตว่าทั้งสองกฎระบุไปที่สถานะเดียวกันก็คือ ZE ดังนั้นเราจะเลือกใช้ค่าความเป็นสมาชิกที่สูงที่สุดก็จะได้ค่าความเป็นสมาชิกของเอาต์พุตของสถานะ ZE เท่ากับ 6AH ค่าความเป็นสมาชิกในสถานะ PS มีค่าเป็น 2AH และค่าความเป็นสมาชิกในสถานะ NS มีค่าเป็น 95H

$$\text{Output} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i S_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (2.8)$$

ยกตัวอย่างเช่น

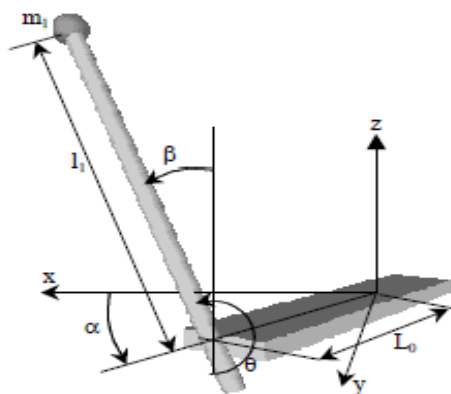
$$\text{Output}=(80H*6AH)+(AAH*2AH)+(55H*95H)/(6AH+2AH+95H)$$

$$\text{Output}=70H$$

เมื่อค่าเอาต์พุตที่ถูกนอร์มัลไลซ์แล้วถูกแปลงเป็นกระแสไฟฟ้าซึ่งเป็นสัญญาณอนาลอก เราจะได้

$$\text{กระแสเอาต์พุต Output current} = (70H/FFH)*36mA-18mA=-2.19mA$$

2.6 ระบบของลูกตุ้มผกผัน



ภาพที่ 2.8 ระบบของลูกตุ้มผกผัน

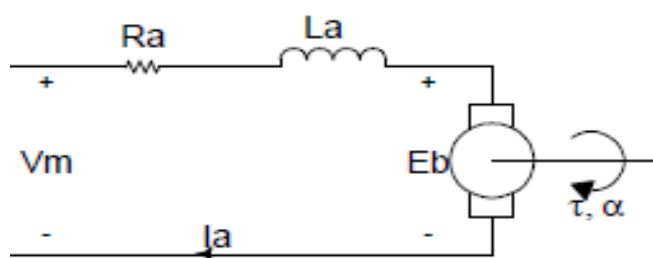
แบบจำลองทางพลศาสตร์ของลูกตุ้มผกผันจะพิจารณาตัวแปรที่มีความสำคัญ คือ β , θ และ α การแกว่งของระบบลูกตุ้มผกผันจะทำให้ระบบเกิดการเปลี่ยนแปลงมุม β , θ และ α จะเปลี่ยนแปลง

สัญลักษณ์

สัญลักษณ์	หน่วย	ความหมาย
α	rad	มุมของแกนลูกตุ้มผกผันในแนวระนาบแกน X
β	rad	มุมของแกนลูกตุ้มผกผันที่ตั้งฉากด้านบนในแนวระนาบแกน Z
θ	rad	มุมของแกนลูกตุ้มผกผันที่ตั้งฉากด้านล่างในแนวระนาบแกน Y
J_0	kg-m^2	โมเมนต์ความเฉื่อยของแกนลูกตุ้มผกผัน
J_1	kg-m^2	โมเมนต์ความเฉื่อยของก้านลูกตุ้มผกผัน
C_0	$\text{kg-m}^2/\text{s}$	ความเสียดทานของแกนลูกตุ้มผกผัน
C_1	$\text{kg-m}^2/\text{s}$	ความเสียดทานของก้านลูกตุ้มผกผัน
M_1	kg	มวลของก้านลูกตุ้มผกผัน
L_1	m	ความยาวของก้านลูกตุ้มผกผัน
L_0	m	แกนของลูกตุ้มผกผัน
K_t	N-m/A	ค่าคงที่ทรอคมอเตอร์
K_b	V-s/rad	ค่าคงที่ระหว่างแรงดันกับความเร็วของมอเตอร์

R_a	Ω	ค่าความต้านทานของขดลวด
g	m/s^2	ค่าแรงโน้มถ่วง
V_m	volt	แรงดันจ่ายให้มอเตอร์

2.7 ระบบมอเตอร์



ภาพที่ 2.9 ระบบของมอเตอร์

$$V_m = I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + E_b$$

เมื่อ	I_a	=	กระแสไหลผ่านขดลวด
	R_a	=	ความต้านทานของขดลวด
	L_a	=	ตัวเหนี่ยวนำขดลวด
	E_b	=	เบรคมอเตอร์ EMF

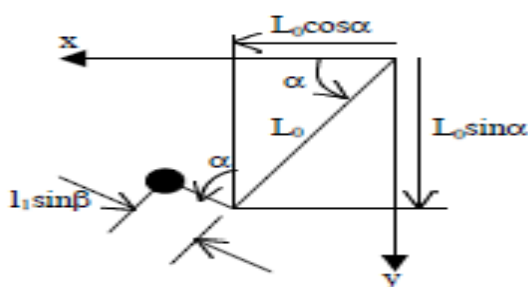
สมการ

$$\begin{aligned} E_b &= K_b \frac{d\alpha}{dt} \\ &= K_b \dot{\alpha} \end{aligned}$$

จากสมการ

$$\begin{aligned} \tau &= K_t I_a \\ &= \frac{K_t (V_m - E_b)}{R_a} \\ \tau &= \frac{K_t}{R_a} - \frac{K_t}{R_a} \dot{\alpha} \end{aligned} \tag{2.9}$$

2.8 แบบจำลองพลศาสตร์ของลูกตุ้มผกผัน



ภาพที่ 2.10 แบบจำลองพลศาสตร์ของลูกตุ้มผกผัน

พิจารณาสมการพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของลูกตุ้มผกผัน

$$T_0 = \frac{1}{2} J_0 \dot{\alpha}^2$$

$$V_0 = 0$$

พิจารณาสมการระบบทางด้านบนของลูกตุ้มผกผัน สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x_1 &= L_0 \cos \alpha + l_1 \sin \alpha \sin \beta \\ y_1 &= L_0 \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \\ z_1 &= l_1 \cos \beta \\ \dot{x}_1 &= -L_0 \dot{\alpha} \sin \alpha + l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \beta + l_1 \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta \\ \dot{y}_1 &= L_0 \dot{\alpha} \cos \alpha + l_1 \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta - l_1 \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta \\ \dot{z}_1 &= l_1 \dot{\beta} \sin \beta \\ \dot{x}_1^2 &= L_0^2 \dot{\alpha}^2 \sin^2 \alpha + (l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \beta + l_1 \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta)^2 \\ &\quad - 2L_0 \dot{\alpha} \sin \alpha (l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \beta + l_1 \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta) \\ &= L_0^2 \dot{\alpha}^2 \sin^2 \alpha + l_1^2 \dot{\alpha}^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + l_1^2 \dot{\beta}^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta \\ &\quad + 2l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \beta - 2L_0 l_1 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta - 2L_0 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta \\ \dot{y}_1^2 &= L_0^2 \dot{\alpha}^2 \cos^2 \alpha + (l_1 \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta - l_1 \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta)^2 \\ &\quad + 2L_0 \dot{\alpha} \cos \alpha (l_1 \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta - l_1 \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta) \\ &= L_0^2 \dot{\alpha}^2 \cos^2 \alpha + l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + l_1^2 \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \\ &\quad - 2l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \beta + 2L_0 l_1 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta - 2L_0 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta \\ \dot{z}_1^2 &= l_1^2 \dot{\beta}^2 \sin^2 \beta \end{aligned}$$

พิจารณาสมการมิติของลูกตุ้มผกผัน พิจารณาสมการพลังงานจลน์ T_1 และ พลังงานศักย์ V_1

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) \\ &= \frac{1}{2}J_1\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m_1L_0^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\alpha}\sin^2\beta + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\beta}^2 - m_1L_0l_1\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta \\ &= \frac{1}{2}m_1L_0^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1l_1^2)\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\alpha}\sin^2\beta - m_1L_0l_1\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta \\ V_1 &= m_1gz_1 = m_1gl_1\cos\beta \end{aligned}$$

แทนค่าสมการพลังงานในสมการของ Lagrange equation

$$\begin{aligned} L_0 &= T_0 - V_0 \\ L_1 &= T_1 - V_1 \\ L &= L_0 + L_1 \\ &= T_0 + T_1 - V_0 - V_1 \\ &= \frac{1}{2}J_0\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m_1L_0^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1l_1^2)\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\alpha}\sin^2\beta - m_1L_0l_1\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta \\ &\quad - m_1gl_1\cos\beta \\ &= \frac{1}{2}(J_0 + m_1L_0^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}(J_1 + m_1l_1^2)\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\alpha}\sin^2\beta - m_1L_0l_1\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta \\ &\quad - m_1gl_1\cos\beta \end{aligned}$$

พิจารณามุมของ α จากการหามุม $\frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= (J_0 + m_1L_0^2)\dot{\alpha} + m_1l_1^2\dot{\alpha}\sin^2\beta - m_1L_0l_1\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}\right) &= (J_0 + m_1L_0^2)\ddot{\alpha} + m_1l_1^2\ddot{\alpha}\sin^2\beta + 2m_1l_1^2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin\beta\cos\beta - m_1L_0l_1\ddot{\beta}\cos\beta \\ &\quad + m_1L_0l_1\dot{\beta}^2\sin\beta \\ &= (J_0 + m_1L_0^2)\ddot{\alpha} + m_1l_1^2\ddot{\alpha}\sin^2\beta - m_1L_0l_1\ddot{\beta}\cos\beta + m_1l_1^2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin 2\beta \\ &\quad + m_1L_0l_1\dot{\beta}^2\sin\beta \end{aligned}$$

พิจารณาผลรวมของทอร์กที่มุม α

$$\tau_\alpha = \tau_m - C_0\dot{\alpha}$$

เมื่อ $\tau_m =$ ทอร์กของมอเตอร์

$$\begin{aligned}
& (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} + m_1 l_1^2 \ddot{\alpha} \sin^2 \beta - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} \cos \beta + m_1 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \sin \beta \\
& \hspace{15em} = \tau_m - C_0 \dot{\alpha} \\
& (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} + m_1 l_1^2 \ddot{\alpha} \sin^2 \beta - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} \cos \beta + C_0 \dot{\alpha} + m_1 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta \\
& \hspace{10em} + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \sin \beta = \tau_m \hspace{10em} (2.10) \\
& (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} + m_1 l_1^2 \ddot{\alpha} \sin^2 \beta - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} \cos \beta + C_0 \dot{\alpha} + m_1 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta \\
& \hspace{10em} + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \sin \beta = \frac{K_t K_u}{R_a} u - \frac{K_t K_u}{R_a} \dot{\alpha} \\
& (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} + m_1 l_1^2 \ddot{\alpha} \sin^2 \beta - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} \cos \beta + \left(C_0 + \frac{K_t K_u}{R_a} \right) \dot{\alpha} + m_1 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta \\
& \hspace{10em} + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \sin \beta - \frac{K_t K_u}{R_a} u = 0 \hspace{10em} (2.11)
\end{aligned}$$

พิจารณาสมการของมุม β

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \beta} &= m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin \beta \cos \beta + m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + m_1 g l_1 \sin \beta \\
&= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta + m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta + m_1 g l_1 \sin \beta \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} &= (J_1 + m_1 l_1^2) \dot{\beta} - m_1 L_0 l_1 \dot{\alpha} \cos \beta \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} &= \tau_b \\
& (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} - m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} \cos \beta + m_1 L_0 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta \\
& \hspace{10em} - m_1 L_0 l_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \beta - m_1 g l_1 \sin \beta \\
& - m_1 L_0 l_1 \dot{\alpha} \cos \beta + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta - m_1 g l_1 \sin \beta = \tau_b
\end{aligned}$$

พิจารณาผลรวมของทอร์กที่มุม β

$$\begin{aligned}
\tau_\beta &= -C_1 \dot{\beta} \\
& - m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} \cos \beta + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta - m_1 g l_1 \sin \beta = -C_1 \dot{\beta} \\
& - m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} \cos \beta + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta + C_1 \dot{\beta} - m_1 g l_1 \sin \beta = 0 \hspace{10em} (2.12)
\end{aligned}$$

จัดรูปสมการ (2.10) และ (2.12) เป็นรูปแบบเมตริก

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} J_0 + m_1 L_0^2 + m_1 l_1^2 \sin^2 \beta & -m_1 L_0 l_1 \cos \beta \\ -m_1 L_0 l_1 \cos \beta & J_1 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} C_0 + m_1 l_1 \dot{\beta} \sin 2\beta & m_1 L_0 l_1 \dot{\beta} \sin \beta + \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \sin 2\beta \\ -\frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \sin 2\beta & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 g l_1 \sin \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_m \\ 0 \end{bmatrix} \hspace{10em} (2.13)
\end{aligned}$$

แทนสมการ (2.09) ในสมการ (2.11) และ (2.12) ได้

$$\begin{bmatrix} J_0 + m_1 L_0^2 + m_1 l_1^2 \sin^2 \beta & -m_1 L_0 l_1 \cos \beta \\ -m_1 L_0 l_1 \cos \beta & J_1 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_0 + \frac{K_t K_u}{R_a} + m_1 l_1^2 \dot{\beta} \sin 2\beta & m_1 L_0 l_1 \dot{\beta} \sin \beta + \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \sin 2\beta \\ -\frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \sin 2\beta & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 g l_1 \sin \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_t K_u}{R_a} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

การแปลงสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นสมการเชิงเส้น

$$\begin{aligned} y &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \bar{y} &= f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \\ y - \bar{y} &\approx (x_1 - \bar{x}_1) \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1 = \bar{x}_1 \\ x_2 = \bar{x}_2 \\ \dots \\ x_n = \bar{x}_n}} + (x_2 - \bar{x}_2) \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1 = \bar{x}_1 \\ x_2 = \bar{x}_2 \\ \dots \\ x_n = \bar{x}_n}} + \dots + (x_n - \bar{x}_n) \left. \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|_{\substack{x_1 = \bar{x}_1 \\ x_2 = \bar{x}_2 \\ \dots \\ x_n = \bar{x}_n}} \end{aligned}$$

2.9 แบบจำลองสมการเชิงเส้น

ใช้เทคนิคการหาสมการเชิงเส้น

$$\dot{\alpha} = 0 \quad \dot{\beta} = 0 \quad \ddot{\beta} = 0$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} x_1 &= \dot{\alpha} & x_2 &= \dot{\beta} & x_3 &= \ddot{\beta} \\ \bar{x}_1 &= 0 & \bar{x}_2 &= 0 & \bar{x}_3 &= 0 \end{aligned}$$

จากสมการ (2.11)

$$\begin{aligned} y &= (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} + m_1 l_1^2 \ddot{\alpha} \sin \beta - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} \cos \beta + \left(C_0 + \frac{K_t}{R_a} \right) \dot{\alpha} + m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta \\ &\quad + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta} \sin \beta - \frac{K_t}{R_a} = (\alpha, \beta, \dot{\beta}) \end{aligned}$$

$$\bar{y} = (J_0 + m_1 L_0) \ddot{\alpha} - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} - \frac{K_t}{R_a} = (0, 0, 0)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial \alpha} = C_0 + \frac{K_t}{R_a} m_1 l_1 \dot{\beta} \sin 2\beta$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| = C_0 + \frac{K_t}{R_a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial \beta} = 2m_1 \ddot{\alpha} \sin \beta + m_1 L_0 l_1 \sin \beta + 2m_1 \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos 2\beta + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \cos \beta$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial \beta} = m_1 l_1 \alpha \sin 2\beta + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta} \sin \beta$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| = 0$$

$$y - \bar{x} \approx (\dot{\alpha} - 0) \frac{\partial}{\partial \alpha} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| + (\dot{\beta} + 0) \frac{\partial}{\partial \beta} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| + (\ddot{\beta} + 0) \frac{\partial}{\partial \beta} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right|$$

$$y - \bar{x} \approx (\dot{\alpha} - 0) \frac{\partial}{\partial \alpha} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| + (\dot{\beta} + 0) \frac{\partial}{\partial \beta} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right| + (\ddot{\beta} + 0) \frac{\partial}{\partial \beta} \left. \begin{array}{l} \alpha=0 \\ \beta=0 \\ \beta=0 \end{array} \right|$$

$$= (J_0 + m_1 L_0) \ddot{\alpha} - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} - \frac{K_t}{R_b} + \left(C_0 + \frac{K_t K_b}{R_a} \right) \dot{\alpha}$$

สมการเชิงเส้น (2.11)

$$(J_0 + m_1 L_0) \ddot{\alpha} - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} + \left(C_0 + \frac{K_t K_b}{R_a} \right) \dot{\alpha} - \frac{K_t}{R_a} = 0 \quad (2.15)$$

จากสมการของสมการ 2.12

$$y = -m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} \cos \beta + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin 2\beta + C_1 \dot{\beta} - m_1 g l_1 \sin \beta$$

$$= \square (\alpha, \beta, \dot{\beta})$$

$$\bar{y} = m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} = (0, 0, 0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial \alpha} = m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \sin 2\beta$$

สมการโมเดลของลูกตุ้มผกผันสามารถเขียนแสดงออกมาได้ในรูป

$$M(\theta)\ddot{\beta} + F(\theta, \dot{\beta}) + G(\theta) = HV \quad (2.16)$$

ทำการจัดให้อยู่ในรูปทั่วไปของปริภูมิสถานะ $\dot{x} = Ax + Bu$; $y = Cx + Du$ (State space model) ในรูปสมการสถานะ (State equation) เพื่อใช้เป็นตัวแทนของระบบที่ต้องการใช้ออกแบบตัวควบคุม

- A คือ เมตริกซ์ระบบ (System matrix) ขนาด $n \times n$
- B คือ เมตริกซ์สัญญาณอินพุต (Input matrix) ขนาด $n \times r$
- C คือ เมตริกซ์สัญญาณเอาต์พุต (Input matrix) ขนาด $m \times n$
- D คือ เมตริกซ์สัญญาณป้อนไปข้างหน้า (Feed forward matrix)
(ถ้าระบบไม่มีส่วนของสัญญาณที่ป้อนไปข้างหน้าพจน์นี้จะมีค่าเป็นศูนย์)
- x คือ เวกเตอร์สถานะของระบบซึ่งมีมิติเท่ากับค่าอันดับของระบบ
- u คือ ตัวแปรอินพุต
- y คือ ตัวแปรเอาต์พุต
- M คือ จำนวนสัญญาณเอาต์พุต (Number of output)
- R คือ จำนวนสัญญาณอินพุต (Number of inputs)

โดยที่ $x = [\theta \ \beta \ \dot{\theta} \ \dot{\beta}]^T$, $y = [\theta \ \beta]$ และ $u = [V]$

จากสมการ 2.21 ทำการจัดรูปใหม่ จะได้

$$\ddot{\beta} + M(\theta)^{-1}F(\theta, \dot{\beta}) + M(\theta)^{-1}G(\theta) = M(\theta)^{-1}HV \quad (2.17)$$

จัดรูปอีกครั้ง จะได้

$$\ddot{\beta} = -M(\theta)^{-1}G(\theta) - M(\theta)^{-1}F(\theta, \dot{\beta}) + M(\theta)^{-1}HV \quad (2.18)$$

เมื่อแทนค่าลงไปนสมการสถานะ (State equation) จะได้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(\theta)^{-1} & G(\theta)] & [-M(\theta)^{-1} & F(\theta, \dot{\beta})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \beta \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [M(\theta)^{-1}H] \end{bmatrix} V$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \beta \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

พิจารณาสมการในรูปเมตริกได้ดังนี้

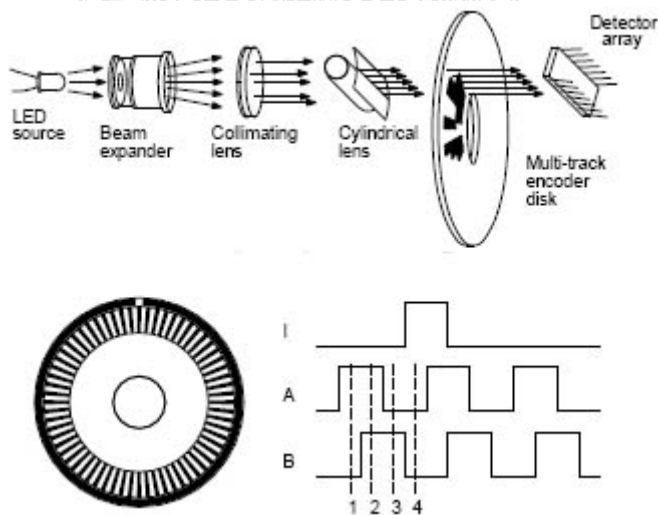
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(\theta)^{-1} & G(\theta)] & [-M(\theta)^{-1} & F(\theta, \dot{\theta})] \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [M(\theta)^{-1}H] \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.10 หลักการทำงานของเซอร์โวมอเตอร์แบบมีเอ็นโคเดอร์

เอ็นโคเดอร์ (Encoder) คือ เซ็นเซอร์วัดมุมที่มีหลักในการทำงานดังนี้คือ ให้แสงผ่านจานที่หมุนได้เนื่องจากจานดังกล่าวติดกับแกนของมอเตอร์ โดยจานที่หมุนได้นี้จะมีรูเป็นจำนวนมากน้อยขึ้นอยู่กับความละเอียดในการวัดของเอ็นโคเดอร์เมื่อแสงผ่านรูเหล่านี้แล้วจะเกิดเป็นสัญญาณพัลส์ เนื่องจากการวางตำแหน่งของรูที่เหลื่อมกัน โดยจะทำให้สัญญาณพัลส์ต่างกัน 90 องศาเพื่อใช้ในการเขียนโปรแกรมตรวจสอบทิศทางการหมุนของมอเตอร์ว่าหมุนทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกา



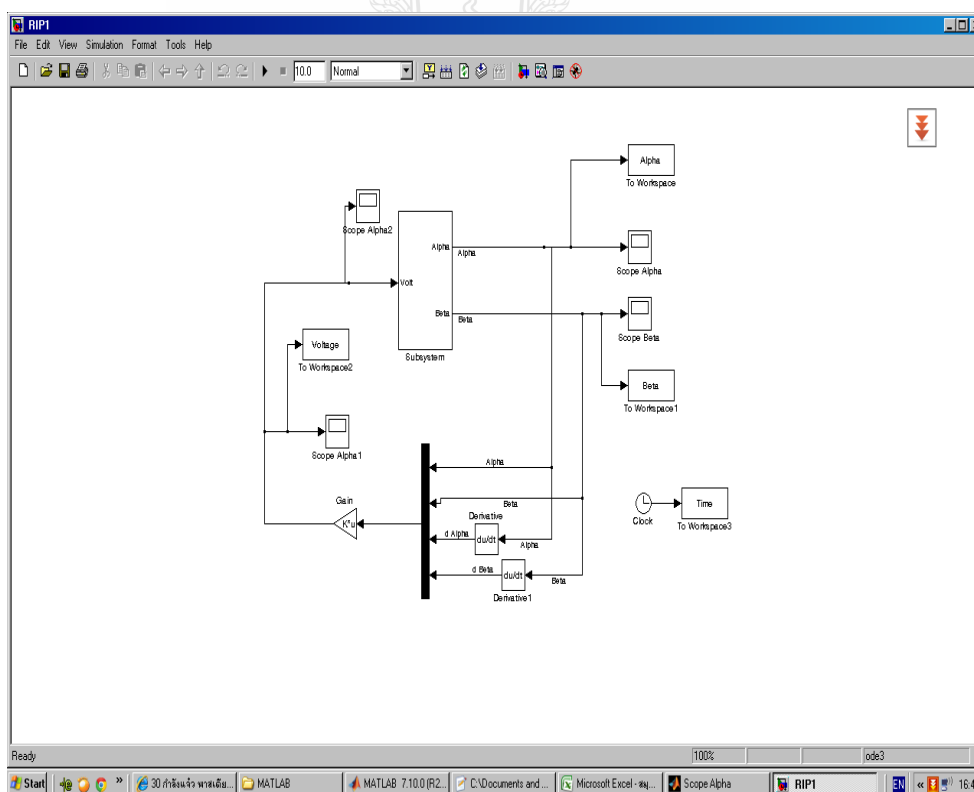
ภาพที่ 2.11 ส่วนประกอบของเอ็นโคเดอร์

2.11 หลักการทำงานของซิมมูลิงโดยใช้สมการแมทแลบ (MATLAB/Simulink)

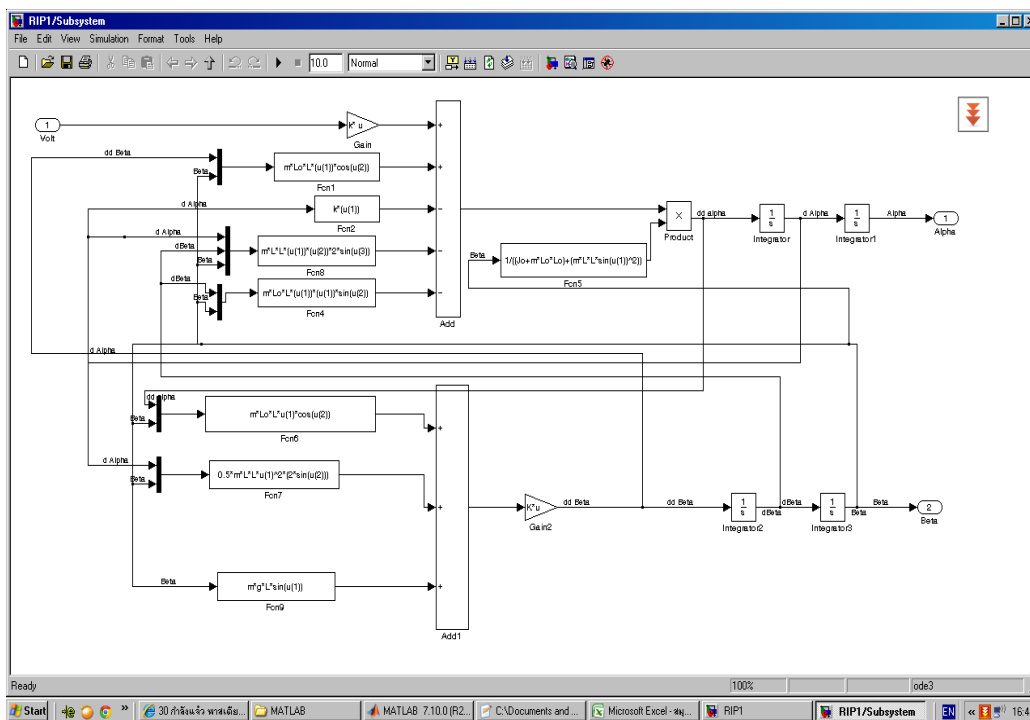
Simulink มาจากคำ 2 คำ คือ Simulation และ Link ซึ่งหมายถึงเครื่องมือ (Toolbox) ที่อยู่ในโปรแกรม MATLAB ใช้สำหรับการจำลอง และทดสอบ ตลอดจนวิเคราะห์การทำงานของระบบพลศาสตร์ในเชิงเวลาไม่ว่าจะเป็นระบบเชิงเส้น (Linear system) หรือไม่เชิงเส้น (Nonlinear system) รวมถึงระบบแบบเวลาต่อเนื่องและเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยในการจำลองระบบ Simulink จะเป็นการติดต่อกับผู้ใช้แบบกราฟฟิกโดยอาศัยการคลิกและการลากเมาส์

เมื่อต้องการวิเคราะห์สมการโดยใช้ Simulink จะต้องมีการวิเคราะห์และตั้งค่า รวมทั้งยังต้องมี Block Library ของ Continues, Discrete, Function and Table, Math, Nonlinear, Signals and System, Sink, Sources และ Subsystem ด้วย

Simulink จะทำงานภายใต้หน้าต่างที่เป็นการเชื่อมต่อรูปภาพ GUI ของ Simulink เท่านั้น การเชื่อมโยงรูปภาพเป็นการนำเอาอุปกรณ์ใน Library มาเชื่อมต่อกัน โดยอาศัยการวิเคราะห์จากสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าการเชื่อมต่ออุปกรณ์ดังกล่าวถูกต้องก็จะได้ผลการทดลองในรูปแบบที่ต้องการ



ภาพที่ 2.12 ระบบ Simulink



ภาพที่ 2.13 ระบบ Simulink ให้อยู่ในรูป Subsystem

2.12 การทำงานของแตร็คการ์ด (DAQ CARD)

การทำงานของแตร็คการ์ดคือกระบวนการอ่านค่าสัญญาณทางไฟฟ้าแล้วนำมาเก็บในคอมพิวเตอร์เพื่อการวัด การวิเคราะห์ การจัดเก็บ และการแสดงผลด้วยซอฟต์แวร์

สัญญาณทางไฟฟ้ามี 2 ประเภทคือ 1) สัญญาณอนาล็อกที่ออกมาในรูปแบบแรงดันไฟฟ้า (Voltage) ซึ่งถ้าสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วจะเรียกว่าสัญญาณแบบมีค่าความถี่ (AC) และถ้าสัญญาณมีระดับคงที่หรือเปลี่ยนแปลงช้าจะเรียกว่าสัญญาณแบบไม่มีค่าความถี่ (DC) 2) สัญญาณแบบดิจิตอลซึ่งเป็นสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่มี 2 ระดับ คือระดับต่ำ (0V) กับระดับสูง (5V) โดยสัญญาณดิจิตอลแบบลอจิกส่วนใหญ่จะใช้แรงดันสูง

อุปกรณ์ DAQ มีหน้าที่หลัก 4 อย่าง โดยสามารถทำงานได้หลายหน้าที่ในเวลาเดียวกัน

- Analog Input สำหรับสัญญาณอะนาล็อกซึ่ง DAQ สามารถรับได้หลายช่องสัญญาณ โดยวัดค่าสัญญาณแรงดันจากเซนเซอร์ต่างๆ โดยปกติจะวัดได้ตั้งแต่ -10 V จนถึง +10 V

- Analog Output สำหรับสร้างสัญญาณอะนาล็อกทั้งแบบ DC และ AC ที่เป็น Waveform

- Digital I/O สำหรับสร้างสัญญาณดิจิทัลเพื่อทำงานร่วมกับอุปกรณ์ภายนอกเช่น Switch relay LED
- Counter I/O ทำหน้าที่วัดสัญญาณจาก Encoder หรือสร้างสัญญาณ Pulse



ภาพที่ 2.14 แคร็ดการ์ด

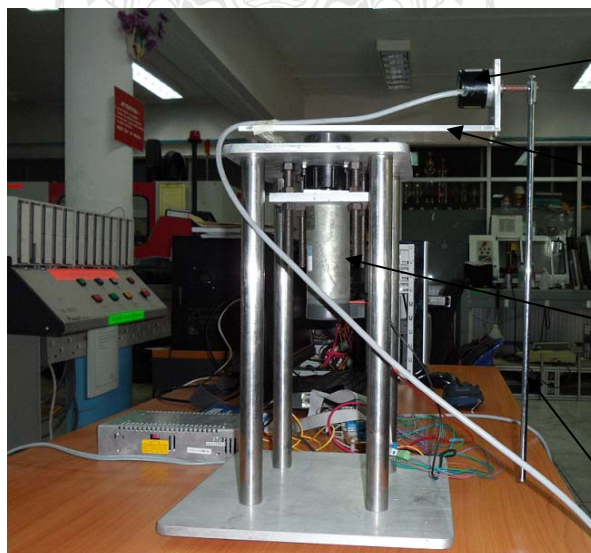


บทที่ 3

ขั้นตอนการทดลอง

ในการทดลองมีขั้นตอนการดำเนินการ โดยเริ่มจากการสร้างสมการการเคลื่อนที่ของลูกตุ้ม ผกผันแบบฐานหมุน (Mathematical model) จำลองการเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink โดยตัวควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ 1 ตัวควบคุมแบบฟัซซี (Fuzzy logic) ใช้ในการแกว่งขึ้นของ ก้านลูกตุ้มผกผัน 2 ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ (LQR) ใช้ในการทรงตัวของก้านลูกตุ้มผกผันในส่วน ที่ 1 ของการควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนใช้ระบบฟัซซีลอจิก เป็นตัวควบคุมการแกว่งขึ้นของ ก้านลูกตุ้มผกผันในส่วนที่ 2 ใช้ระบบแอลคิวอาร์ LQR เมื่อลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนแกว่งขึ้นด้าน บนตัวควบคุมแบบ LQR จะทำให้ก้านของลูกตุ้มผกผันเลี้ยวตัวอยู่ได้ โดยจำลองการเคลื่อนที่จาก โปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการทำงานของระบบ รวมทั้งศึกษา ความเป็นไปได้ในการทำงานจริง จากนั้นจึงออกแบบสร้างลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน โดยมีเอ็นโค เดอร์เป็นตัววัดมุมที่เปลี่ยนแปลงของลูกตุ้มผกผันจากนั้นเขียนโปรแกรม MATLAB/ Simulink ของ การทำงานจริงเพื่อหาค่าความเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

3.1 โครงสร้างลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน



เอ็นโคเดอร์

แกนของลูกตุ้ม
ผกผัน

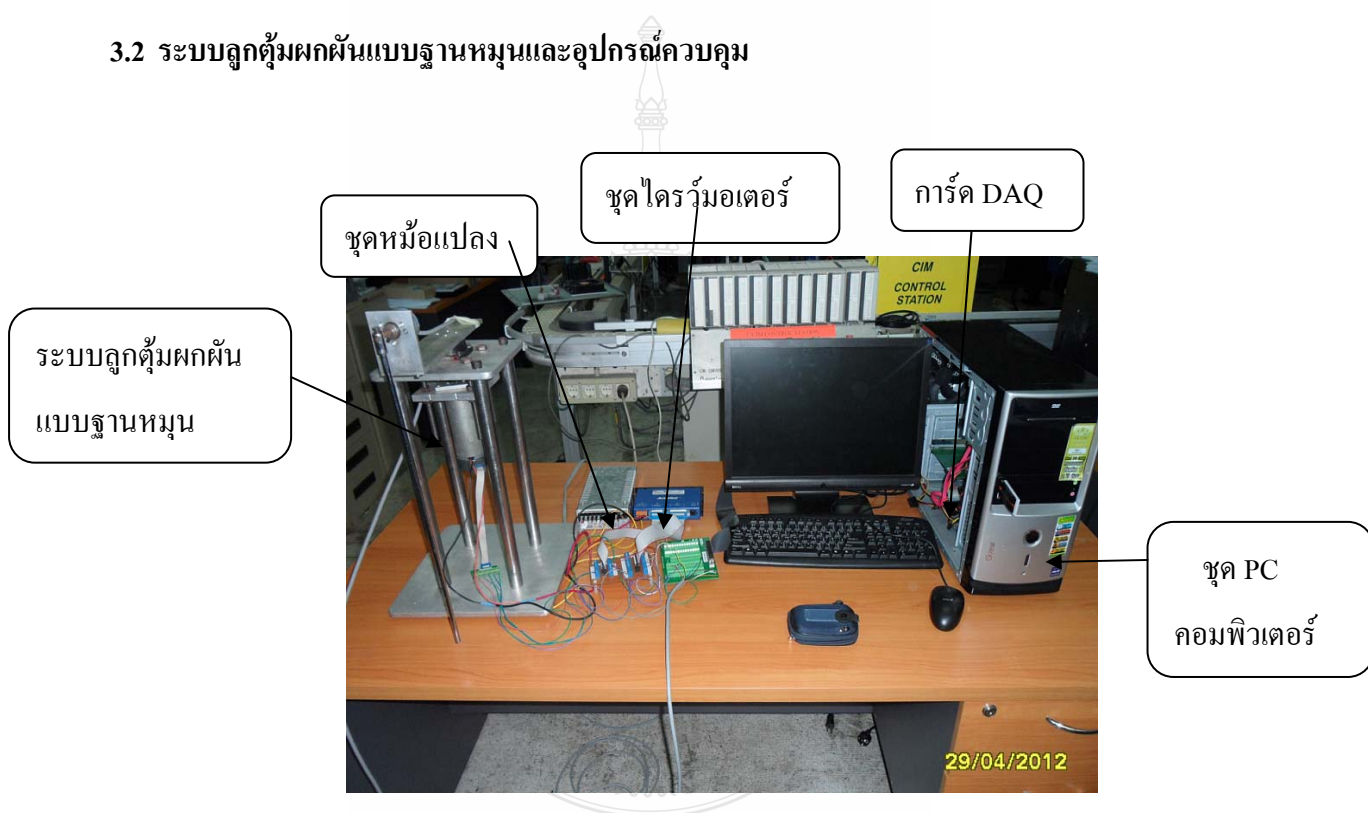
DC เซอร์โว

ก้านของลูกตุ้ม
ผกผัน

ภาพที่ 3.1 โครงสร้างลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

โครงสร้างของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนทำจากอลูมิเนียมโปรไฟล์มีขนาดความกว้าง 30 cm ยาว 30 cm สูง 40 cm ประกอบด้วยเสายึดโครงสร้างสี่เสาด้านบนยึดติดกับดีซีมอเตอร์ Dunkermotoren รุ่น GR53x58 ความเร็วรอบ 3,600 รอบ/นาที ใช้แรงดันไฟฟ้า 24 โวลต์แกนของลูกตุ้มผกผันยึดติดกับด้านบนของดีซีมอเตอร์แกนของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนมีขนาด กว้าง 6 cm ยาว 30 cm ก้านของลูกตุ้มผกผันมีขนาดยาว 47 cm ในการเลี้ยงตัวของก้านลูกตุ้มผกผันใช้เอ็นโคเดอร์แบบออปติคัลเอ็นโคเดอร์ (Optical encoder) เป็นตัวรับสัญญาณเพื่อรักษาความสมดุลของก้านลูกตุ้มผกผัน

3.2 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนและอุปกรณ์ควบคุม



ภาพที่ 3.2 ระบบลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนและอุปกรณ์ควบคุม

ในการทดลองจะใช้มอเตอร์แบบดีซีเซอร์โวมอเตอร์ (DC Servo motor) ผลิตโดย dunkermotoren รุ่น GR 53x58 แรงดันไฟฟ้าสูงสุด 60 โวลต์ ความเร็วรอบ 3450 รอบ/นาที ทอร์กสูงสุด 140 n/cm ประสิทธิภาพสูงสุด 78 % Moment of inertia เท่ากับ 460 g/cm^2 น้ำหนักของตัวมอเตอร์ เท่ากับ 1.16 Kg ใช้ขับเคลื่อนโครงสร้างผ่านทางแกนของลูกตุ้มผกผัน โดยมีเอ็นโคเดอร์ต่อกับมอเตอร์เพื่อใช้ในการวัดตำแหน่งการหมุนของมอเตอร์

dunkermotoren
advanced motion solutions



Instruction Manual / Betriebsanleitung
Motor with integrated speed controller
Motor mit integriertem Drehzahlregler
GR 53 SI / GR 63 SI

ภาพที่ 3.3 คีชีมอเตอร์

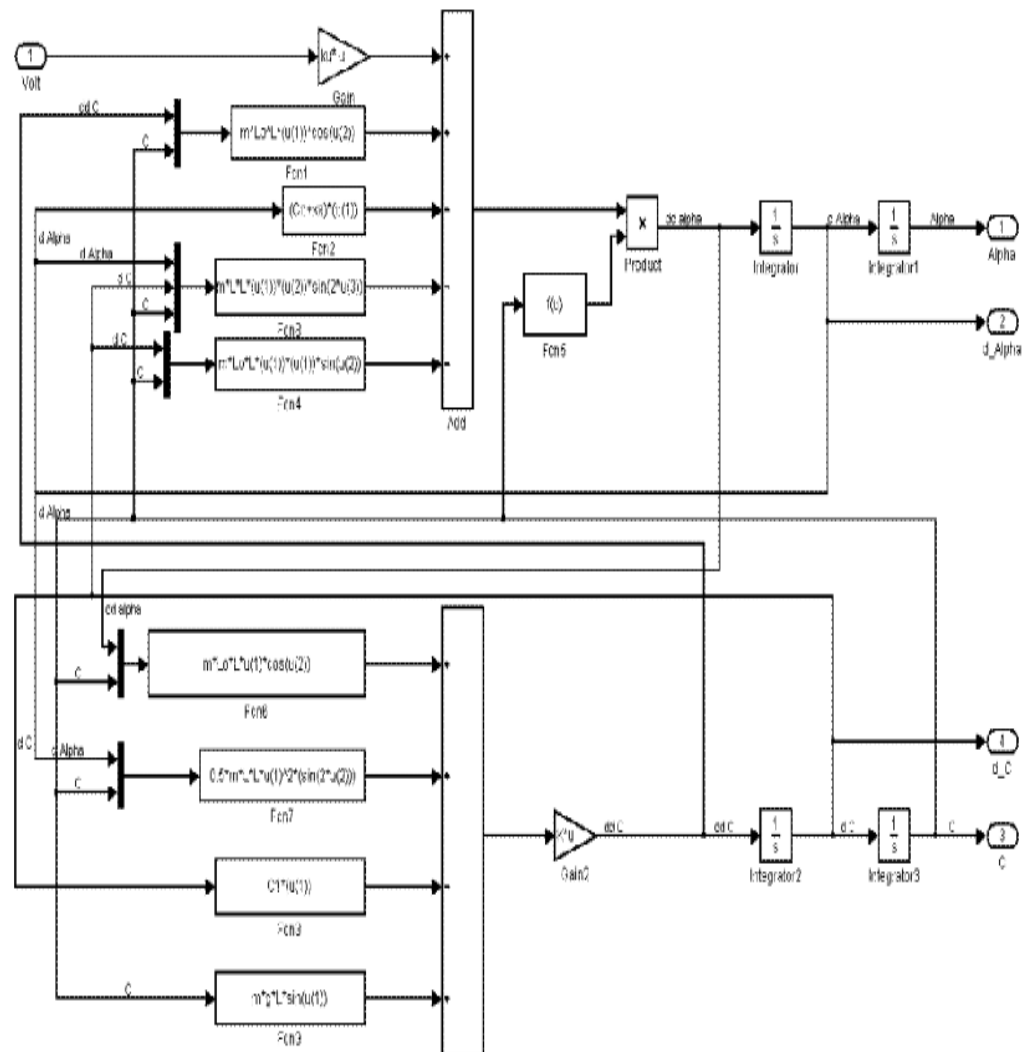
3.3 ชุดไคร่วมมอเตอร์

ชุดไคร่วมมอเตอร์ผลิตโดย Copley controls corp. รุ่น ASP-090-09 ใช้ในการควบคุมการทำงานของมอเตอร์ โดยจะรับสัญญาณการควบคุมมาจากคอมพิวเตอร์ และจะควบคุมการจ่ายสัญญาณไฟฟ้าเข้าสู่มอเตอร์

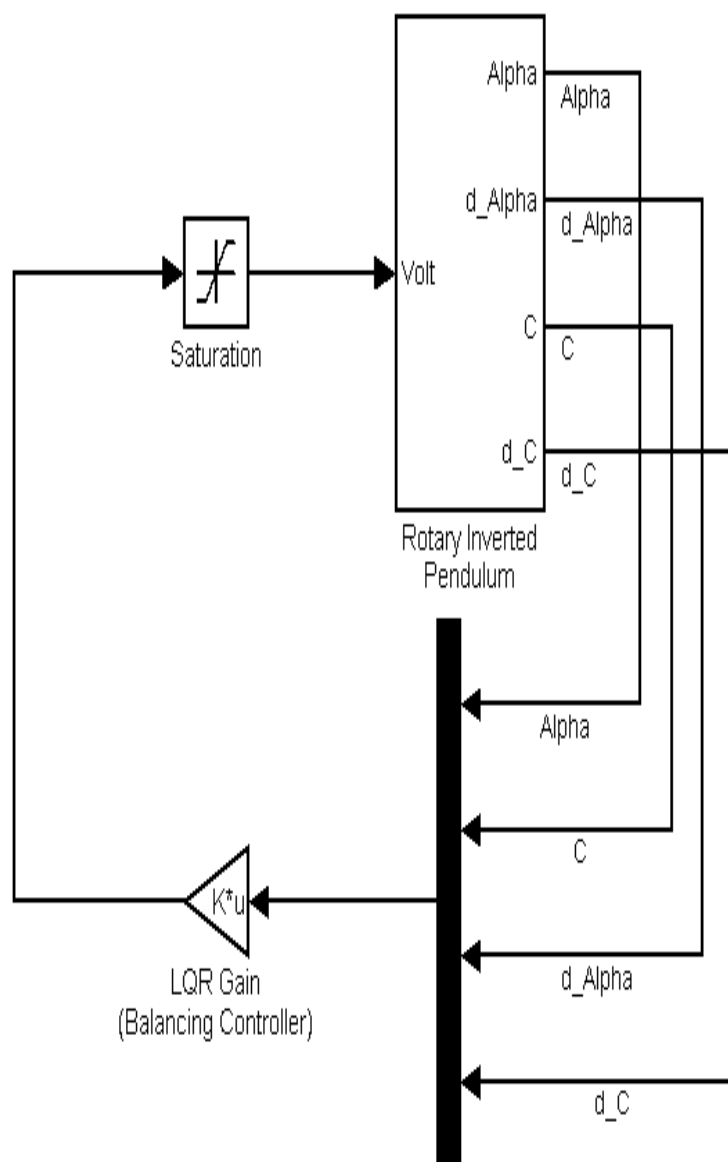


ภาพที่ 3.4 ชุดไคร่วมมอเตอร์

3.4 การออกแบบระบบควบคุมแบบแอดคิวอาร์ (LQR)



ภาพที่ 3.5 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมแบบแอดคิวอาร์



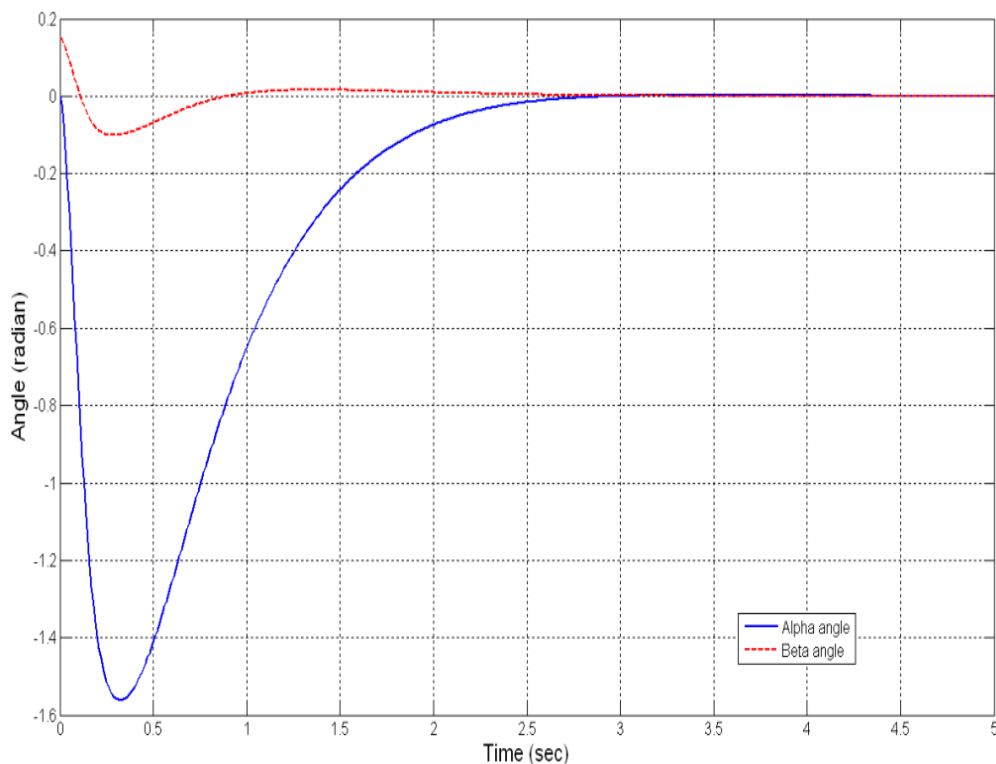
ภาพที่ 3.6 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

การออกแบบตัวควบคุมสถานะป้อนกลับได้นำหลักการควบคุมแบบแอลคิวอาร์ มาใช้ในการออกแบบโดยกำหนดตัวแปรขาเข้าของระบบเท่ากับ 0

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถหาค่าอัตราขยาย K_x เป็นค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณกำหนดค่า $Q = \text{diag} \{1 \ 500 \ 1 \ 1\}$ และ $R=0.001$ สามารถหาค่าอัตราขยาย K_x ได้คือ

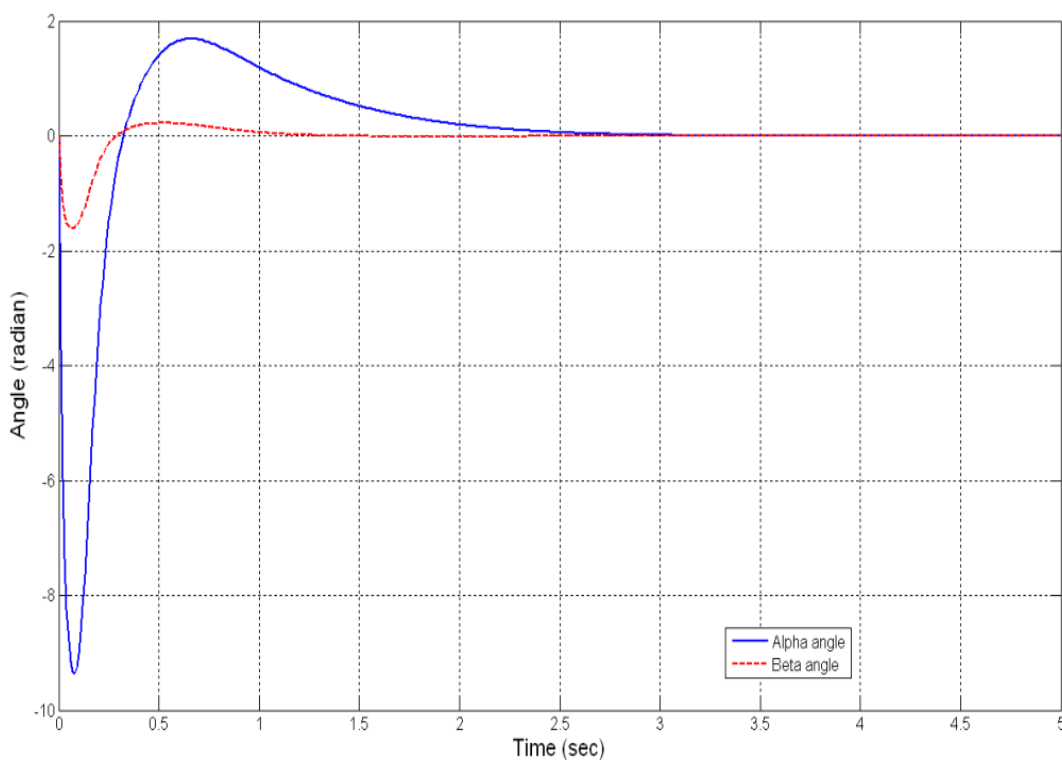
$$K_x = [-31.6 \ 1517.2 \ -55.3 \ 439.1]$$

3.5 ผลการจำลองการทำงานช่วง Balancing



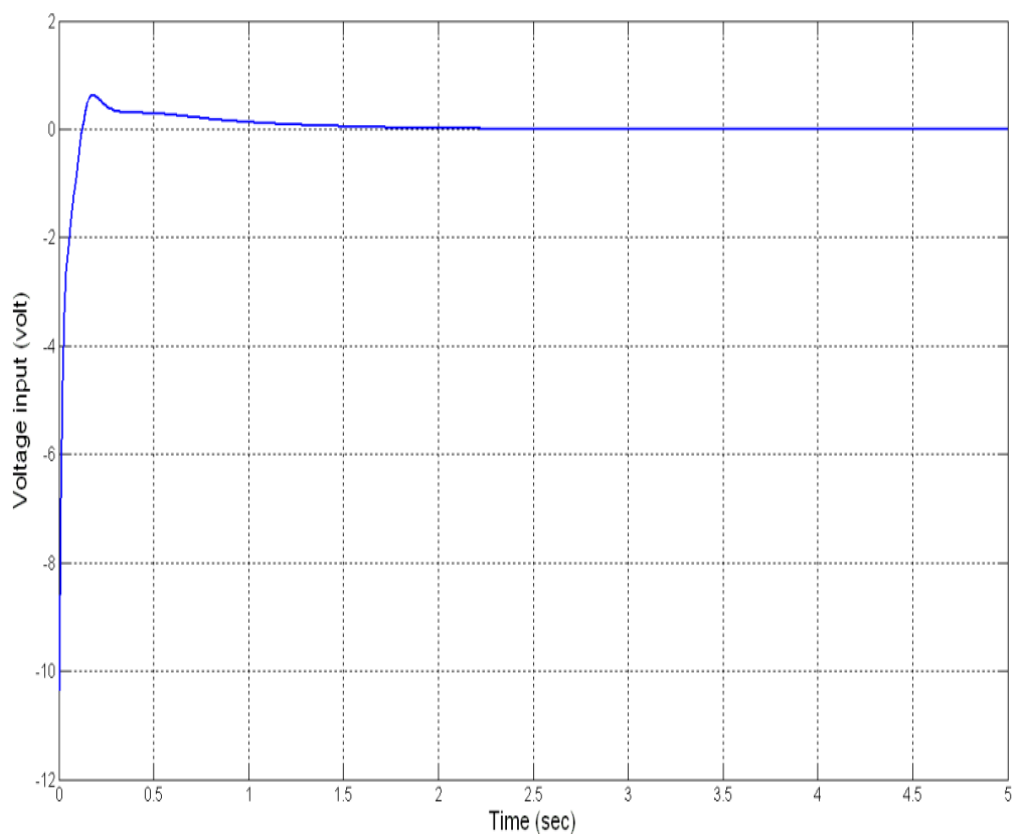
ภาพที่ 3.7 ผลตอบสนองของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลา

จากผลการจำลองการทำงานผลตอบสนองของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลา โดยที่มุม Alpha เริ่มต้นการทำงานที่ 0 radian/s มีค่า Overshoot สูงสุดที่ -1.5 radian/s และมุม Beta เริ่มต้นการทำงานที่ 0.18 radian/s มีค่า Overshoot สูงสุดที่ -0.1 radian และเข้าสู่สถานะสมดุลพร้อมกันที่ 2.6 วินาที



ภาพที่ 3.8 ผลตอบสนองของความเร็วของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลา

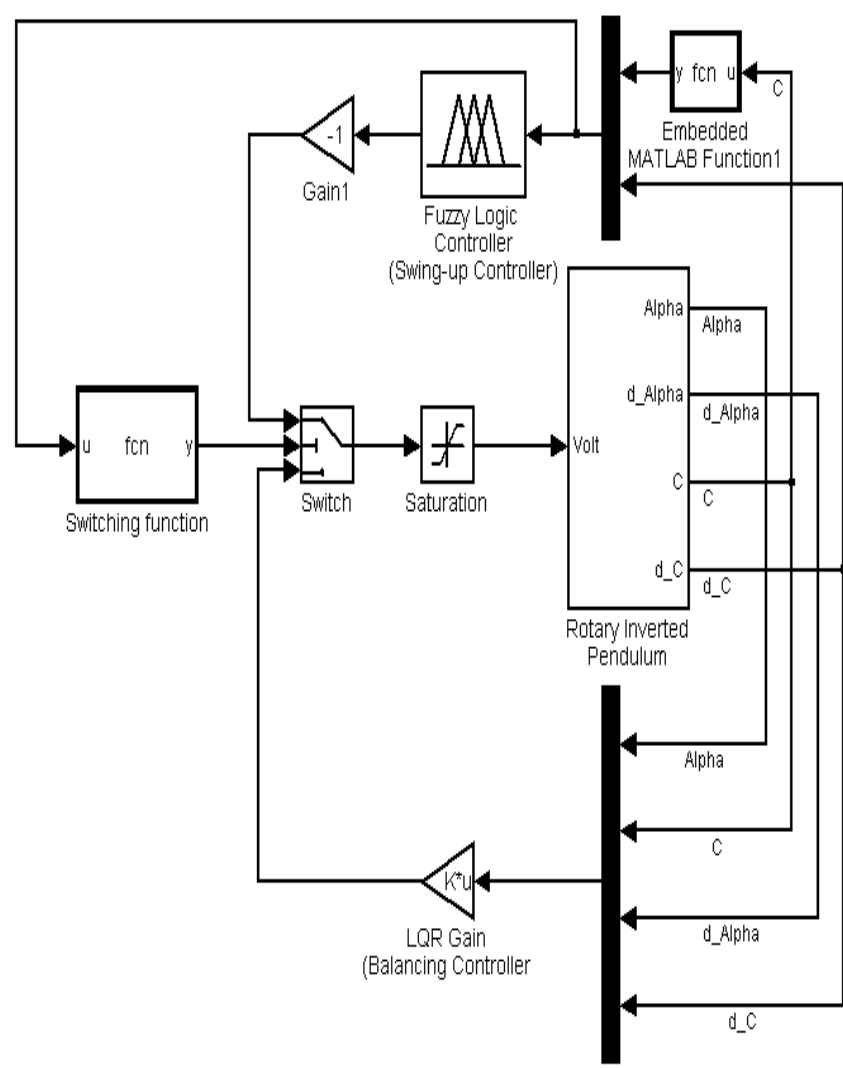
จากผลการจำลองการทำงานผลตอบสนองของความเร็วของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha เริ่มต้นการทำงานที่ 0 radian/s มีค่าสูงสุดที่ -9 radian/s และความเร็วของมุม Beta เริ่มต้นการทำงานที่ 0 radian/s มีค่าสูงสุดที่ 1.8 radian/s และเข้าสู่สภาวะสมดุลพร้อมกันที่ 2.5 วินาที



ภาพที่ 3.9 ผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลา

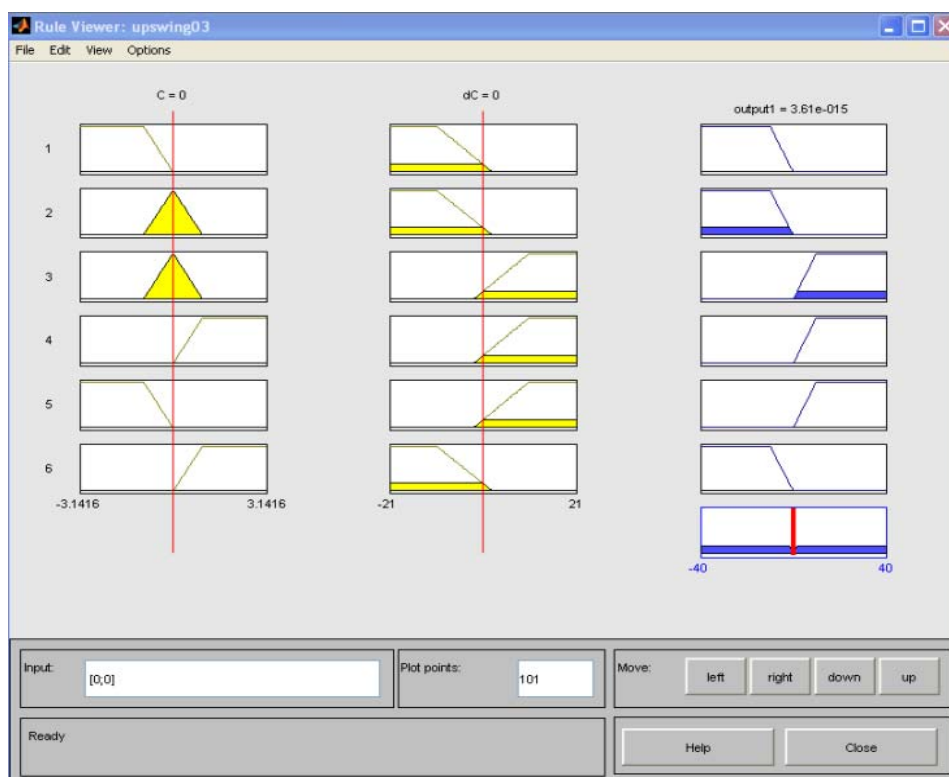
จากผลการจำลองการทำงานผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลา โดยที่แรงดันไฟฟ้ามีค่าสูงสุดเริ่มต้นการทำงานที่ -10 volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 1.5 วินาที

3.6 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิก (Fuzzy Logic)



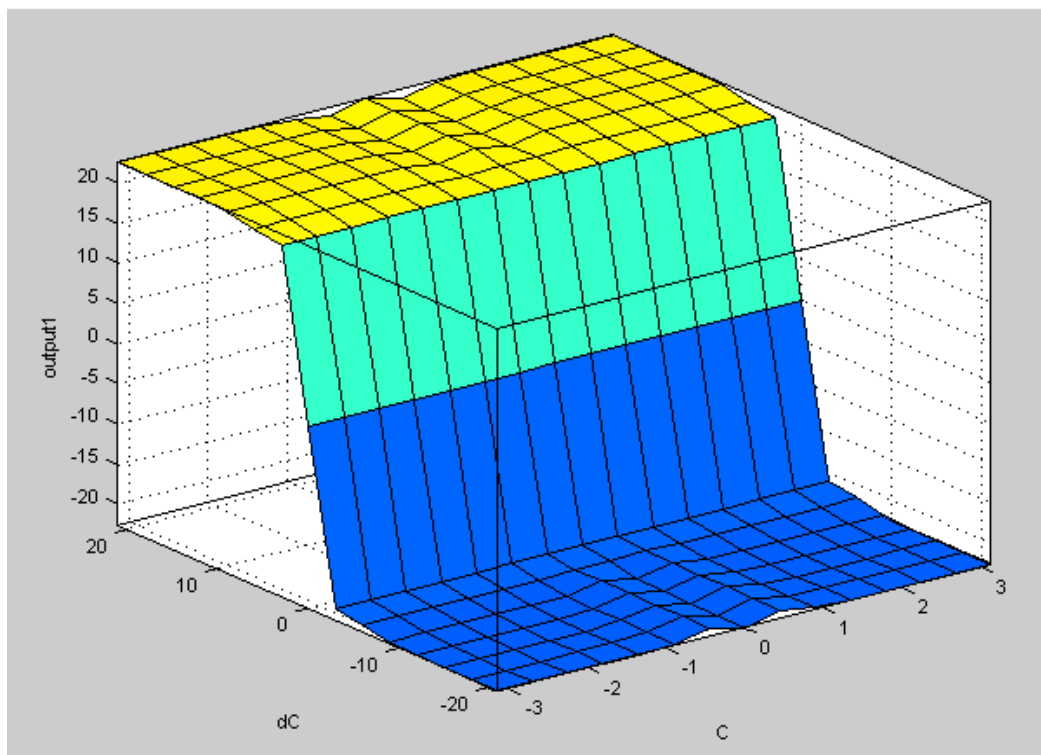
ภาพที่ 3.10 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิก

3.7 การออกแบบระบบควบคุมแบบ ฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic Control)



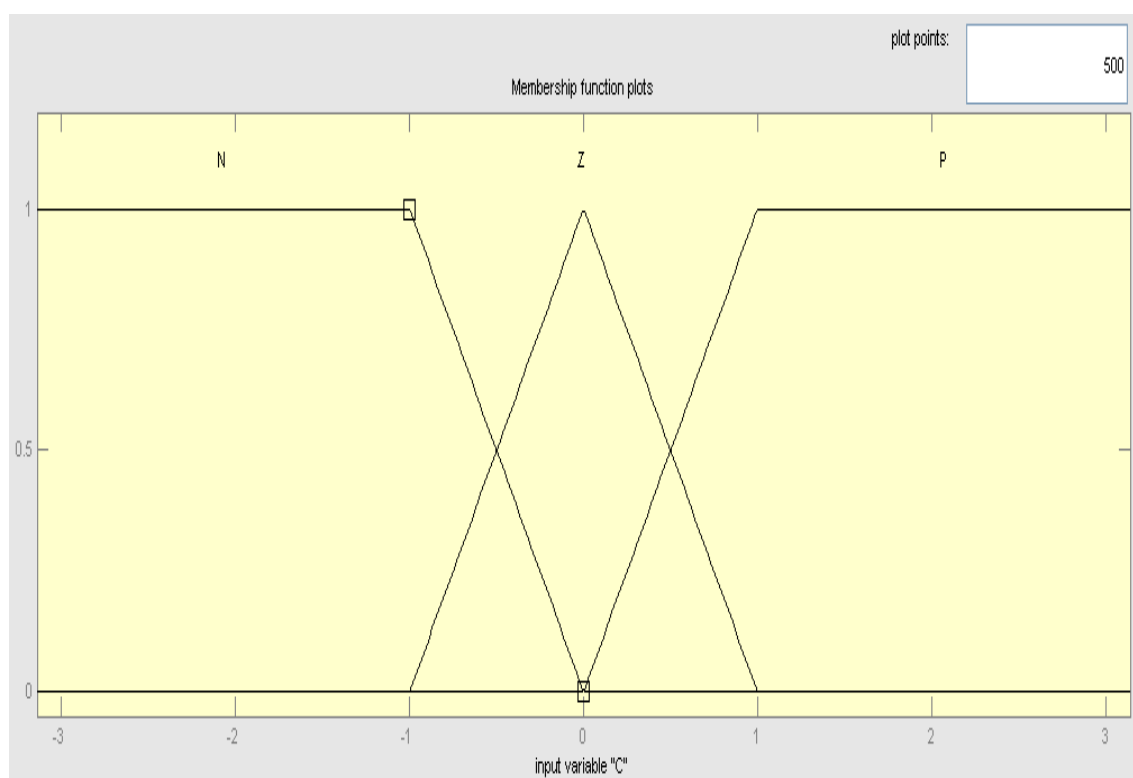
ภาพที่ 3.11 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมสมาชิกแบบฟัซซี

ระบบควบคุมแบบ ฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) สำหรับงานวิจัยนี้ได้ออกแบบฟังก์ชันความเป็นสมาชิก ในส่วนอินพุตไว้ 2 ค่า คือค่ามุม C และความเร็ว dC ซึ่งเป็นค่ามุม Beta อีกทั้งในส่วนเอาต์พุตที่กำหนดให้เป็น Volt ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C ซึ่งจะมีค่ามุมอยู่ในช่วง $[-3.146 \ 3.146]$ ส่วนฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dC ซึ่งจะมีค่าความเร็วอยู่ในช่วง $[-21 \ 21]$ และส่วนฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาต์พุตซึ่งจะมีค่าเป็นแรงดันไฟฟ้าขาออกอยู่ในช่วง $[-40 \ 40]$ ดังแสดงในภาพที่ 3.11



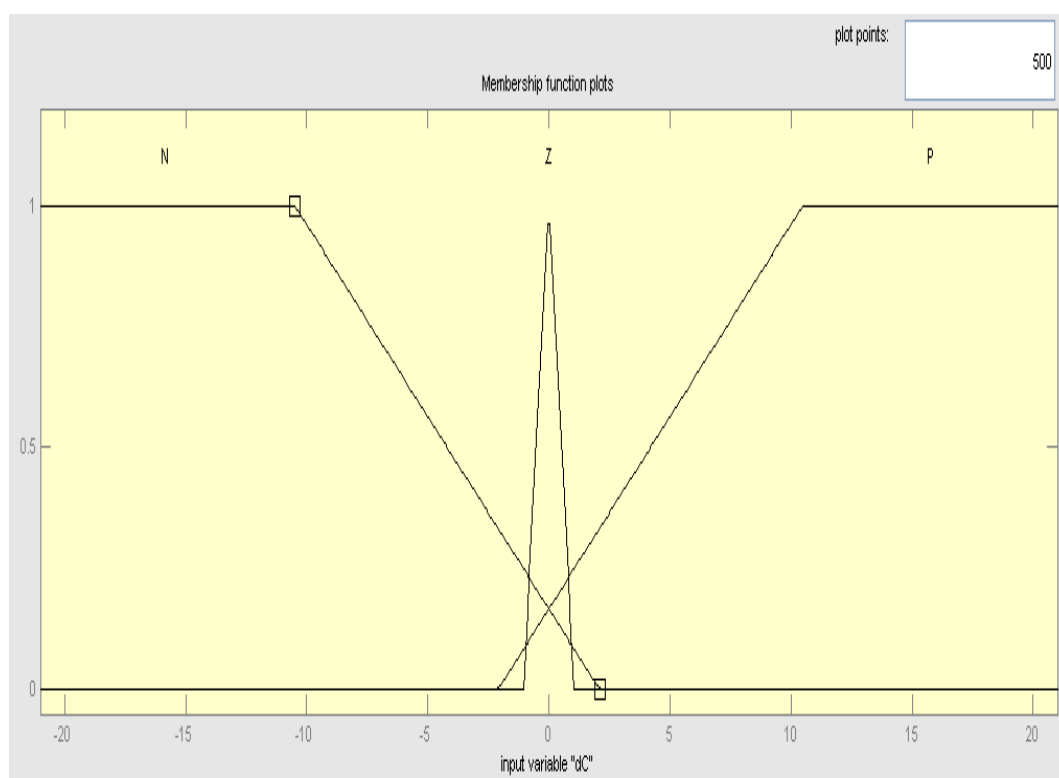
ภาพที่ 3.12 ระบบควบคุมแบบ ฟัซซีลอจิก

ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก ในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C จะมีค่าความถี่ของกราฟ เท่ากับ $[-1 \ 1]$ และฟังก์ชันความเป็นสมาชิก ในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dC จะมีค่าความถี่ของกราฟ เท่ากับ $[-21 \ 21]$



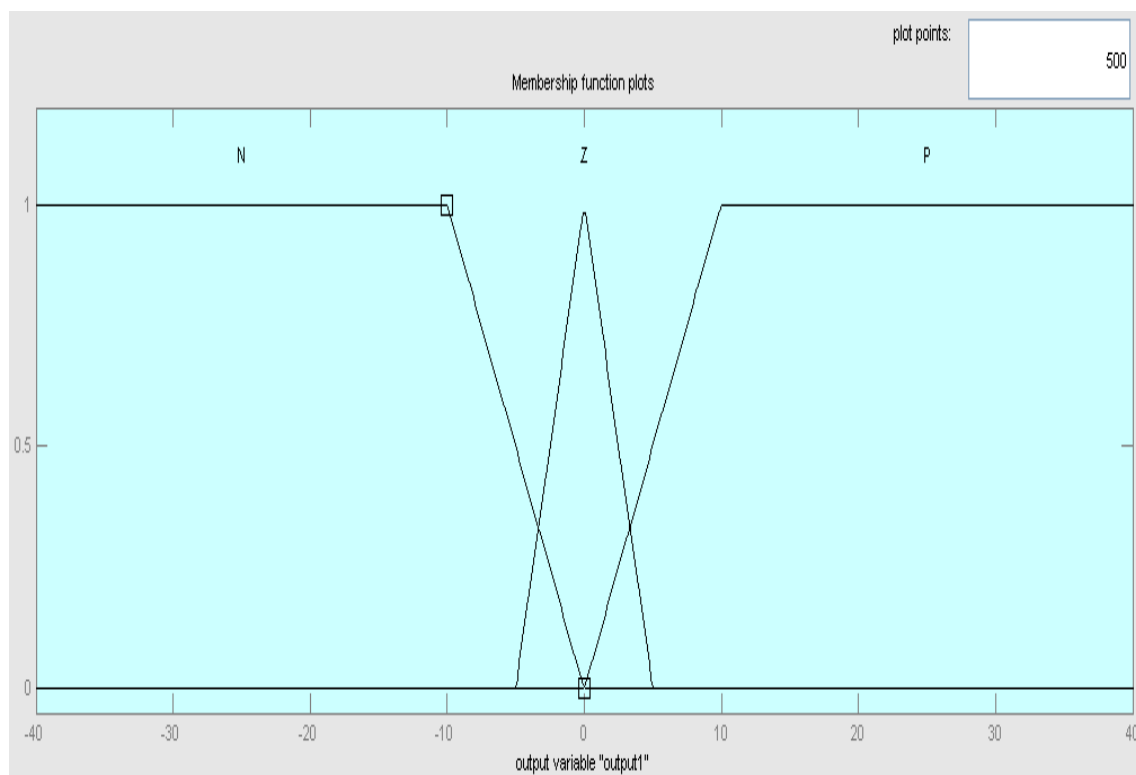
ภาพที่ 3.13 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C

การกำหนดค่าความเป็นสมาชิก โดยที่ N และ P มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C จะมีค่าความถี่ของกราฟ เท่ากับ $[-1 \ 1]$



ภาพที่ 3.14 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dc

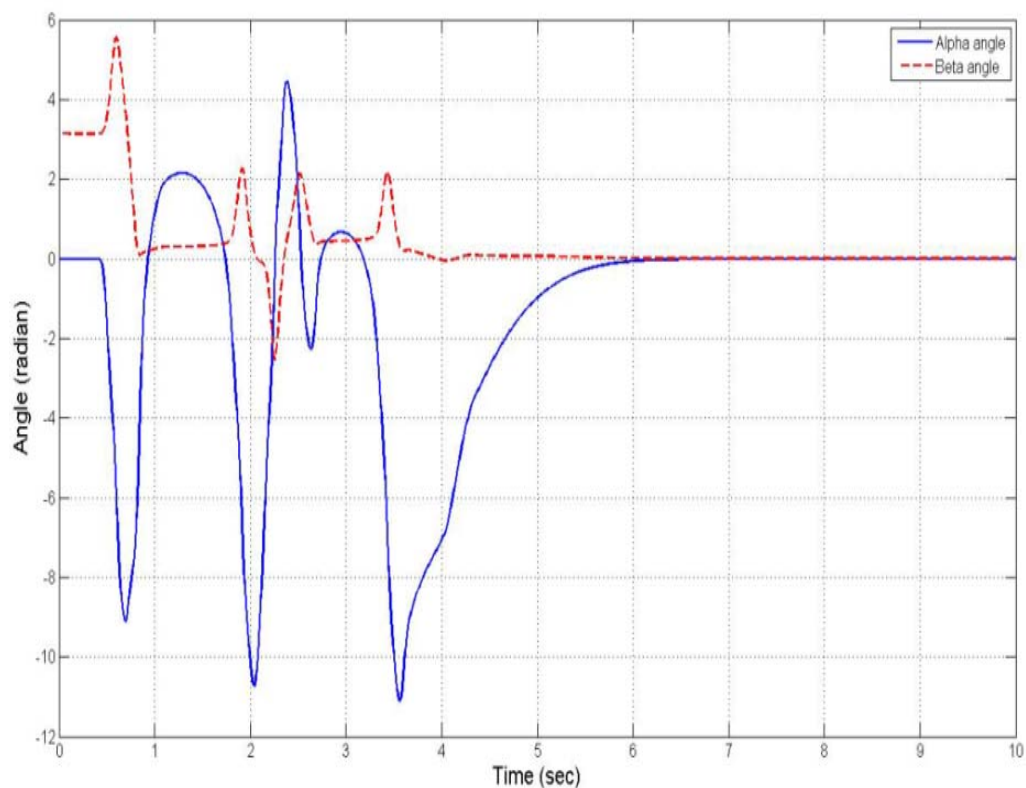
การกำหนดค่าความเป็นสมาชิกโดยที่ N มีค่าเท่ากับ -2 และ P มีค่าเท่ากับ 2 ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dc จะมีค่าความถี่ของ กราฟเท่ากับ [-1 1]



ภาพที่ 3.15 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาพุตที่ชื่อว่า output

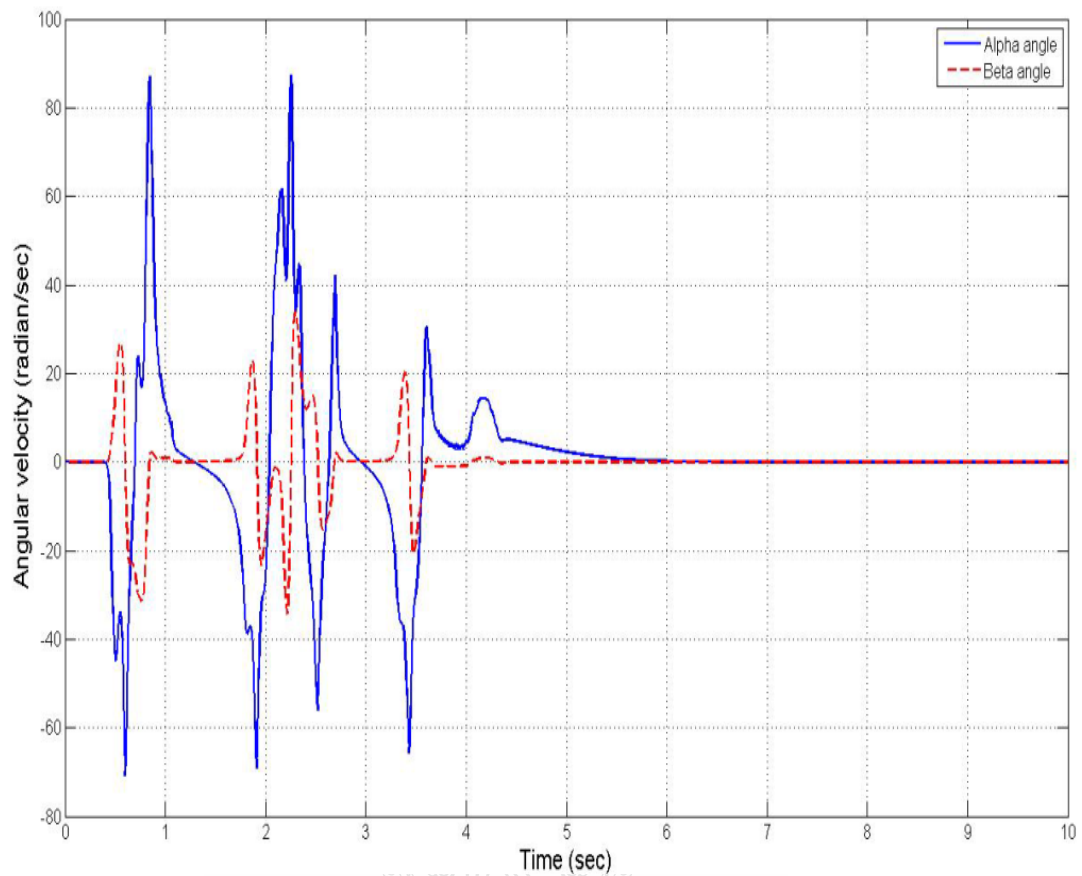
การกำหนดค่าความเป็นสมาชิก โดยที่ N และ P มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาพุตจะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ $[-5 \ 5]$

3.8 ผลการจำลองการทำงานช่วง Swing Up



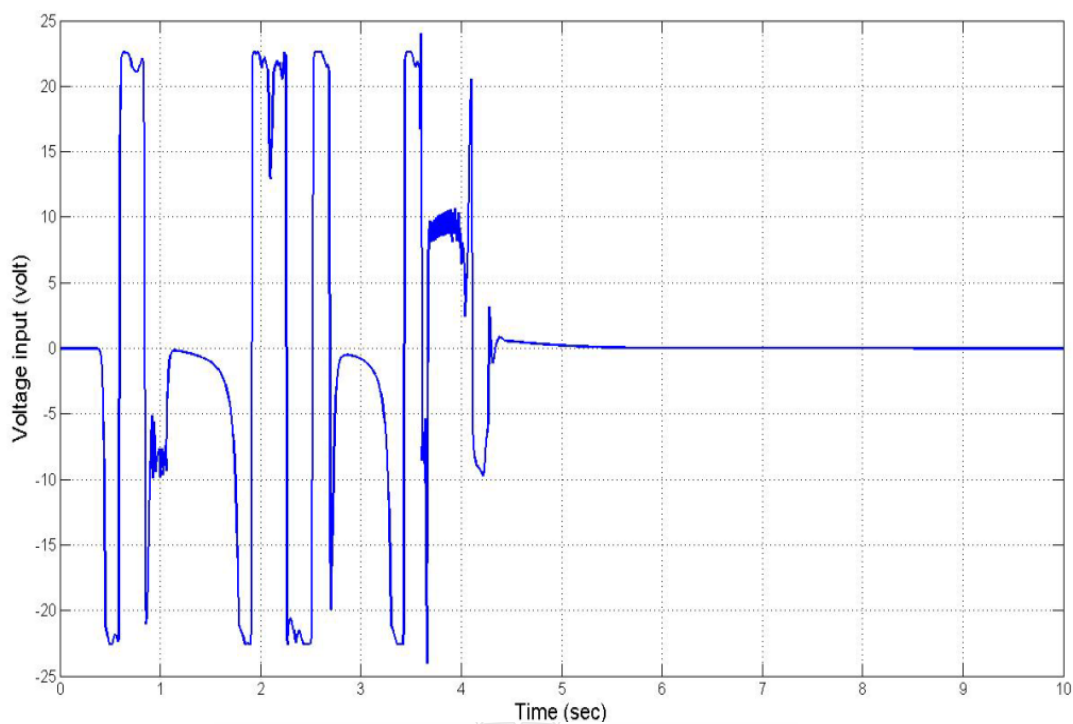
ภาพที่ 3.16 ผลตอบสนองของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลา

จากผลการจำลองการทำงานผลตอบสนองของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha เริ่มต้นการทำงานที่ 0 radian/s มีค่าของมุมสูงสุดที่ 11.5 radian และมุม Beta เริ่มต้นการทำงานที่ 3 radian/s มีค่าของมุมสูงสุดที่ 5.8 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลพร้อมกันที่ 6 วินาที



ภาพที่ 3.17 ผลตอบสนองของความเร็วของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลา

จากผลการจำลองการทำงานผลตอบสนองของความเร็วของมุม Alpha กับมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha เริ่มต้นการทำงานที่ 0 radian/s มีค่าของมุมสูงสุดที่ 85 radian/s และความเร็วของมุม Beta เริ่มต้นที่ 0 radian/s มีค่าของมุมสูงสุดที่ 38 radian/s และเข้าสู่สภาวะสมดุลพร้อมกันที่ 5.5 วินาที



ภาพที่ 3.18 ผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลา

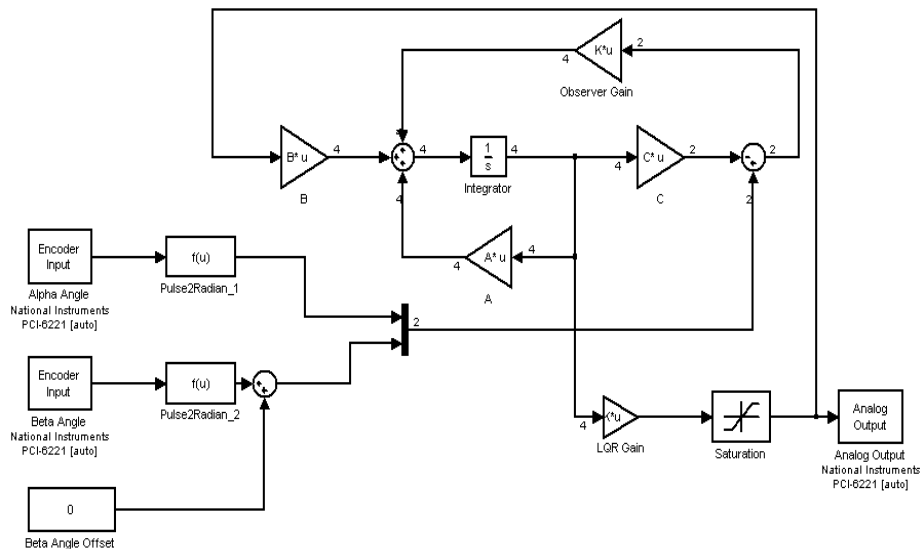
จากผลการจำลองการทำงานผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลา โดยที่แรงดันไฟฟ้าเริ่มต้นที่ 0 Volt มีค่าของแรงดันไฟฟ้าสูงสุดที่ 24 Volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5 วินาที

บทที่ 4

ผลการทดลอง

บทนี้จะกล่าวถึงผลการทดลองการทำงานของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนโดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ 1 การควบคุมแบบแอดคิวอาร์ ใช้ในการทรงตัวของก้านลูกตุ้มผกผัน 2 การควบคุมแบบฟัซซี่ลอจิก (Fuzzy logic) ใช้ในการแกว่งขึ้นของก้านลูกตุ้มผกผัน ในส่วนที่ 1 ใช้ตัวควบคุมแบบแอดคิวอาร์ เมื่อลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนแกว่งขึ้นด้านบนตัวควบคุมแบบแอดคิวอาร์ จะทำให้ก้านของลูกตุ้มผกผันเลี้ยวตัวอยู่ได้ในส่วนที่ 2 ของการควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนใช้ระบบฟัซซี่ลอจิก (Fuzzy logic controller) เป็นตัวควบคุมการแกว่งขึ้นของก้านเพนคูลัม โดยจำลองการเคลื่อนที่จากโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการทำงานของระบบ รวมทั้งศึกษาความเป็นไปได้ในการทำงานจริง จากนั้นจึงออกแบบสร้างลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน โดยมีเอ็นโคเดอร์เป็นตัววัดมุมที่เปลี่ยนแปลงของลูกตุ้มผกผันจากนั้นเขียนโปรแกรม MATLAB/Simulink ของการทำงานจริงเพื่อหาค่าความเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

4.1 การทดลองศึกษาผลตอบสนองของระบบของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนโดยใช้ระบบแอดคิวอาร์ (LQR) ในช่วง รักษาเสถียรภาพ



ภาพที่ 4.1 แผนผังในการทดลองควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบแอดคิวอาร์

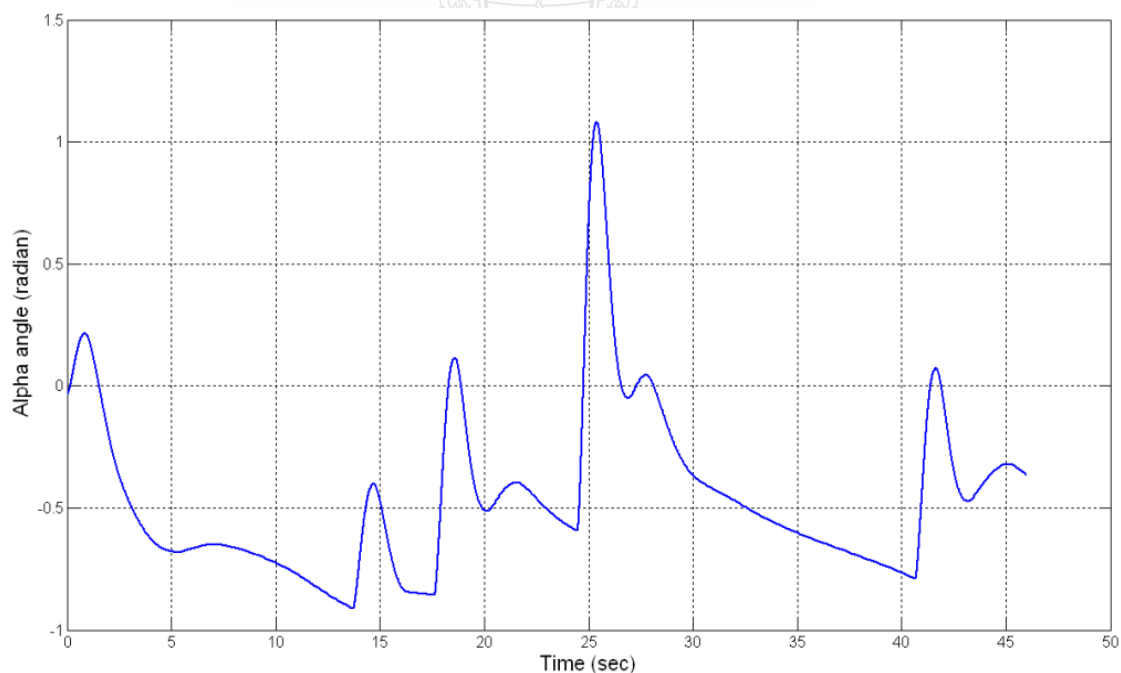
การออกแบบตัวควบคุมสถานะป้อนกลับได้นำหลักการควบคุมแบบแอลคิวอาร์มาใช้ในการออกแบบโดยกำหนดตัวแปรขาเข้าของระบบเท่ากับ 0 และใช้ตัวสังเกตการณ์เป็นตัวประมาณค่าตัวแปรสถานะเนื่องจากตัวแปรบางตัวไม่สามารถวัดค่าได้

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถหาค่าอัตราขยาย K_x เป็นค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณกำหนดค่า $Q = \text{diag} \{100 \ 10000 \ 1 \ 1\}$ และ $R = 0.08$ สามารถหาค่าอัตราขยาย K_x ได้คือ

$$K_x = [-35.3 \ 754.205 \ -34.307 \ 249.67]$$

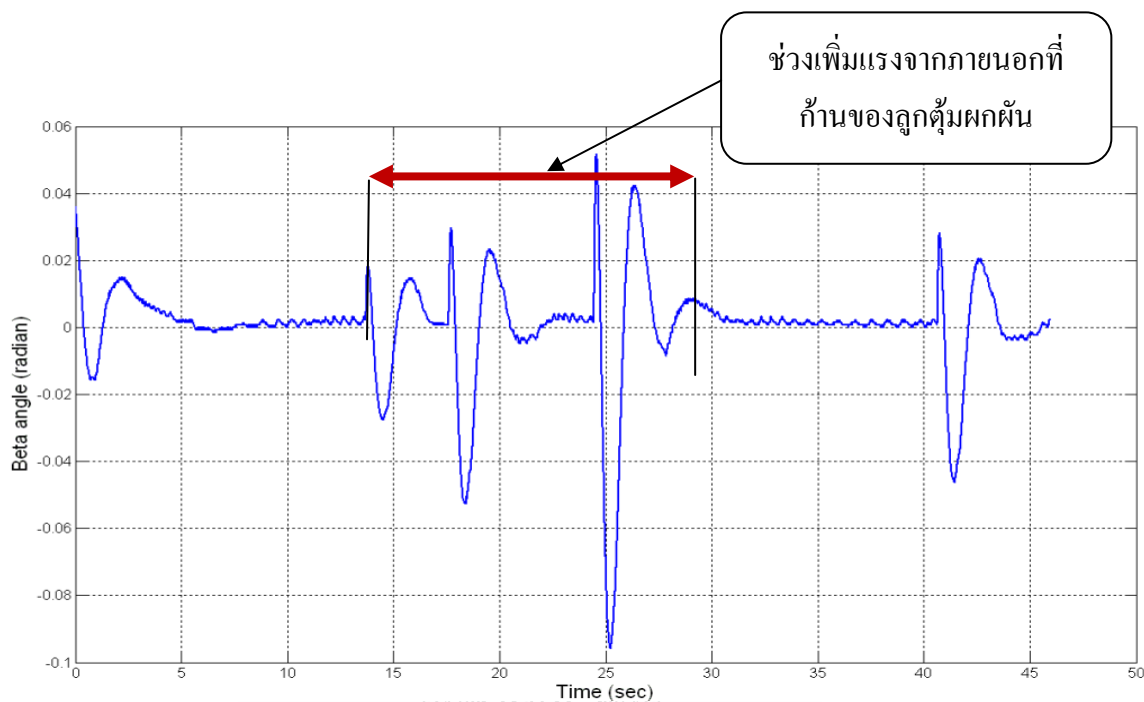
สามารถหาค่าเมตริก L เพื่อใช้ในการประมาณค่าตัวแปรสถานะโดยใช้หลักการควบคุมแบบแอลคิวอาร์ กำหนดค่า $Q = \text{diag} \{10 \ 10000 \ 1 \ 1\}$ และ $R = \text{diag} [0.005 \ 0.005]$ สามารถหาค่า L ได้คือ

$$L = \begin{bmatrix} 47.7 & 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 1414.3 & -2.1 & -15.2 \end{bmatrix}$$



ภาพที่ 4.2 ผลตอบสนองของมุม Alpha เทียบกับเวลา

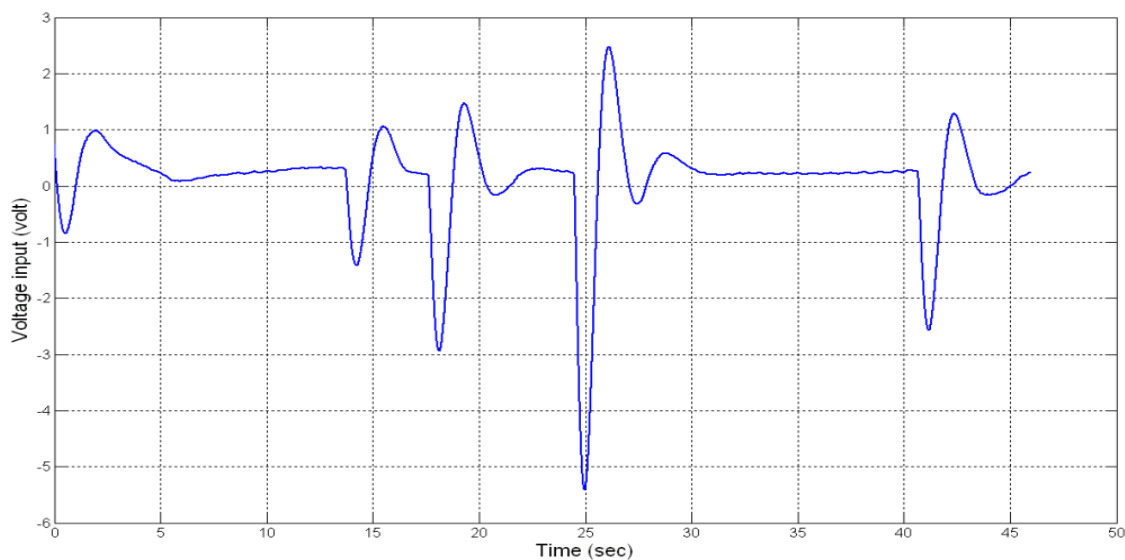
จากผลการทดลองการทำงานผลตอบสนองของมุม Alpha เทียบกับเวลา โดยที่มุม Alpha เริ่มต้นการทำงานที่ 0.03 radian มีค่ามุมสูงสุดที่ 1.1 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 18 วินาที



ภาพที่ 4.3 ผลตอบสนองของมุม Beta เทียบกับเวลา

จากผลการทดลองการทำงานผลตอบสนองของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Beta มีความเร็วของมุมสูงสุดที่ 0.09 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.5 วินาที

เมื่อเพิ่มแรงจากภายนอกเข้าไปที่ก้านของลูกตุ้มผกผันโดยการเคาะที่ก้านของลูกตุ้มผกผัน จะสังเกตเห็นว่ากราฟมีการเปลี่ยนแปลงเกิดการแกว่งเพราะมุม Beta ของก้านลูกตุ้มผกผันเกิดการเปลี่ยนแปลง แต่ลูกตุ้มผกผันยังรักษาสภาวะสมดุลและสามารถเล็งก้านของลูกตุ้มผกผันให้เข้าสู่สภาวะสมดุลอยู่ได้



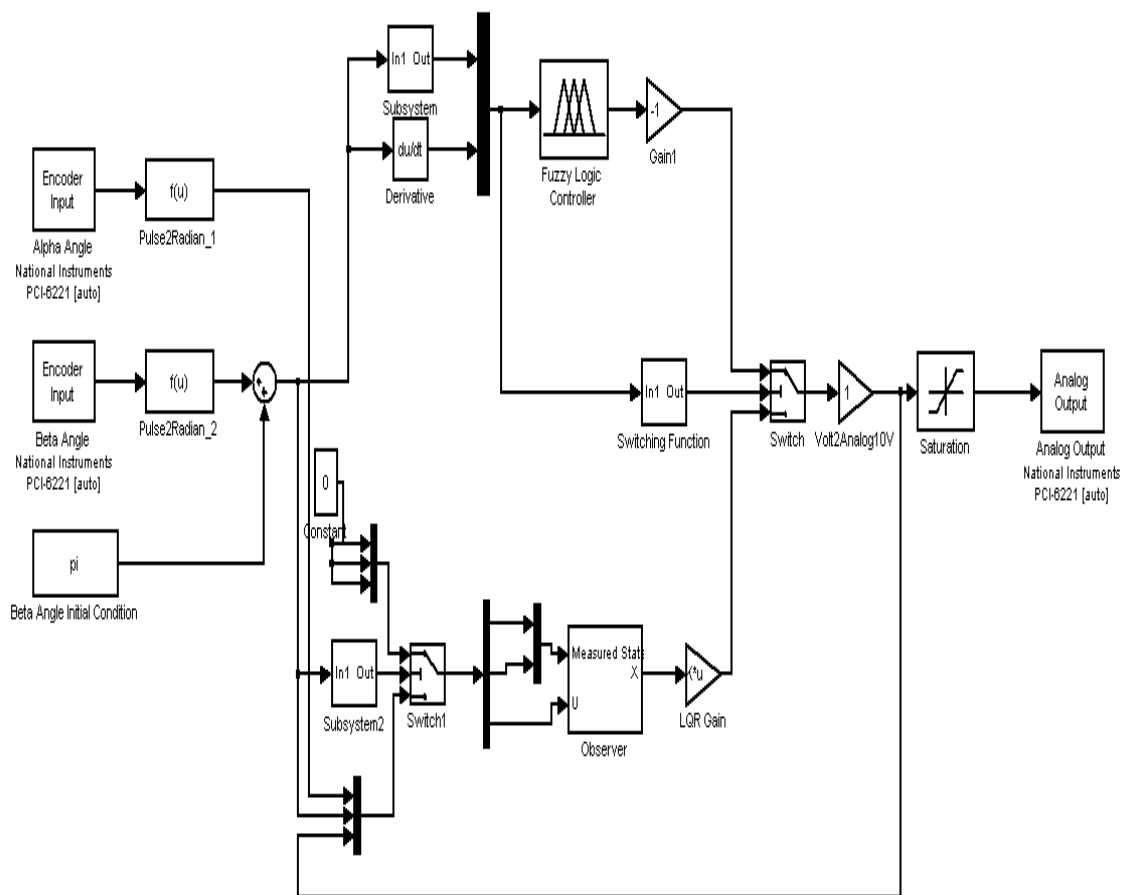
ภาพที่ 4.4 ผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลา

จากผลการทดลองการทำงานผลตอบสนองของโดยที่แรงดันไฟฟ้ามี ค่าสูงสุดที่ -5.5 volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.1 วินาที

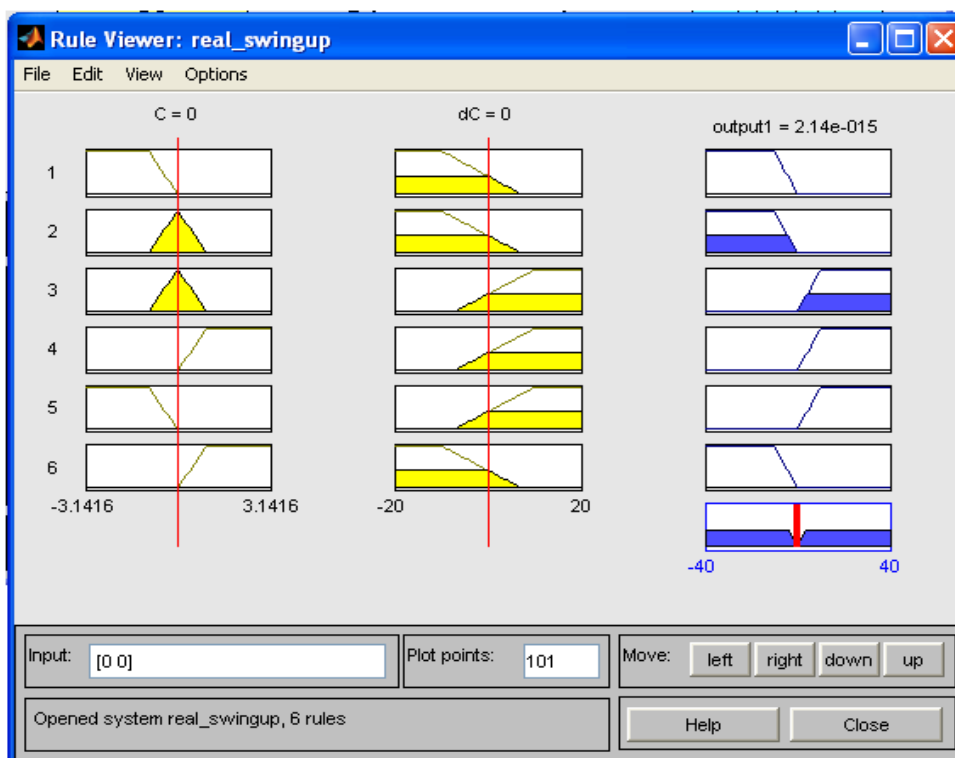
จากผลการทดลองการทำงานจริงของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมแบบแอดคิวนารี โดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนด ให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [0.03 \ 0.09]$ ผลการทดลองระหว่าง Angle vs Time จะพบว่ามุมของแสดงผลของมุม Alpha เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha มีค่าสูงสุดที่ 1.1 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 18 วินาทีและผลของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Beta มีค่าสูงสุดที่ 0.09 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.5 วินาที

จากผลการทดลองระหว่าง Voltage input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่า การจ่ายไฟให้กับดีซีมอเตอร์ ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกนของลูกตุ้มผกผันเกิดการแกว่งและก้านของลูกตุ้มผกผันตั้งขึ้นและรักษาเสถียรภาพแสดงผลของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดันไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ -5.5 volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.1 วินาที

4.2 การทดลองศึกษาผลตอบสนองของระบบของการควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนโดยใช้ระบบ ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิกในช่วงแกว่งขึ้น

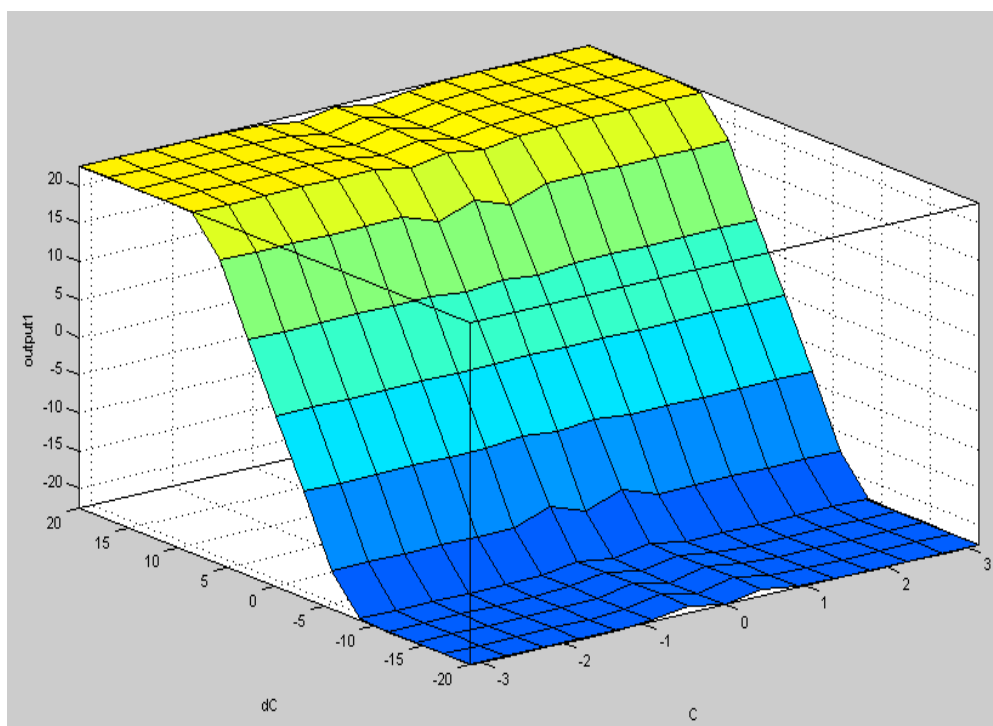


ภาพที่ 4.5 แผนผังการทดลองควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก



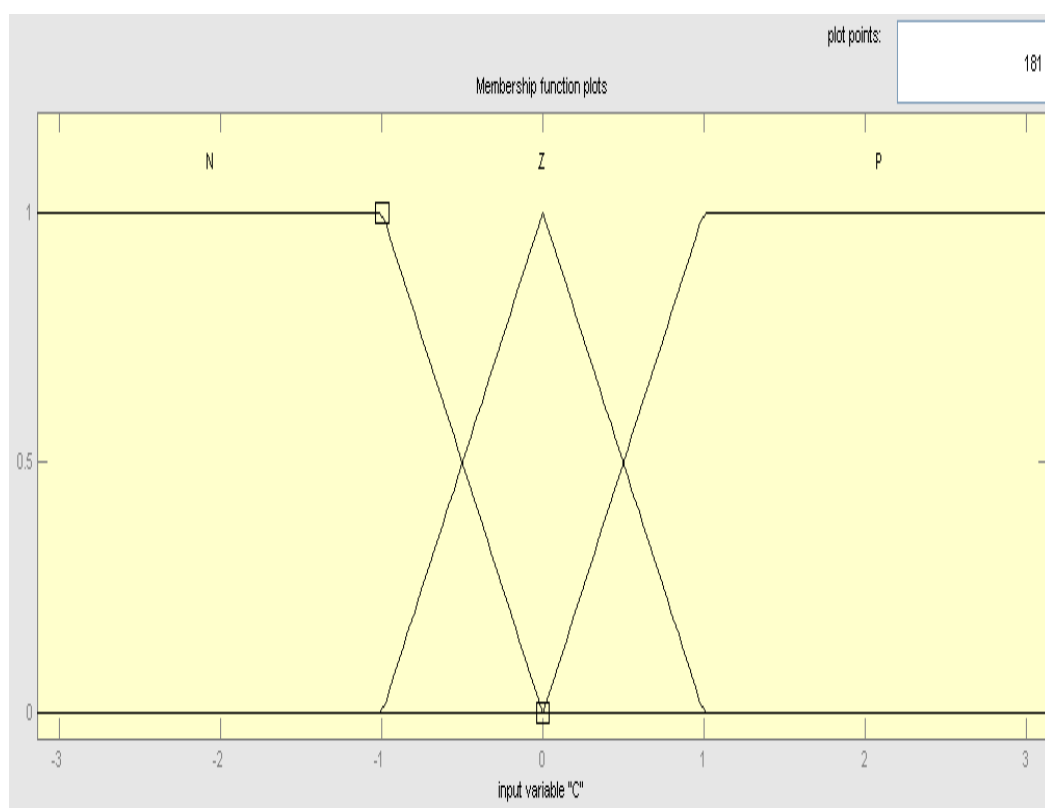
ภาพที่ 4.6 การสร้างแบบจำลองของตัวควบคุมสมาชิกแบบฟัซซีลอจิก

ระบบควบคุมแบบ ฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) สำหรับงานวิจัยนี้ได้ออกแบบฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership function) ในส่วนอินพุตไว้ 2 ค่าคือ C และ dC อีกทั้งในส่วนเอาต์พุตกำหนดให้เป็น Volt ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C ซึ่งจะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ $[-3.146 \ 3.146]$ ส่วนฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dC ซึ่งจะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ $[-21 \ 21]$ และส่วนฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาต์พุตซึ่งจะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ $[-40 \ 40]$ ดังแสดงในภาพที่ 4.6



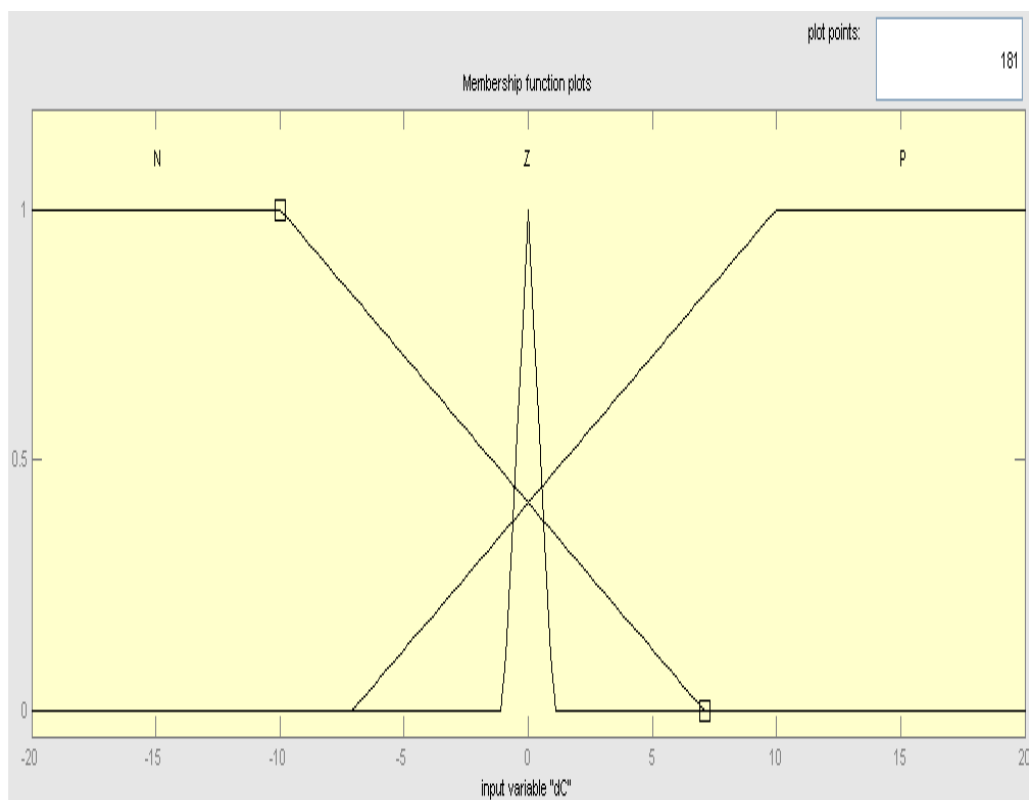
ภาพที่ 4.7 แผนภาพแสดงผิวฟัซซี

ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership function) ในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C จะมีค่าความถี่ของกราฟ เท่ากับ $[-1 \ 1]$ และฟังก์ชันความเป็นสมาชิก ในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dC จะมีค่าความถี่ของกราฟ (Range) เท่ากับ $[-20 \ 20]$



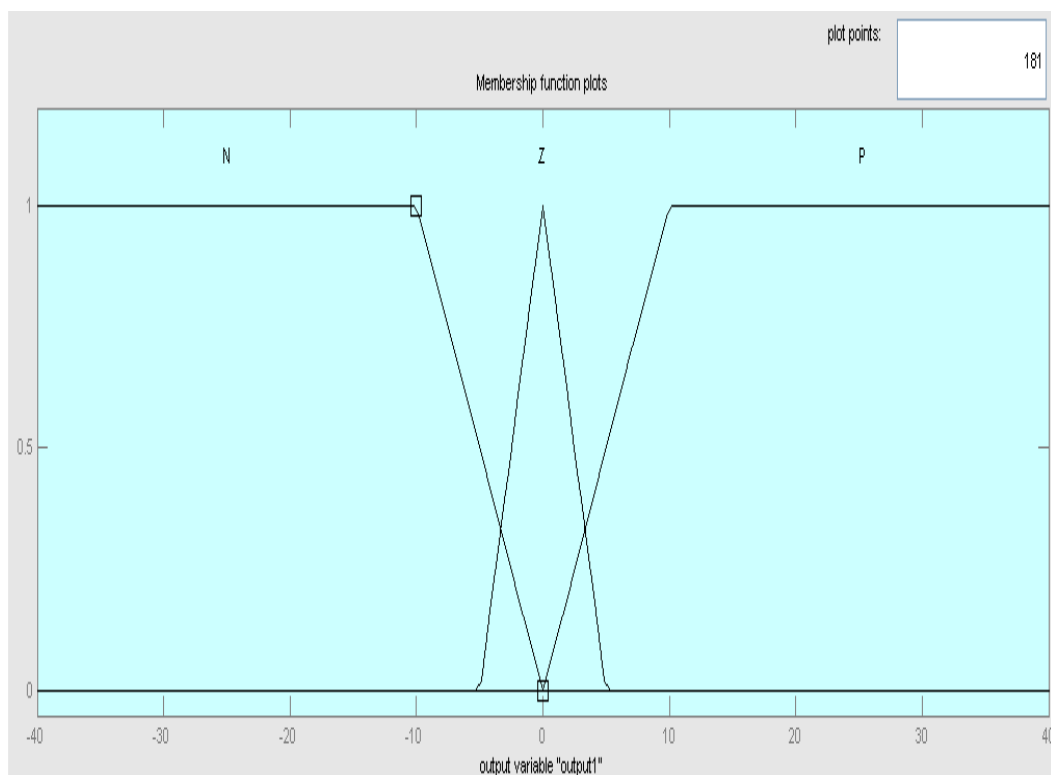
ภาพที่ 4.8 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C

จากผลการทดลองกำหนดค่าความเป็นสมาชิก โดยที่ N และ P มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า C จะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ [-1 1]



ภาพที่ 4.9 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dc

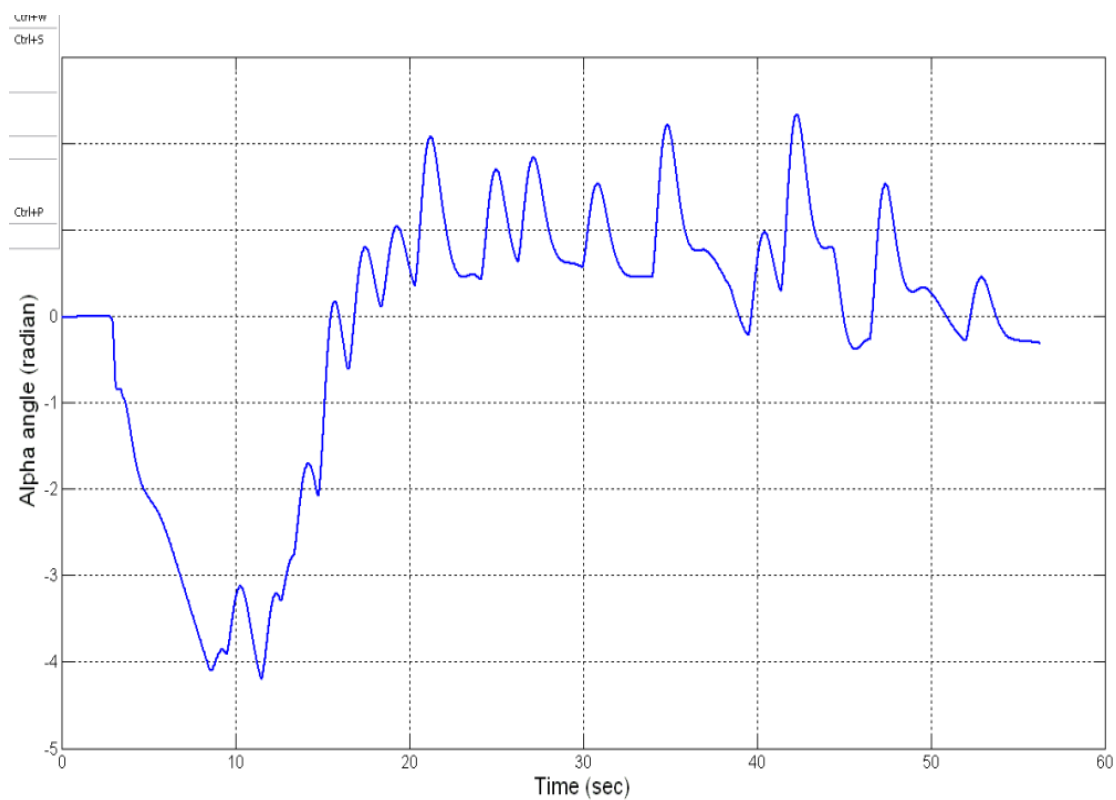
จากผลการทดลองกำหนดค่าความเป็นสมาชิก โดยที่ N มีค่าเท่ากับ -7 และ P มีค่าเท่ากับ 7 ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของอินพุตที่ชื่อว่า dc จะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ $[-1 \ 1]$



ภาพที่ 4.10 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาพุตที่ชื่อว่า Output

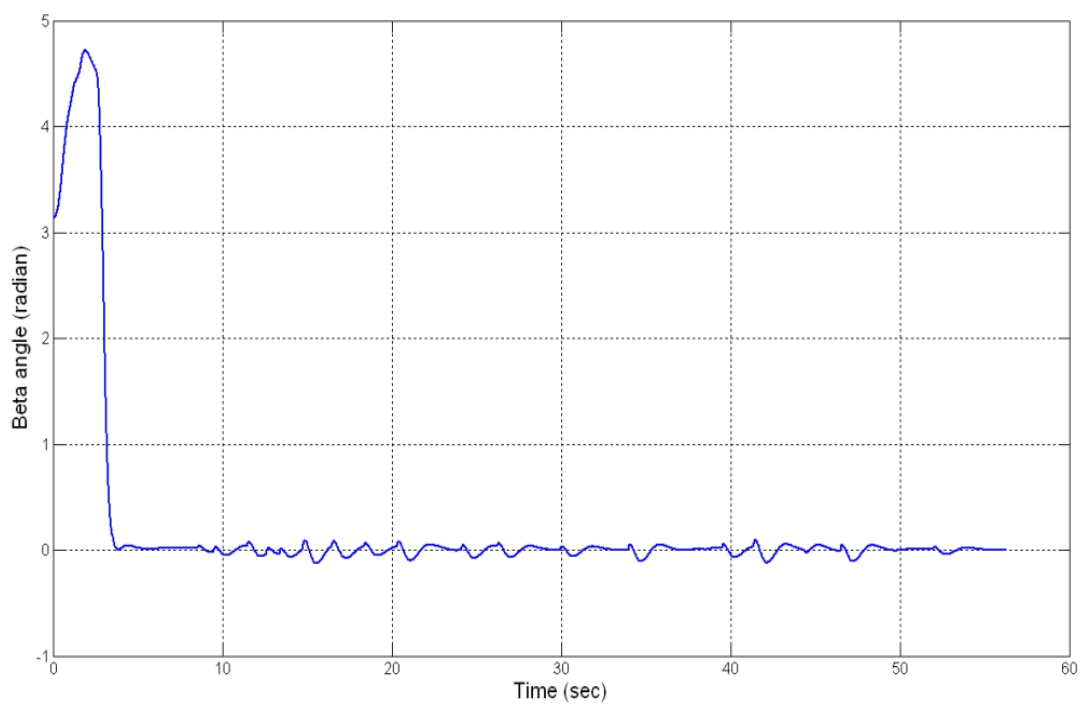
จากผลการทดลองกำหนดค่าความเป็นสมาชิก โดยที่ N และ P มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในส่วนของเอาพุตจะมีค่าความถี่ของกราฟเท่ากับ $[-5 \ 5]$

4.3 ผลการทดลองการทำงานช่วง Swing up



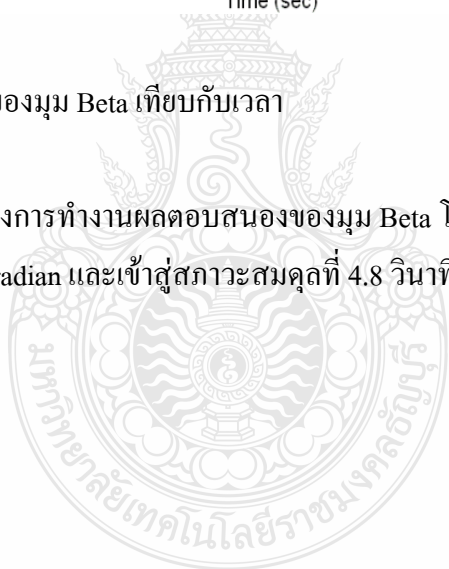
ภาพที่ 4.11 ผลตอบสนองของมุม Alpha เทียบกับเวลา

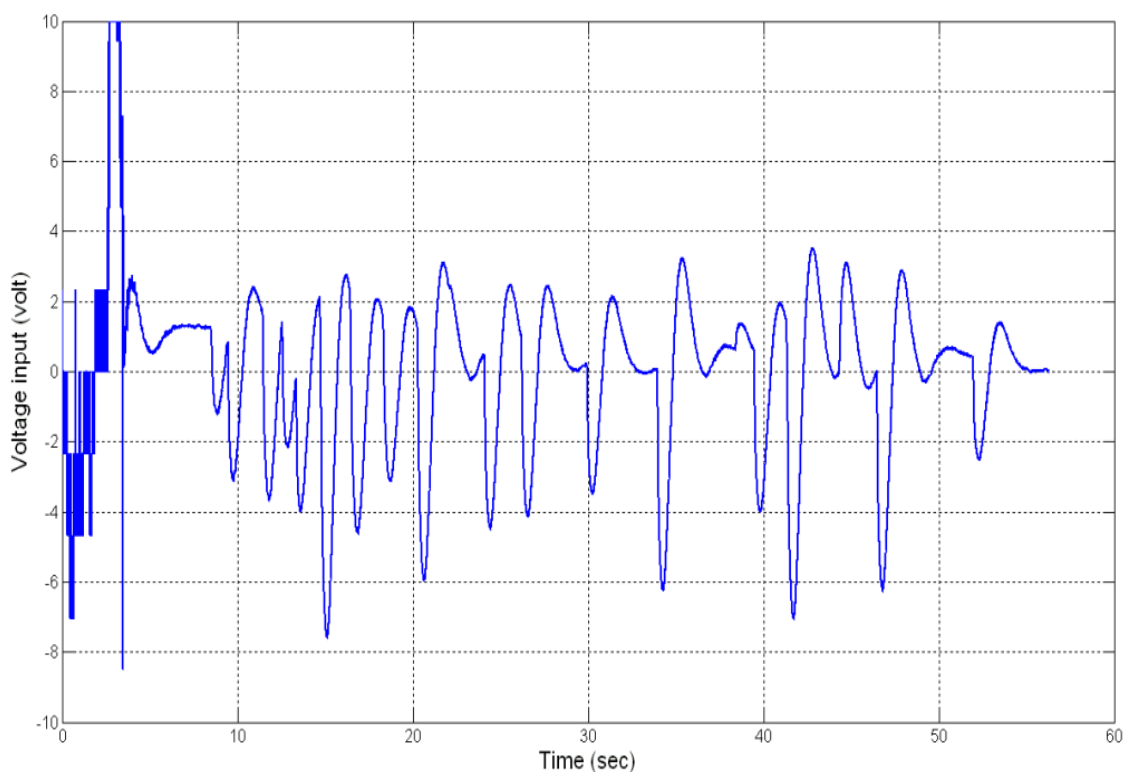
จากผลการทดลองการทำงานผลตอบสนองของมุม Alpha โดยที่มุม Alpha เริ่มต้นการทำงานที่ 0 radian มีค่าของมุมสูงสุดที่ -4 radian และ เข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 15 วินาที



ภาพที่ 4.12 ผลตอบสนองของมุม Beta เทียบกับเวลา

จากผลการทดลองการทำงานผลตอบสนองของมุม Beta โดยที่มุม Beta เริ่มต้นการทำงานที่ 3.1 radian มีค่าสูงสุดที่ 4.8 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 4.8 วินาที





ภาพที่ 4.13 ผลตอบสนองของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดันไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ 10 volt และเข้าสู่สถานะสมดุลที่ 1.5 วินาที

จากผลการทดลองการทำงานของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมฟัซซีลอจิก โดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนดให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [3.1 \ 0]$ ผลการทดลองของมุม Alpha เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha เริ่มต้นที่ 0 radian มีค่าสูงสุดที่ -4 radian และเข้าสู่สถานะสมดุลที่ 15 วินาที ส่วนผลของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Beta เริ่มต้นที่ 3.1 radian มีค่าสูงสุดที่ 4.8 radian และเข้าสู่สถานะสมดุลที่ 4.8 วินาที และผลแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดันไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ 10 volt และเข้าสู่สถานะสมดุลที่ 1.5 วินาที

4.4 สรุปผลการทดลอง

การทดลองโดยตัวควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ 1 ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic) ใช้ในการแกว่งขึ้นของก้านลูกตุ้มผกผัน 2 ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ใช้ในการทรงตัวของก้านลูกตุ้มผกผัน

ในส่วนที่ 1 ของการควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนใช้ระบบพีซีลจิกเป็นตัวควบคุมการแกว่งขึ้นของก้านลูกตุ้มผกผัน

จากผลการทดลองการทำงานจริงของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนด ให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [0.03 \ 0.09]$ ผลการทดลองระหว่าง Angle vs Time จะพบว่ามุมของแสดงผลของมุม Alpha เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha มีค่าสูงสุดที่ 1.1 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 18 วินาทีและผลของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Beta มีค่าสูงสุดที่ 0.09 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.5 วินาที

จากผลการทดลองระหว่าง Voltage input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่ากระแสไฟให้กับมอเตอร์ ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกนของลูกตุ้มผกผันเกิดการแกว่งและก้านของลูกตุ้มผกผันตั้งขึ้นและรักษาเสถียรภาพแสดงผลของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดันไฟฟ้ามียุทธค่าสูงสุดที่ -5.5 Volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.1 วินาที

ในส่วนที่ 2 ใช้ระบบแอลคิวอาร์ เมื่อลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนแกว่งขึ้นด้านบนตัวควบคุมแบบ แอลคิวอาร์ จะทำให้ก้านของลูกตุ้มผกผันเลี้ยวตัวอยู่ได้

จากผลการทดลองการทำงานจริงของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมพีซีลจิกโดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนด ให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [3.1 \ 0]$ ผลการทดลองของมุม Alpha เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha เริ่มต้นที่ 0 radian มีค่าสูงสุดที่ -4 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 15 วินาที ส่วนผลของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Beta เริ่มต้นที่ 3.1 radian มีค่าสูงสุดที่ 4.8 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 4.8 วินาที และผลแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดันไฟฟ้ามียุทธค่าสูงสุดที่ 10 Volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 1.5 วินาที

บทที่ 5

สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการทดลอง

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ซึ่งเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ โดยตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนใช้ ดีซีเซอร์โวมอเตอร์ในการขับเคลื่อนและใช้เอ็นโคเดอร์ในการจับตำแหน่งของเพนดูลัม เพื่อวัดมุมที่เกิดจากการแกว่งของเพนดูลัมและนำไปใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่และทำให้เพนดูลัมแบบฐานหมุนเสถียรตั้งตรงอยู่ได้อย่างมีเสถียรภาพ

โดยการศึกษาเริ่มจากการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ซึ่งแบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนใช้สมการลากรองจ์ช่วยในการจำลองและรวมไปถึงการจำลอง ดีซีเซอร์โวมอเตอร์ ส่วนตัวควบคุมจะออกแบบด้วยหลักการควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) และแอลคิวอาร์ (LQR) สำหรับการออกแบบตัวควบคุมจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือการแกว่งขึ้นของก้านเพนดูลัมจะใช้ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) ส่วนหลังคือการเลี้ยงตัวก้านเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ได้โดยใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

ผลการทดลองจากส่วนที่ 1 จากผลการทดลองการทำงานจริงของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนดให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [0.03 \ 0.09]$ ผลการจำลองระหว่าง Angle vs Time จะพบว่าผลของมุม Alpha เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha มีค่าสูงสุดที่ 1.1 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 18 วินาทีและผลของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม Beta มีค่าสูงสุดที่ 0.09 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.5 วินาที

จากผลการทดลองระหว่าง Voltage input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่า การจ่ายไฟให้กับ ดีซีมอเตอร์ ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกนของลูกตุ้มผกผันเกิดการแกว่งและก้านของลูกตุ้มผกผันตั้งขึ้นและรักษาเสถียร ภาพแสดงผลของแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาที่แรงดันไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ -5.5 Volt และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 5.1 วินาที

ผลการทดลองจากส่วนที่ 2 จากผลการทดลองการทำงานจริงของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมฟัซซีลอจิก โดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนดให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [3.1 \ 0]$ ผลการทดลองของมุม Alpha เทียบกับเวลาโดยที่มุม Alpha เริ่มต้นที่ 0 radian มีค่าสูงสุดที่ -4 radian และเข้าสู่สภาวะสมดุลที่ 15 วินาที ส่วนผลของมุม Beta เทียบกับเวลาโดยที่มุม

Beta เริ่มต้นที่ 3.1 radian มีค่าสูงสุดที่ 4.8 radian และผลแรงดันไฟฟ้า Voltage input เทียบกับเวลาโดยที่แรงดันไฟฟ้ามีค่าสูงสุดที่ 10 Volt

จากการทดลองแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมแบบพีซีลอจิก สามารถแกว่งให้ก้านเพนดูลัม จากตำแหน่งด้านล่างให้ขึ้นมาอยู่ด้านบนได้ ส่วนตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ สามารถเลี้ยงก้านลูกตุ้ม ผกผันต่อจากตัวควบคุมแบบพีซีลอจิกได้

5.2 ปัญหาที่พบในการทำวิจัยและแนวทางในการแก้ปัญหา

5.2.1 ปัญหาด้านโครงสร้างของลูกตุ้มผกผันการจับยึดเซอร์โวมอเตอร์ควรจับยึดให้ได้ศูนย์กลาง ซึ่งจะส่งผลให้มอเตอร์ทำงานขัดตัวอาจส่งผลทำให้มอเตอร์ร้อนขณะทำงานหรืออาจทำให้มอเตอร์ชำรุดเสียหาย

5.2.2 ปัญหาของเอ็นโคเดอร์ควรเลือกตำแหน่งการจับยึดให้เหมาะสมเพราะในขณะที่เซอร์โวมอเตอร์เริ่มทำงานเกิดการแกว่งของก้านลูกตุ้มผกผันอาจทำให้สายสัญญาณของเอ็นโคเดอร์ชำรุดได้

5.2.3 มีคลื่นความถี่จากภายนอกมารบกวนการทำงานของระบบควบคุมของลูกตุ้มผกผันทำให้การควบคุมไม่สมบูรณ์เท่าที่ควร ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้สายไฟที่มีตัวป้องกันคลื่นความถี่จากภายนอกมาใช้ในการทดลอง

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 เนื่องจากการวิจัยระบบควบคุมลูกตุ้มผกผัน มีการทดลองโดยการปรับจูนค่าของระบบควบคุมแบบพีซีลอจิก ตลอดจนการเขียน โปรแกรม ดังนั้นเพื่อเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของระบบ จึงควรพัฒนาโปรแกรม และการปรับตั้งค่าต่าง ๆ เพื่อให้ระบบมีการทำงานที่สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

5.3.2 ในการออกแบบโครงสร้างลูกตุ้มผกผันควรคำนึงถึงฐานของโครงสร้างต้องมีความแข็งแรง เพราะขณะที่ลูกตุ้มผกผันทำงานจะเกิดการแกว่งอย่างแรงเพื่อที่จะทำให้ก้านของลูกตุ้มผกผันอยู่ด้านบนถ้าโครงสร้างไม่แข็งแรงจะทำให้ล้มคว่ำและอุปกรณ์อาจชำรุดเสียหายได้

รายการอ้างอิง

- [1] สรารุช โพธิธา, **ตัวควบคุมลูกตุ้มผกผัน**, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2541.
- [2] Han Y., Tzoneva R. and Behardien S., **MATLAB, LabVIEW and FPGA Linear Control of an Inverted Pendulum, IEEE (Electronic)**, 2007, pp. 1-7, IEEE organization/IEEEorganization/IEEEXplorer (15 February 2009).
- [3] สมรรถชัย ปัญญา, **การออกแบบตัวควบคุมแบบผสมระหว่างตัวควบคุมพีดีและตัวควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมดสำหรับระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ**, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2548.
- [4] Muskinja N. and Tovornik B., **Adaptive State Controller for Inverted Pendulum**, 2005, Available : <http://med.ee.nd.edu/> (23 March 2009).
- [5] สองเมือง นันทขว้าง, **การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มผกผัน โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีที่ถูกรอกแบบด้วยเส้นทางราก**, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2548.
- [6] Weijing. Zhang, FSKD. 2010. **Numerical simulation of active structural control based on dynamic fuzzy. neural network.** : 706 – 710.
- [7] วรศักดิ์ วัชรวิญญู, **การควบคุมลูกตุ้มผกผันโดยการถอดรหัสภาพและพีชชีลอจิกใช้หลักการควบคุมพีชชีลอจิกและได้นำกลองชีซีตีมาใช้ในการประมวลผลภาพ**, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2544.
- [8] Lychek Keo, (2010). **Implementtation and controller design of mobile inverted pendulum.** Chulalongkorn University. Center of Academic Resources, 11-18.
- [9] ไพโรจน์ บริกัปปกุล, **การออกแบบตัวควบคุมชนิดกระทำย้อนกลับแบบอินทิกรัลปรับตัวเองสำหรับมอเตอร์ซิงโครนัสแม่เหล็กถาวร ใช้ตัวควบคุมแบบอินทิกรัลปรับตัวเอง**, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2546.

- [10] ชัยศรี เอี่ยมอำไพ, การใช้ MRAC เพื่อควบคุมตำแหน่งมอเตอร์กระแสตรง เพื่อให้ได้ผลตอบสนองดีที่สุด MRAC ถูกออกแบบด้วยวิธีเสถียรภาพของเลียปูนอฟ, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2534.
- [11] Panya S., **Hybrid PD-Sliding Mode Controller Design for Inverted Pendulum on Cart System**, Control Engineering, School of Control Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, 2007.
- [12] Keo L., **Implementation and Controller Design of A Mobile Inverted Pendulum**, Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University, 2006.
- [13] Zhang W., **Two Stage Inverted Pendulum**, 1996, Available : <http://www.aptronix.com/-fuzzynet>, (5 August 2009).
- [14] Printrakoon W., **Swinging Up and Stabilizing Controllers for Rotational Inverted Pendulum System**, Control Engineering, School of Control Engineering, King Mongkut's of Technology Ladkrabang, 2008.
- [15] Slotine E. J. and Weiping L., **Applied Nonlinear Control**, Prentice-Hall International Editions, 1991, pp. 57-83.
- [16] Narendra S. K. and Annaswamy M. A., **Stable Adaptive System**, Prentice-Hall International Inc., 1989, pp. 50-62.
- [17] Richard C. D. and Robert H. B., **Solution Manual to Accompany Modern Control Systems**, Prentice-Hall International Inc., 2008, pp. 205-207.
- [18] มนุศักดิ์ งานทอง และ ธนัช ศรีพนม การออกแบบตัวควบคุมสำหรับเซอร์โวนิวแมติกในระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ การประชุมทางวิชาการ การพัฒนาชนบทที่ยั่งยืน มกราคม 2552 มหาวิทยาลัยขอนแก่น 2552.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง



1. เครื่องคอมพิวเตอร์ (Computer)

เครื่องคอมพิวเตอร์ใช้ในการทำหน้าที่ควบคุมการทำงานของระบบควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน โดยใช้โปรแกรม MATLAB แบบ Real time Window Target



2. มอเตอร์และไดรว์

เซอร์โวมอเตอร์รุ่น GR 53x58 ผลิตโดย dunkermotoren มีข้อมูลจำเพาะดังตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 ข้อมูลจำเพาะของมอเตอร์

Rated input	Single phase 220 – 255 V. ~ 50/60 Hz
Rated speed	3450 rpm
Maximum speed	3600 rpm
Peak stall torque	0.17 Nm
Rated torque	0.178 Nm
Inertia(without brake)	0.460 kg/cm ²
Output power	0.6 Kw

มอเตอร์ไคร์วีรุ่น ASP – 090 – 09 ผลิตโดย Copley Controls Corp. มีข้อมูลจำเพาะ
 ตารางที่ ก.2 ข้อมูลจำเพาะของมอเตอร์ไคร์วี

 Accelus™ Panel		DIGITAL SERVOAMPLIFIER  for BRUSHLESS or BRUSH MOTORS		RoHS		
						GENERAL SPECIFICATIONS
Test conditions: Load = 3-phase Wye connected load, 2 mH line-line. Ambient temperature = 25 °C. +HV = HVmax						
MODEL	ASP-055-18	ASP-090-09	ASP-090-18	ASP-090-36	ASP-180-09	ASP-180-18
OUTPUT POWER						
Peak Current	18 (12.7)	9 (6.4)	18 (12.7)	36 (25.5)	9 (6.4)	18 (12.7)
Continuous current	6 (4.2)	3 (2.1)	6 (4.2)	12 (8.5)	3 (2.1)	6 (4.2)
Peak Output Power	0.92	0.79	1.55	2.95	1.59	3.15
Continuous Output Power	0.32	0.27	0.53	1.0	0.53	1.06
INPUT POWER						
HV _{min} to HV _{max}	+20 to +55	+20 to +90	+20 to +90	+20 to +90	+20 to +180	+20 to +180
Peak current	20	10	20	40	10	20
Continuous current	6.7	3.3	6.7	13.3	3.3	6.7
PWM OUTPUTS						
Type	3-phase MOSFET inverter, 20 kHz center-weighted PWM, space-vector modulation					
PWM ripple frequency	40 kHz					
COMMUTATION & CONTROL						
Current loop	20 kHz (50 µs period) update rate					
Velocity & position loop	4 kHz (250 µs period) update rate					
Commutation	Sinusoidal, field-oriented control of DC brushless motor					
Phase Initialization	Amplifier initializes in trapezoidal commutation until a Hall transition occurs, then switches to sinusoidal commutation with phase-correction at each Hall signal transition					
BANDWIDTH						
Current loop, small signal	3 kHz typical, bandwidth will vary with tuning & load inductance					
HV Compensation	Changes in HV do not affect bandwidth					
Analog torque/velocity	±10Vdc, 12 bit resolution		Differential (J3-2,14)			
Input impedance	66 kΩ		Between Ref(+), Ref(-)			
Digital position reference	Pulse/Direction, CW/CCW		Stepper commands (2 MHz maximum rate)			
Digital torque & velocity reference	Quad A/B Encoder		20 Mcount/sec (after quadrature), 5 Mline/sec			
	PWM, Polarity		PWM = 0~100%, Polarity = 1/0			
	PWM		PWM = 50% +/-50%, no polarity signal required			
	PWM frequency range		1 kHz minimum, 100 kHz maximum			
	PWM minimum pulse width		220 ns			
All inputs	74HC14 Schmitt trigger operating from 5.0 Vdc with RC filter on input					
Logic levels	Vin-LO < +1.35 Vdc, Vin-HI > +3.65 Vdc, Input voltage range 0 to +24 Vdc					
Pull-up, pull-down control	[IN2,3,4] have group selectable connection of 10 kΩ input pull-up/down resistor to +5 Vdc or ground					
Enable [IN2]	Dedicated input with 330Ω RC filter for amplifier enable, active level programmable					
GP [IN1,2,3,4]	General Purpose inputs with 330Ω RC filter and active level select, [IN1,3,4] have programmable functions					
HS [IN5,6]	High-Speed Inputs inputs with 100ns RC filter, active level select, and programmable functions					
RS-232	RxD, TxD, Gnd in 6-position, 4-contact RJ-11 type modular connector, and on J3-24, 25, & 13 Full-duplex, serial communication port for amplifier setup and control, 9600 to 115200 baud Data protocol: binary					
Phase U, V, W	Amplifier outputs to 3-phase Wye or delta connected brushless motors with floating neutral					
Hall U, V, W	Digital Hall signals					
Encoder A, /A, B, /B, (X,/X)	Quadrature encoder signals, single-ended or differential (X or Index signal not required)					
[IN1] Motemp	5 MHz maximum line frequency (20 Mcount/s) when driven from active differential outputs See Digital Inputs (above) for details (Note 1)					
Amp Status	Bicolor LED. Amplifier status indicated by color, and blinking or non-blinking condition					
Type [OUT1,2]	Current-sinking MOSFET open-drain output with 1kΩ pullup to +5 V through diode, 1 Adc sink max, +30 Vdc max. Programmable External flyback diode required with inductive loads					
HV Overvoltage	+HV > HV _{max}		Amplifier outputs turn off until +HV < HV _{max} (See Input Power for HV _{max})			
HV Undervoltage	+HV < 20 Vdc		Amplifier outputs turn off until +HV > 20 Vdc			
Amplifier over temperature	PC Board > 70 °C.					
Short circuits	Output to output, output to ground, internal PWM bridge faults					
I ² T Current limiting	Programmable: continuous current, peak current, peak time					
Motor over temperature	Digital inputs programmed for overtemp function will disable amplifier					
Size	6.58 in (167.1 mm) X 3.89 in (98.81 mm) X 1.17 in (29.72 mm)					
Weight	0.94 lb (0.43 kg) for amplifier without heatsink					
Ambient temperature	0 to +45 °C operating, -40 to +85 °C storage					
Humidity	0% to 95%, non-condensing					
Contaminants	Pollution degree 2					
Environment	IEC68-2: 1990					
Cooling	Heat sink and/or forced air cooling may be required for continuous power output (see pg. 8 & 9)					

1. Digital input & output functions are programmable. Default functions are shown here.

3. การ์ด DAQ

การ์ด DAQ NI PCI – 6221 ผลิตโดย National Instruments ทำหน้าที่เก็บข้อมูลและแปลงสัญญาณทั้ง Analog (I/O) Digital (I/O) Timing (I/O) และ Trigger โดยมีการแปลงสัญญาณจากดิจิทัลเป็นแอนาล็อกหรือแอนาล็อกเป็นดิจิทัล เก็บข้อมูลสัญญาณทางไฟฟ้าและเซนเซอร์ซึ่งรับสัญญาณจากอุปกรณ์ที่ใช้ทดลอง และนำไปประมวลผล ดังภาพที่ ก.1 มีข้อมูลจำเพาะดังตารางที่ ก.3



ภาพที่ ก.1 การ์ด DAQ

ตารางที่ ก.3 ข้อมูลจำเพาะของการ์ด DAQ

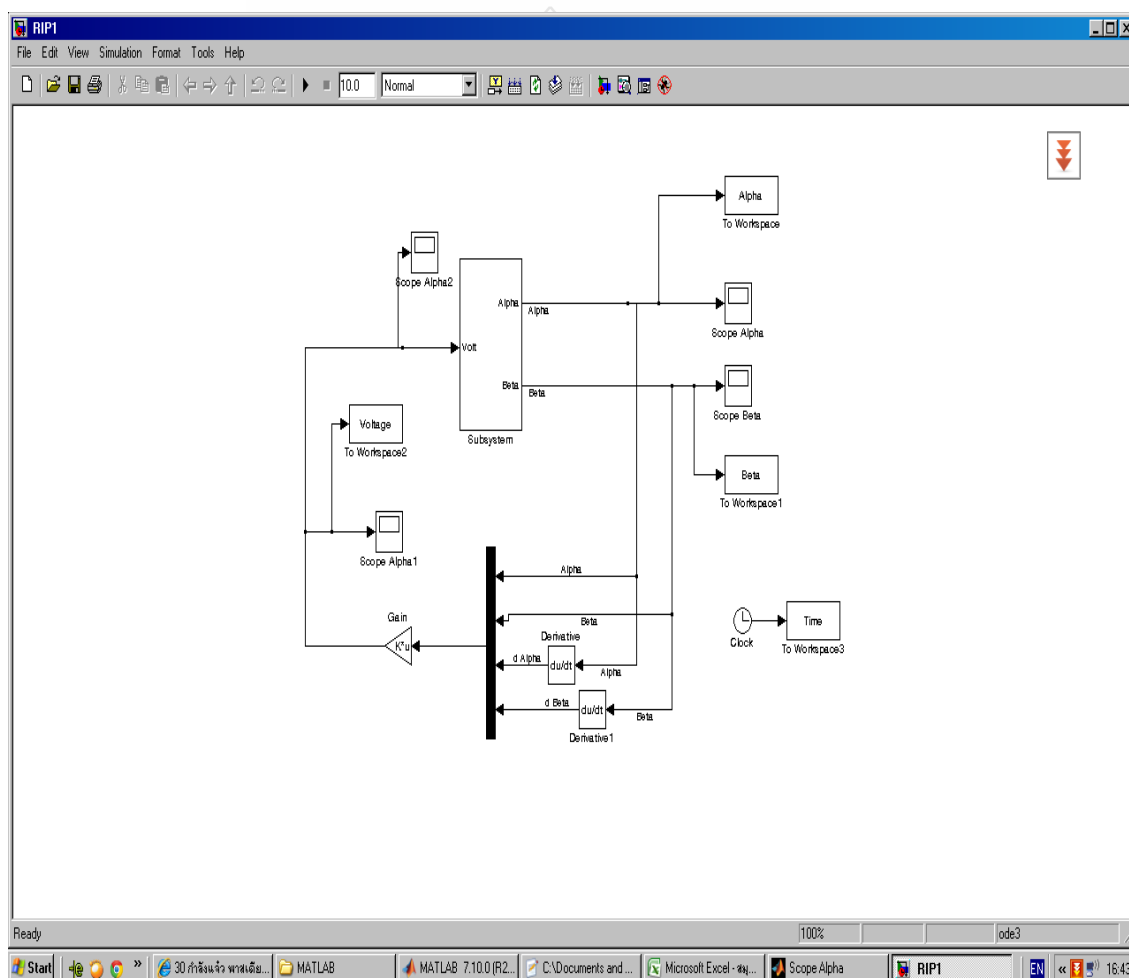
Bidirectional Channels	0
Input-Only Channels	6
Output-Only Channels	4
Number of Channels	0 , 6 , 4
Timing	Software
Logic Levels	24 V
Input Current Flow	Sinking , Sourcing
Output Current Flow	Sourcing
Programmable Input Filters	Yes
Supports Programmable Power-Up States?	Yes
Current Drive Single	350 mA
Current Drive All	400 mA
Watchdog Timer	No
Supports Handshaking I/O?	No
Supports Pattern I/O?	No
Maximum Input Range	0 V , 30 V
Maximum Output Range	0 V , 30 V
Counter/Timers	
Counters	2
Number of DMA Channels	4
Buffered Operations	Yes
Debouncing/Glitch Removal	Yes
GPS Synchronization	No
Maximum Range	0 V , 30 V
Max Source Frequency	80 MHz
Minimum Input Pulse Width	12.5 ns
Pulse Generation	Yes
Resolution	32 bits
Timebase Stability	50 ppm
Logic Levels	24 V
Physical Specifications	
Length	15.5 cm
Width	9.7 cm
I/O Connector	37-pin D-Sub
Timing/Triggering/Synchronization	
Triggering	Digital
Synchronization Bus (RTSI)	Yes

ภาคผนวก ข
โปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง

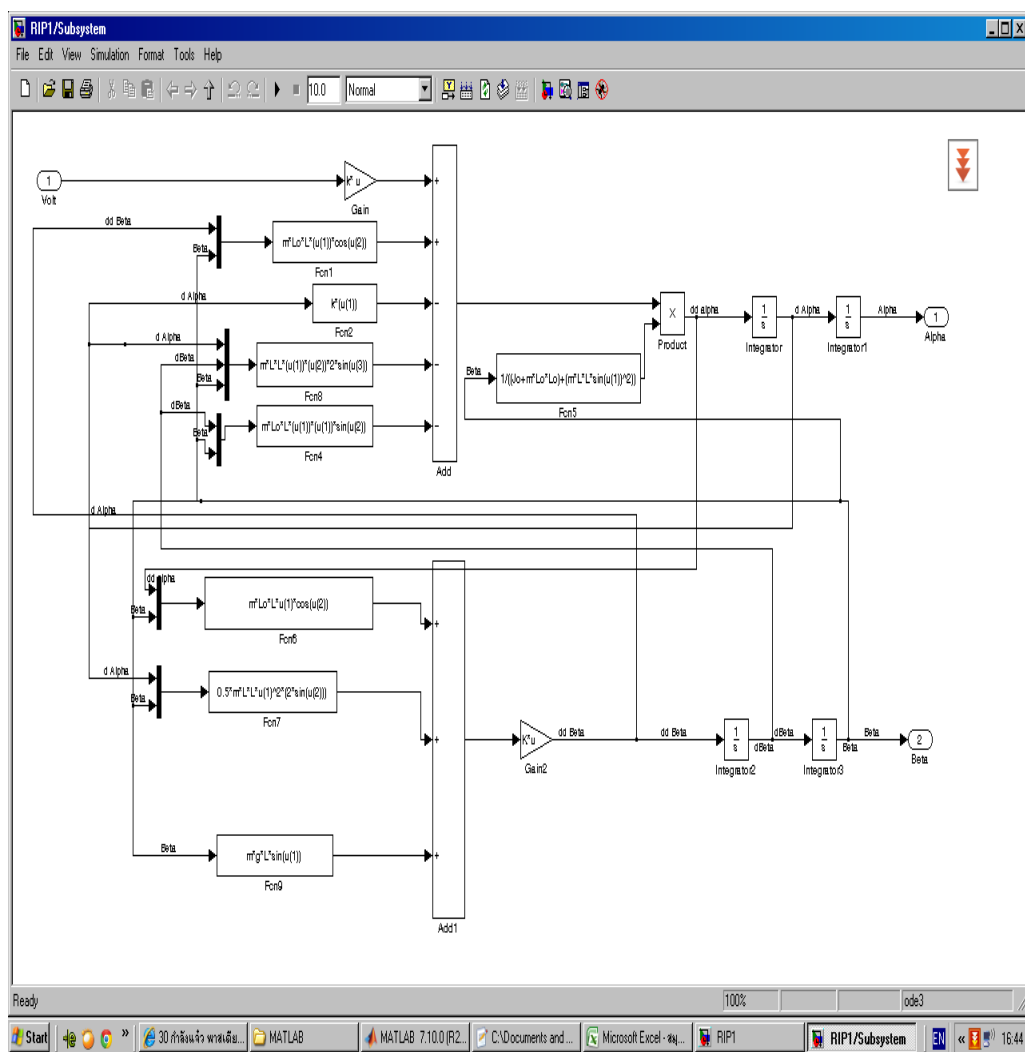


ในการทดลองการทำงานของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน โดยแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ 1) การทดลองศึกษาผลตอบสนองของระบบในแบบ Simulation และ 2) การทดลองการทำงานจริงโดยในการทดลองใช้ระบบควบคุมแบบฟัซซี (fuzzy logic) สำหรับจุดมุ่งหมายของการจำลองการทำงานของระบบของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนควบคุมในส่วนที่หนึ่งก็เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ในการควบคุมอินเวอร์ทเพนคูลัมแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมแบบฟัซซี (fuzzy logic)

1. โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองการทดลองศึกษาผลตอบสนองของระบบในแบบ Simulation

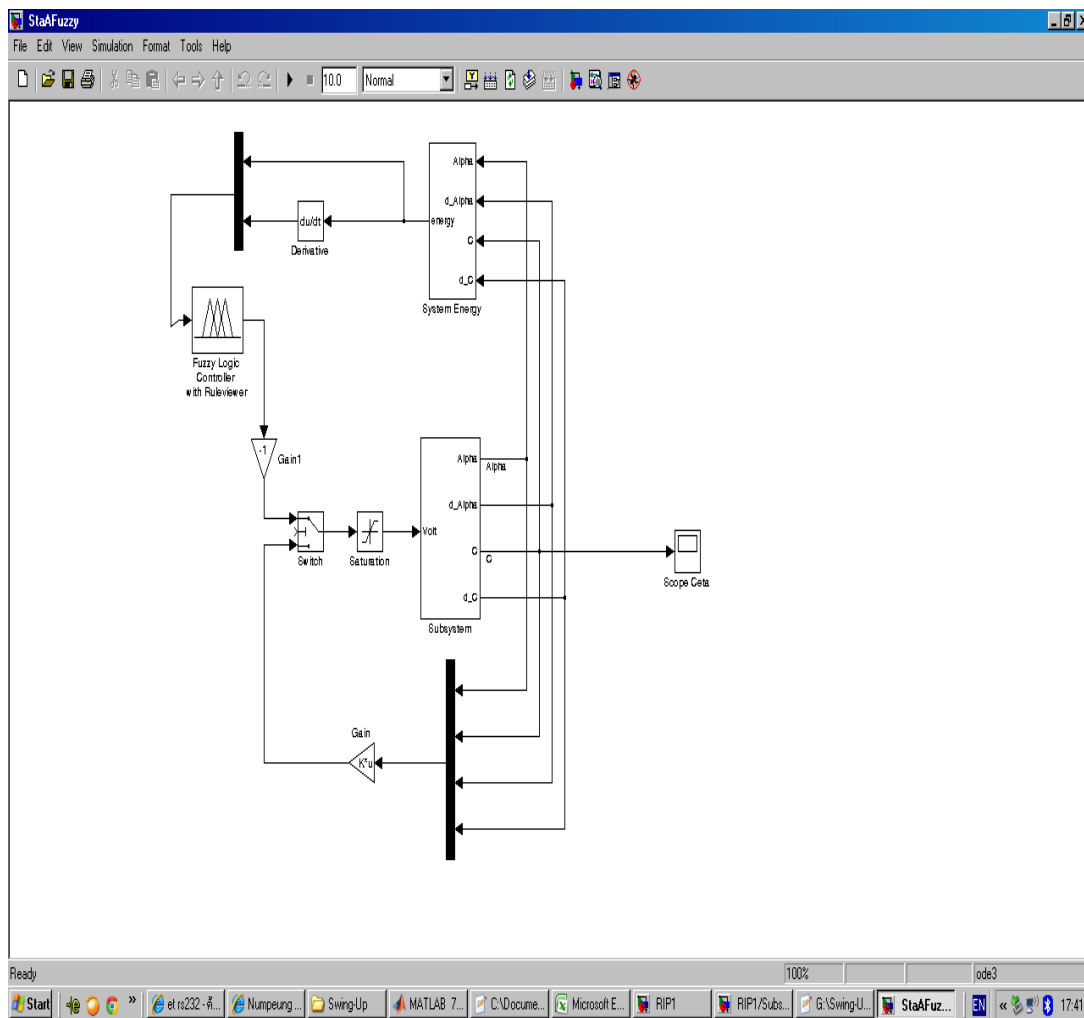


ภาพที่ ข.1 โปรแกรมประมวลผลของบล็อกไดอะแกรมของลูกตุ้มผกผัน



ภาพที่ ข.2 โปรแกรมประมวลผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำมาเขียนบล็อกไดอะแกรม

2. โปรแกรมที่ใช้ในการควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน



ภาพที่ ข.3 โปรแกรมตัวควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

ภาคผนวก ค
ผลงานตีพิมพ์เผยแพร่



Program Brochure of **RSU** 
Research Conference 2012

เอกสารประกอบการประชุมวิชาการ
มหาวิทยาลัยรังสิต
10 เมษายน 2555

แพทยศาสตร์ วิทยาศาสตร์กายภาพ
และวิทยาศาสตร์สุขภาพ
วิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี
สถาปัตยกรรมศาสตร์และการออกแบบ
มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์
วิจัยพัฒนาการเรียนการสอน



รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิอ่านพิจารณานิพนธ์ต้นฉบับ

สาขาวิชาแพทยศาสตร์ วิทยาศาสตร์กายภาพและวิทยาศาสตร์สุขภาพ

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. รศ.ทพญ.ดร.นันทนา สารชวณะกิจ | จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย |
| 2. ผศ.นพ.ศักดิ์ชัย วงศ์กิตติรักษ์ | มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 3. ผศ.ดร.อรอนงค์ พริ้งสุลกะ | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 4. ดร.ประเสริฐ พัฒนาประทีป | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 5. ผศ.ดร.พรรัตน์ วีระพงศ์ | มหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ |
| 6. ผศ.วัชรินทร์ รังษีภาณุรัตน์ | มหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ |
| 7. ผศ.ศิริประภา ทับทิม | มหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ |
| 8. ดร.ลลิตา เอื้อวิไลจิตร | ศูนย์พันธุวิศวกรรมและเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ |
| 9. ผศ.ดร.กานดา ว่องไวลิขิต | มหาวิทยาลัยรังสิต |
| 10. รศ.ดร.เพียรกิจ แดงประเสริฐ | มหาวิทยาลัยรังสิต |
| 11. ผศ.ดร.อำภพร นามวงศ์พรหม | มหาวิทยาลัยรังสิต |
| 12. ดร.ธเนศ พงศ์ธีรรัตน์ | มหาวิทยาลัยรังสิต |
| 13. ศ.ทพญ.ละอองทอง วัชรภักย์ | มหาวิทยาลัยรังสิต |

สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| 1. รศ.ดร.วิเชียร ชูติมาสกุล | มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี |
| 2. ศ.ดร.อรอนงค์ นัยวิกุล | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 3. ผศ.ดร.นันทิยา หาญสกุลลักษณ์ | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 4. น.อ.ปริพนธ์ สุขพิมาย | กองการศึกษาโรงเรียนนายเรืออากาศ |
| 5. ผศ.ดร.ปริญญา สงวนนสัย | สถาบันการจัดการปัญญาภิวัฒน์ |
| 6. รศ.ดร.อนงค์นาฏ ศรีวิหค | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 7. ผศ.ดร.อดิษฐ์ พรพรหมินทร์ | มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 8. ผศ.ดร.ฉัฐพล ภูมิสะอาด | มหาวิทยาลัยมหาสารคาม |

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิอ่านพิจารณานิพนธ์ต้นฉบับ (ต่อ)

สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี

9. ผศ.ดร.ธีรยุทธ ชาติชนะยืนยง	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
10. ผศ.ดร.มณีรัตน์ องค์กรวรรณะดี	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
11. ผศ.ดร.วศิณ ชูประยูร	มหาวิทยาลัยรังสิต
12. ผศ.โกวิท ระพีพิศาล	มหาวิทยาลัยรังสิต
13. อ.ประเสริฐ ศิริรนันทน์	มหาวิทยาลัยรังสิต
14. ผศ.ดร.สมชาย เล็กเจริญ	มหาวิทยาลัยรังสิต
15. รศ.กীরติ ลีวัจนกุล	มหาวิทยาลัยรังสิต
16. รศ.ดร.วรรณวิมล อารยะปราณี	มหาวิทยาลัยรังสิต
17. ผศ.ญาณวุฒิ สุพิชญางกูร	มหาวิทยาลัยรังสิต
18. ผศ.อดิรักษ์ กาญจนหฤทัย	มหาวิทยาลัยรังสิต
19. ดร.ชุติมา เบี้ยวไข่มุข	มหาวิทยาลัยรังสิต
20. รศ.ดร.พินิจ งามสม	มหาวิทยาลัยรังสิต
21. รศ.ดร.โอภาส จุฑาทเทพ	มหาวิทยาลัยรังสิต
22. อ.กิตติศักดิ์ ไตรพิพัฒพรชัย	มหาวิทยาลัยรังสิต
23. รศ.วิสูตร จิระคำเก่ง	มหาวิทยาลัยรังสิต
24. ดร.เกรียงศักดิ์ อุดมสินโรจน์	มหาวิทยาลัยรังสิต
25. ดร.เจริญวิษณุ หาญแก้ว	มหาวิทยาลัยรังสิต
26. ผศ.ดร.ศิริกุล จันทร์สว่าง	มหาวิทยาลัยรังสิต
27. รศ.ดร.ดวงพร สุวรรณกุล	มหาวิทยาลัยรังสิต
28. ผศ.ดร.พนิดา สามพรานไพบูลย์	มหาวิทยาลัยรังสิต
29. ดร.อาภา หวังเกียรติ	มหาวิทยาลัยรังสิต

Session I

ห้อง 15-303 (11.30-12.15 น.) กลุ่มวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี

Chair รศ.กীরติ สีวัจจนกุล วิทยาลัยวิศวกรรมศาสตร์

G2-01	การประเมินความเสี่ยงต่อฟ้าผ่าในสถานีรถไฟฟ้าแบบโครงสร้างยกระดับเพื่อการป้องกันฟ้าผ่าอย่างมีประสิทธิภาพ Risk Assessment of the Elevated Train Station Against Lightning คณิต เตโชชลาสัย และวินัย พฤกษ์วัน โมเดลและการควบคุมหุ่นยนต์สมดุลบนลูกบอล
G2-02	Model and Control of Self-Balancing Mobile Robot on a Ball ทศพล ศรีสูงมั่งคั่งกฐร และมนุสศักดิ์ จานทอง
G2-03	การออกแบบตัวควบคุมสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน Controller Design for a Rotary Inverted Pendulum รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม และมนุสศักดิ์ จานทอง



การออกแบบตัวควบคุมสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน**Controller Design for a Rotary Inverted Pendulum**

รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม และมนุศักดิ์ จานทอง

บทความนี้เป็นการนำเสนอถึงการออกแบบตัวควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เพื่อเสถียรก้านลูกตุ้มผกผันให้สามารถเลี้ยงตัวอยู่ได้ แบบจำลองของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนถูกนำมาใช้เพื่อออกแบบตัวควบคุม ซึ่งถูกจัดรูปอยู่ในรูปแปรสถานะและใช้หลักการ (LQR) เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าอัตราขยายที่ใช้ในการควบคุมลูกตุ้มผกผัน ในการทดสอบตัวควบคุมที่ได้ออกแบบโดยใช้ MATLAB/Simulink ช่วยในการทดลอง จากการทดลองแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ได้ออกแบบสามารถควบคุมก้านลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนได้

คำสำคัญ: การทรงตัวสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เสถียรภาพ โมเดลทางคณิตศาสตร์

This research aimed to feature the controller design for the stabilization of a rotary inverted pendulum. The dynamic model in the state-space form of the rotary inverted pendulum was used to design the controller. The LQR was utilized for determine the control gain. MATLAB/Simulink was implemented to simulate the system .The simulation experiment showed that the designed controller can control and balance the rotary inverted pendulum.

Keywords: balancing for a rotary inverted pendulum, balancing, mathematical model





มหาวิทยาลัยรังสิต

ขอมอบเกียรติบัตรนี้ไว้เพื่อแสดงว่า

รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม

ได้ร่วมนำเสนอผลงานวิจัย

เรื่อง การออกแบบตัวควบคุมสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

ในการประชุมวิชาการมหาวิทยาลัยรังสิต ประจำปี ๒๕๕๕

ให้ไว้ ณ วันที่ ๑๐ เดือนเมษายน พุทธศักราช ๒๕๕๕

(ดร.อาทิตย์ อูไรรัตน์)

อธิการบดี



การออกแบบตัวควบคุมสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

Controller Design for a Rotary Inverted Pendulum

รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม และมนุสศักดิ์ จานทอง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการนำเสนอถึงการออกแบบตัวควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เพื่อเลี้ยงก้านลูกตุ้มผกผันให้สามารถเลี้ยงตัวอยู่ได้ แบบจำลองของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนถูกนำมาใช้เพื่อออกแบบตัวควบคุม ซึ่งถูกจัดรูปอยู่ในรูปแปรสถานะและใช้หลักการ (LQR) เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าอัตราขยายที่ใช้ในการควบคุมลูกตุ้มผกผัน ในการทดสอบตัวควบคุมที่ได้ออกแบบโดยใช้ MATLAB/Simulink ช่วยในการทดลอง จากการทดลองแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ได้ออกแบบสามารถควบคุมก้านลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนได้

คำสำคัญ: การทรงตัวสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เสถียรภาพ โมเดลทางคณิตศาสตร์

Abstract

This research aimed to feature the controller design for the stabilization of a rotary inverted pendulum. The dynamic model in the state-space form of the rotary inverted pendulum was used to design the controller. The LQR was utilized for determine the control gain. MATLAB/Simulink was implemented to simulate the system .The simulation experiment showed that the designed controller can control and balance the rotary inverted pendulum.

Keywords : balancing for a rotary inverted pendulum, balancing , mathematical model

1. บทนำ

ปัจจุบันระบบการควบคุมเข้ามามีบทบาทต่อชีวิตประจำวันและมีความสำคัญมากยิ่งขึ้น ดังจะเห็นได้จากการนำระบบการควบคุมไปใช้ในงานอุตสาหกรรม ซึ่งต่อมาระบบมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นส่วนใหญ่เป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ เช่น การควบคุมมอเตอร์ การควบคุมแขนหุ่นยนต์ หรือการควบคุมเครื่องจักร CNC ในด้านอุตสาหกรรม เป็นต้น ซึ่งระบบและเครื่องจักรดังกล่าวเป็นระบบที่มีความซับซ้อนและไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Controller) ดังนั้นในปัจจุบันจึงเกิดทฤษฎีการควบคุมขึ้นมาหลายเพื่อให้สามารถควบคุมอุปกรณ์ดังกล่าวได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ในการศึกษาแบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่ได้รับความนิยมในนำมาศึกษาระบบควบคุมในงานทางด้านวิศวกรรม เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่มีข้อศึกษาอยู่หลายประการ เช่น ระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ไม่มีเสถียรภาพ เป็นต้น จึงเหมาะแก่การนำมาศึกษาเพื่อออกแบบตัวควบคุม ซึ่งหัวข้อหลักในการทำการทดลองกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีอยู่สองข้อคือการห่วยให้เพนดูลัมขึ้นสู่จุดสูงสุด และการเลี้ยงให้เพนดูลัมตั้งตรงอยู่ได้ ณ จุดสมดุล

ตัวควบคุมที่มักนำมาใช้ในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในปัจจุบันมีอยู่มากมาย เช่น ตัวควบคุมพีไอดี (PID control) ตัวควบคุมแบบสถานะป้อนกลับ (Feedback control) ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) ตัวควบคุมแบบโรบัสต์ (Robust control) และแบบโครงข่ายประสาท (Neural network) เป็นต้นในการวิจัยระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมผู้วิจัยได้นำระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน (Rotary Inverted Pendulum) มา

ใช้ในการทดลองเนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนนี้มีตัวแปรสถานะสี่ตัวคือ $(\theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi})$ โดยมีตัวแปรสถานะสองตัว $(\phi, \dot{\phi})$ ที่ไม่สามารถวัดค่าโดยตรงได้จึงใช้ขอบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดเข้ามาช่วยในการประมาณค่าเพื่อให้เข้าใจต่อระบบการทำงานของระบบที่ไม่มีเสถียรภาพได้โดยง่าย นอกจากนี้ยังได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุม

การออกแบบระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบรูดรางโดยมีสายพานเป็นส่งกำลังให้กับรูดรางและใช้เซอร์โวมอเตอร์ในการขับเคลื่อน มีตัวเอนโค้ดเดอร์เป็นตัววัดตำแหน่งของรูดราง ใช้ตัวควบคุมสถานะป้อนกลับที่ออกแบบโดย LQR ในการออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของระบบ (Han Y., Tzoneva R. และ Behardien S., 2007)

Printrakoon W. (2008) เสนอตัวควบคุมการห่วยขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ตัวควบคุมการห่วยขึ้นจะถูกออกแบบด้วยหลักการควบคุมพลังงานและตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบน จะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ร่วมกับตัวสังเกตแบบอันดับต่ำสุดที่ถูกออกแบบด้วยวิธีการกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ ซึ่งการเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบควบคุมนั้นเพื่อให้กำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัว และเนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีตัวแปรที่ไม่สามารถวัดค่าได้บางตัวโดยตรง จึงใช้ตัวสังเกตแบบอันดับต่ำสุดเข้ามาช่วยประมาณค่าตัวแปรสถานะ

บทความฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ซึ่งเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ ระบบมีการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์แปรไปตามสภาพแวดล้อมตามธรรมชาติ ดังนั้นผู้ทำวิจัยจึงมีแนวคิดที่จะนำหลักการควบคุมแบบ ป้อนกลับสถานะและใช้ Linear Quadratic Regulator (LQR) มาช่วยในการควบคุมโดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink ถูกนำมาจำลองการทำงานและทดสอบตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถควบคุมควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยใช้มอเตอร์เลี้ยงอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้ตั้งตรง

2. วัตถุประสงค์

เพื่อออกแบบตัวควบคุมแบบ (LQR) ที่ใช้สำหรับการทรงตัวของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

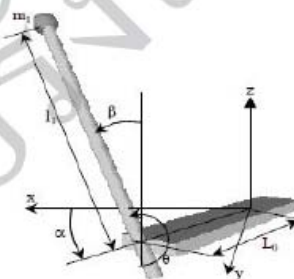
3. อุปกรณ์และวิธีการ



รูปภาพที่ 1 โครงสร้างอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

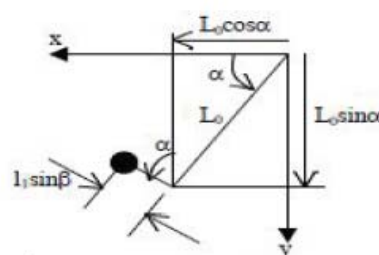
จากรูปภาพที่ 1 แสดง โครงสร้างของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัยนี้ โดยมีมอเตอร์เป็นตัวขับเคลื่อนทำให้แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดการแกว่งขึ้นและสามารถตั้งตรงได้โดยมี Encoder เป็นตัวปรับความเสถียรภาพของมุมที่แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อเกิดการเปลี่ยนของมุมทำให้สามารถตั้งตรงได้

ในงานวิจัยนี้เริ่มต้นจากการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการทำงานของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน (Rotary Inverted Pendulum) โดยสมมุติให้แกว่งขึ้นและทรงตัวเพื่อรักษาความเสถียรภาพของระบบโดยพิจารณา การแกว่งขึ้นทางด้านบนซึ่งจะได้สมการดังต่อไปนี้



รูปภาพที่ 2 ระบบพื้นฐานของเพนดูลัม

แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเพนดูลัมจะพิจารณาตัวแปรที่มีความสำคัญ คือ β , θ และ α การแกว่งของระบบเพนดูลัมจะทำให้ระบบเกิดการเปลี่ยนแปลงมุม β , θ และ α จะเปลี่ยนแปลง



รูปภาพที่ 3 แบบจำลองพลศาสตร์

$$\begin{aligned} & (J_0 + m_1 L_0^2) \dot{\alpha} + m_1 L_1^2 \dot{\alpha} \\ & \sin^2 \beta - m_1 L_0 l_1 \dot{\beta} \cos \beta \left(\frac{k_1 k_2}{R_c} \right) \dot{\alpha} + \\ & m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta \\ & + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \sin \beta + \frac{k_2 k_3}{R_c} u \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & -m_1 L_0 l_1 \dot{\alpha} \cos \beta + (J_1 + m_1 l_1^2) \dot{\beta} \\ & - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta - m_1 g l_1 \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

จากสมการ 1, 2 เป็นสมการไม่เชิงเส้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำการแปลงให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & (J_0 + m_1 L_0^2) \dot{\alpha} - m_1 L_0 l_1 \dot{\beta} + \frac{k_1 k_2}{R_c} \dot{\alpha} = \frac{k_1 k_2}{R_c} u \\ & -m_1 L_0 l_1 \dot{\alpha} + (J_1 + m_1 l_1^2) \dot{\beta} - m_1 g l_1 \beta = 0 \end{aligned}$$

จากนั้นทำการจัดให้อยู่ในรูปสมการสถานะ

(State Equation)

$$\dot{x} = Ax + Bu \text{ และ } y = Cx +$$

Du และให้คิ่แปรสถานะ , คิ่แปรขาออกและคิ่แปรขาเข้าคือ

$$x = [\alpha \ \beta \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta}]^T, y = [\alpha \ \beta] \text{ และ } u = [V]$$

นำสมการมาจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\dot{x} = M(q)^{-1}G(q) - M(q)^{-1}F(q, \dot{q}) + M(q)^{-1}HV$$

เมื่อแทนค่าลงในสมการสถานะ (State Equation) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{x} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(q)^{-1}G(q)] & [-M(q)^{-1}F(q, \dot{q})] & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(q)^{-1}H \end{bmatrix} V \end{aligned}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

เมื่อพิจารณาจากสมการสถานะ (State Equation) จะได้

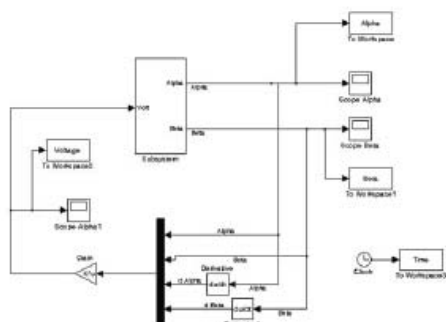
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(q)^{-1}G(q)] & [-M(q)^{-1}F(q, \dot{q})] & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(q)^{-1}H \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

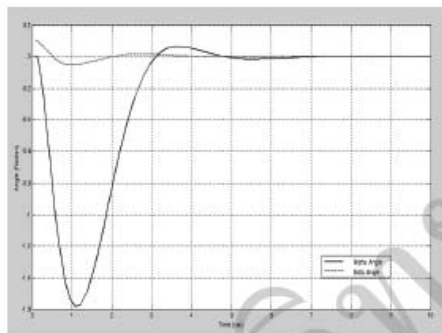
โดยการออกแบบระบบควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator(LQR) ได้ทำการกำหนดค่าเมตริกซ์ของสถานะ Q และสัญญาณขาเข้า R ที่เหมาะสมโดยใช้วิธี Trial and Error คือ $Q=[100 \ 1000 \ 1 \ 1]$ และ $R=0.01$ เพื่อให้ได้ค่าอัตราขยายที่เหมาะสม จากนั้นจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink โดยการนำโมเดลทางคณิตศาสตร์ของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ได้มาแปลงเป็นโคอะแกรมในโปรแกรม และจึงทำการป้อนค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องลงไป

4. ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

โดยการนำ Mathematical model ของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่คำนวณได้มาแปลงเป็นโคอะแกรมในโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อจำลองการทำงานของระบบ



รูปภาพที่ 4 Blok diagram การจำลองการทำงานของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink



รูปภาพที่ 5 กราฟจำลองการทำงานของมุมกับเวลาของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink



รูปภาพที่ 6 กราฟจำลองการทำงานของกระแสไฟฟ้ากับเวลาของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB /Simulink

ในการจำลองการทำงานของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนดให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \dot{\alpha}] = [0.1 \ 0]$ จากรูปภาพที่ 5 ผลการจำลองระหว่าง Angle vs Time จะพบว่ามุมของ (β) จะเริ่มที่ 0.1 rad และมุมของ ($\dot{\alpha}$) จะเริ่มที่ 0 rad จะเห็นได้ว่าอินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับเข้าสู่สภาวะสมดุลจะอยู่ในช่วงเวลา 5 sec ทำให้แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมสามารถเลี้ยงตัวและตั้งตรงได้

ในรูปภาพที่ 6 เป็นกราฟผลการจำลองระหว่าง Voltage Input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่า การจ่ายไฟให้กับมอเตอร์ (AC) ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดการแกว่งกระแสะที่ใช้ในการจำลองการทำงานในช่วงเริ่มต้นมีค่าสูงเพื่อให้หมุนรักษาสถิตกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนจะมีความสัมพันธ์กับมุม β และมุม $\dot{\alpha}$ ซึ่งจะสังเกตได้ว่าเส้นกราฟ Voltage Input vs Time จะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับเข้าสู่สภาวะสมดุลจะอยู่ในช่วงเวลา 5 sec เช่นกัน โดยในช่วงเริ่มต้นจะมีการจ่ายแรงดันไฟฟ้าที่สูงแต่จะลดลงเมื่ออินเวอร์ทเพนดูลัมเข้าสู่สภาวะสมดุลและตัวควบคุมแบบ (LQR) สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เลี้ยงตัวและตั้งตรงได้

5. การอภิปรายผล

จากผลการวิจัยพบว่า การออกแบบตัวควบคุมแบบ (LQR) สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เลี้ยงตัวและตั้งตรงได้และปรับเข้าสู่สภาวะสมดุลจะอยู่ในช่วงเวลา 5 sec ในการจำลองระหว่าง Voltage Input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่า การจ่ายกระแสไฟให้กับมอเตอร์ (AC) ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกน

ของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดการแกว่งกระแสะที่ใช้ในการจำลองการทำงานในช่วงเริ่มต้นมีค่าสูง เพื่อให้มอเตอร์หมุนรักษาสมดุลกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

6. บทสรุป

จากการวิจัยนี้ได้ศึกษาการควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนซึ่งระบบจะไม่เป็นเชิงเส้นตามธรรมชาติในการควบคุมเสถียรภาพใช้ตัวควบคุม Linear Quadratic Regulator (LQR) มาช่วยในการควบคุม โดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากระบบไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นสมการเชิงเส้นแสดงออกมาในรูปสมการอินเวอร์ทเพนดูลัม จากนั้นทำการจัดให้อยู่ในรูป(State Equation) เพื่อใช้เป็นตัวแทนในการออกแบบระบบตัวควบคุมโดยใช้ตัวควบคุม Linear Quadratic Regulator (LQR) โดยทำการกำหนดค่าเมตริกซ์ของสถานะ Q และสัญญาณขาเข้า R ที่เหมาะสม โดยวิธี Trial and Error ก่อนที่จะนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอินเวอร์ทเพนดูลัมที่คำนวณได้มาจำลองในโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อจำลองการทำงานของระบบและทดสอบตัวควบคุมที่ได้ ออกแบบไว้ โดยผลการทดสอบในโปรแกรม MATLAB/Simulink แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้เลี้ยงตัวและตั้งตรงได้

ในส่วนข้อเสนอแนะต่อไปอาจจะใช้ตัวควบคุมสมัยใหม่ที่ให้ผลตอบสนองที่ดีกว่ามาใช้ควบคุมการทำงาน เช่นการควบคุมแบบ Robust หรือแบบ Fuzzy เป็นต้น

7. เอกสารอ้างอิง

Han, Y. (2007). Tzoneva R. and Behardien S.,

MATLAB, LabVIEW and FPGA Linear Control of an Inverted Pendulum. IEEE (Electronic) pp. 1-7.

Printrakoon W.(2008). *Swinging Up and Stabilizing Controllers for Rotational Inverted Pendulum System*. Control Engineering, School of Control Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายรุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม
วัน เดือน ปีเกิด	29 เมษายน 2520
ที่อยู่	16 หมู่ 4 ต.คอนปอ อ.ศรีประจันต์ จ.สุพรรณบุรี 72140
การศึกษา	สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ปี พ.ศ. 2543
ประสบการณ์การทำงาน	อาจารย์ประจำคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล สุวรรณภูมิ ปี พ.ศ. 2547-ปัจจุบัน

